



SHIYAN  
YINGLI  
FENXI

实验应力分析

# 实验应力分析

中国铁道出版社

# 实验应力分析

陈健华 编



中国铁道出版社  
1984年·北京

## 内 容 简 介

本书是高等学校土木、机械工程专业的教学参考书，全书共十二章，前四章阐述静态和动态应变的电阻应变仪测量法，第五章为误差分析和数据处理。第六章为相似理论和模型设计，第七章为云纹法，第八章至第九章为平面光弹性实验，第十章为三向光弹性实验，第十一章为光贴片法，第十二章为全息光弹性实验。

本书可供高等学校土木、机械专业师生阅读学习，也可供科研单位、设计部门及实验室等科技人员参考。

## 实验应力分析

陈健华 编

中国铁道出版社出版

责任编辑 张善同 封面设计 翟 达

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092<sup>1/16</sup> 印张：10.625 活页：1 字数：239千

1984年2月第1版 1984年2月第1次印刷

印数：0001—8,000册 定价：1.10元

## 前　　言

本书是为高等院校土木、机械工程专业编写的教学参考书，书中介绍了目前广泛使用的主要实验应力分析方法，如电阻应变仪法、云纹法、光弹性实验、贴片法和全息光弹性实验等的基本原理和实验方法。还编入了与实验应力分析有关的误差分析和数据处理、相似理论和模型设计等。

编写本书时，注意内容少而精、实用性强，力图作到深入浅出，文字通顺，概念明确。考虑到本课程有较强的实验性质，在介绍基本原理的同时，也编入了基本的实验技术和方法。在阐述具体问题时，力求作到各主要章节编有例题和习题，概括各章主要内容，便于读者复习和自学。书中阐述的仪器设备均是目前广泛使用的国内产品，比较符合大多数院校实验室的情况。

本书经兰州铁道学院罗亚同志审阅。兰州铁道学院刘章纬、北方交通大学王维敏、长沙铁道学院金玉澄等同志也对本书初稿提供了宝贵意见。在编写过程中曾得到西南交通大学固体力学教研室和实验室许多同志的大力支持和协助。在此向上述各单位同志深表谢意。

限于编者水平，书中一定会存在不少缺点和欠妥之处，请读者提出宝贵意见指正。

编　　者 于西南交通大学  
一九八二年六月

# 目 录

绪 言 .....	1
第一章 电阻应变计和电桥测量基本原理 .....	3
§ 1—1 金属电阻丝的应变——电阻效应 .....	3
§ 1—2 电阻应变计的种类和结构 .....	5
§ 1—3 电阻应变计规格和性能 .....	9
§ 1—4 电阻应变计的选择和粘贴技术 .....	13
§ 1—5 用电桥测量应变的基本原理 .....	16
§ 1—6 温度变化对应变计的影响和温 度补偿法 .....	18
第二章 静态电阻应变仪原理和使用方法 .....	22
§ 2—1 概 述 .....	22
§ 2—2 YJD-1型静动态电阻 应变仪构造原理 .....	23
§ 2—3 YJD-1型应变仪的配套仪器 .....	37
§ 2—4 YJD-1型应变仪的使用方法 .....	41
§ 2—5 YJD-1型应变仪性能检验 .....	43
第三章 静态应变测量 .....	47
§ 3—1 应变计在应变仪电桥上 各种接桥法 .....	47
§ 3—2 平面应变状态测量 .....	53
§ 3—3 静态应变测量实验中若干 技术问题 .....	57
第四章 动态电阻应变仪和动态应变测量 .....	64

§ 4—1	概述	64
§ 4—2	YD-15动态电阻应变仪 构造原理	67
§ 4—3	SC-16光线示波器	74
§ 4—4	YD-15和SC-16配套使用测量 动应力的操作方法	86
§ 4—5	动态应力测量记录的分析计算	89
第五章 误差分析和实验数据处理		92
§ 5—1	基本概念	92
§ 5—2	误差理论基础	94
§ 5—3	测量值和测量精确度表示法	98
§ 5—4	可疑数据取舍	104
§ 5—5	间接测量值和它精确度表示法	106
§ 5—6	实验曲线和经验公式	111
第六章 相似理论和模型设计基础		122
§ 6—1	相似第一定理	122
§ 6—2	用分析方程法求相似判据	125
§ 6—3	量纲分析和相似第二定理—— $\pi$ 定理	130
§ 6—4	弹性力学静力问题的相似关系	138
§ 6—5	关于量纲分析法的说明	144
§ 6—6	相似第三定理	146
§ 6—7	模型设计示例	147
第七章 云纹法		153
§ 7—1	云纹的一般性质	153
§ 7—2	面内位移法基本原理	158
§ 7—3	面内位移法中线弹性问题的 应变计算方法	162

§ 7—4	面内位移法中若干实验技术问题	173
§ 7—5	离面位移法	177
第八章 平面光弹性实验的基本原理		186
§ 8—1	基本光学知识和主要的光学元件	187
§ 8—2	平面光弹性实验的应力—— 光学定律	198
§ 8—3	等倾线和等差线	200
§ 8—4	圆偏振光场的应用——消除等倾线	206
§ 8—5	白光光源的应用——等色线	212
第九章 平面光弹性实验方法和结果分析		216
§ 9—1	409-2型偏光弹性仪的 构造和调整	216
§ 9—2	光弹性材料条纹值的测定	218
§ 9—3	等差线图上各等差线级序的确定	221
§ 9—4	等倾线图和主应力迹线图	230
§ 9—5	模型自由边界上的应力	235
§ 9—6	模型内部应力分离法	238
§ 9—7	平面光弹性实验用的材料	248
§ 9—8	平面光弹性模型加工方法	253
第十章 三向光弹性实验基本原理和方法		257
§ 10—1	概述	257
§ 10—2	三向光弹性实验的应力—— 光学定律	258
§ 10—3	光弹性材料在“冻结”温度下的 性能和模型“冻结”法	261
§ 10—4	直射法应力分析	264
§ 10—5	斜射法应力分析	267
§ 10—6	三向应力模型的对称面应力分析	272

§ 10—7	三向应力模型表面的应力分析	274
§ 10—8	三向光弹性模型的制作、 “冻结”实验和切片	275
第十一章 光弹性贴片法		280
§ 11—1	光弹性贴片法基本原理	280
§ 11—2	光弹性贴片法实验技术	282
§ 11—3	光弹性贴片法实验结果分析	287
第十二章 全息光弹性实验		295
§ 12—1	全息照相术的基本原理	295
§ 12—2	偏振光透过光弹性模型后的变化	302
§ 12—3	平面全息光弹性实验方法	305
§ 12—4	二次曝光法再现虚像光强的 一般方程	308
§ 12—5	等差线、等和线和等倾线	314
§ 12—6	条纹分离法	322
§ 12—7	平面全息光弹性实验中 若干技术问题	324
§ 12—8	平面全息光弹性实验结果的分析	327

## 绪 言

在结构物和机械零部件的强度设计问题中，如何求得变形体内各点的应力状态是个关键问题，也是必须解决的主要问题之一。这一问题的解决通常有两种途径：一是通过分析计算（包括各种数值计算），求出变形体内各点的应力状态；另一种是采用实验方法，藉助各种量测手段测量出变形体内各点的应力状态，这就是实验应力分析方法。在许多情况下，重要结构物和机械零部件的应力分析，应采用分析计算和实验测定两种方法相互检查和校验。对于那些条件比较复杂的问题，分析计算比较困难，则只有依赖实验应力分析方法来解决。因此，实验应力分析方法就广泛应用于各种科学的研究、工业和工程部门。

目前广泛应用的实验应力分析方法种类繁多，但就其测量范围而言，大体上可分为逐点测量和全场测量两种。前者是测量变形体上有限点的应力状态；后者从原理上说，可测量变形体上所有点的应力状态。属于逐点测量的有：各种变形单元法和应变电测法；属于全场测量的有：脆性涂层法、比拟法、光弹性法、全息光弹性法、云纹法、散斑法等。随着科学技术的发展，新的实验应力分析方法不断涌现，各种仪器设备逐步自动化和计算机化，实验技术不断完善和发展，实验应力分析法解决的问题将愈来愈加广泛和深入化。

本书根据教学要求，对目前广泛应用的电阻应变仪法、光弹性法、全息光弹性法和云纹法的基本原理和实验方法作较详细的叙述。此外，还编入相似理论和模型设计，误差分

析和实验数据处理两部分内容，对应用实验应力分析方法解决问题者而言，这两方面的基本知识是必不可少的。

实验应力分析是一门综合性的应用学科，它牵涉的知识面较广，特别是应用它来解决实际问题更是如此。本书为篇幅所限，不可能编入解决特殊问题的许多实验技术，事实上，本书的每一种实验方法都可扩充为一本专著。本书编写目的，在于使读者通过本书的学习，掌握实验应力分析主要实验方法的基本原理和实验技能，为应用实验应力分析方法解决实际问题打下坚实的基础。

# 第一章 电阻应变计和电桥 测量基本原理

实验应力分析的电阻应变仪法是利用粘贴在测点上的电阻应变计作为传感元件，将测点的应变转换成电阻的变化，通过测量电阻的变化量求得应变值。

## § 1—1 金属电阻丝的应变——电阻效应

从物理学可知，长度为  $l$ ，直径为  $\phi$  的金属电阻丝，其电阻值为

$$R = \rho \frac{l}{F} \quad (1-1)$$

式中  $\rho$  —— 金属电阻丝的电阻率。单位为  $\Omega \text{mm}^2/\text{m}$ ；

$F$  —— 金属电阻丝的横截面积。单位为  $\text{mm}^2$ 。

若使金属电阻丝受拉伸（或压缩）变形，则金属丝的长度  $l$ 、横截面积  $F$  和电阻率  $\rho$  都将变化，金属丝电阻值的相应变化量由下式求得

$$dR = \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial F} dF + \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho \quad (1-2)$$

根据 (1-1) 式，分别求出  $R$  对  $l$ ， $F$ ， $\rho$  的偏导数并代入 (1-2) 式有

$$\begin{aligned} dR &= \frac{\rho}{F} dl - \rho \frac{l}{F^2} dF + \frac{l}{F} d\rho \\ &= \frac{\rho}{F} dl \left( 1 - \frac{dF}{F} \cdot \frac{l}{dl} \right) + \frac{l}{F} d\rho \end{aligned}$$

其中又有  $F = \frac{\pi}{4} \phi^2$        $dF = \frac{\pi}{4} 2\pi \phi$

$$\begin{aligned}\frac{dF}{F} \frac{l}{dl} &= \frac{dF}{F} / \frac{dl}{l} = \frac{\frac{\pi}{4} 2\phi d\phi}{\frac{\pi}{4} \phi^2} / \frac{dl}{l} \\ &= 2 \frac{d\phi}{\phi} / \frac{dl}{l} = 2 \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = -2\mu \\ \varepsilon' &= -\mu\varepsilon\end{aligned}$$

式中  $\varepsilon'$  —— 横向应变；

$\mu$  —— 电阻丝材料的横向变形系数；

$\frac{d\phi}{\phi}$  —— 电阻丝径向相对变形；

$\frac{dl}{l}$  —— 电阻丝轴向相对变形。

所以  $dR = \frac{\rho}{F} dl(1 + 2\mu) + \frac{l}{F} d\rho$

将等式两边除以  $R$  得

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l}(1 + 2\mu) + \frac{d\rho}{\rho}$$

改写为  $= \varepsilon(1 + 2\mu) + \frac{d\rho}{\rho}$

$$\frac{dR}{R} / \varepsilon = (1 + 2\mu) + \frac{d\rho}{\rho} / \varepsilon \quad (1-3)$$

实验指出，在金属丝弹性范围内， $\left[ (1 + 2\mu) + \frac{d\rho}{\rho} / \varepsilon \right]$

是一常数，故令

$$K' = (1 + 2\mu) + \frac{d\rho}{\rho} / \varepsilon \quad (1-4)$$

于是，(1-3) 式可写成

$$\frac{dR}{R} / \varepsilon = K' \quad \left( \frac{dR}{R} = K' \frac{dl}{l} \right) \quad (1-5)$$

(1-5) 式表明：金属电阻丝受拉伸（或压缩）变形时，其电阻相对变化率  $\frac{dR}{R}$  和金属电阻丝的应变  $\varepsilon$  成正比。这一物理现象称为金属电阻丝的应变—电阻效应。这是电阻应变仪法的物理基础。

常数  $K'$  与金属电阻丝的材料有关，称为电阻丝的应变灵敏系数。表 (1-1) 给出几种常用合金电阻丝的性能。

常见的应变电阻合金材料的性能 表 1-1

合金类型	成 分 %	电阻率 $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	灵敏系数 $K'$	电阻温 度系数 $10^{-6}/\text{℃}$	线膨胀 系数 $10^{-6}/\text{℃}$	最高使 用温度 ℃
铜镍合金 (康铜)	Ni45, Cu55	0.45~0.52	1.9~2.1	$\pm 20$	15	300(静态) 400(动态)
镍铬合金	Ni80, Cr20	1.0~1.1	2.1~2.3	110~130	14	400(静态) 800(动态)
铁镍铬铝合金 (Kama)	Ni74, Cr20 Fe3, Al3	1.24~1.42	2.4~2.6	$\pm 20$	13.3	450(静态) 800(动态)
铁铬铝合金	Fe70, Cr25, Al5	1.3~1.5	2.8	30~40	14	450(静态) 1000(动态)
贵金属及合金	铂 Pt	0.09~0.11	4~6	3900	8.9	800(静态)
	铂铑合金 Pt92, W8	0.68	3.5	227	8.3~ 9.2	1000(动态)

## § 1—2 电阻应变计的种类和结构

根据电阻合金材料的应变—电阻效应原理制成的应变传感元件称为电阻应变计或简称为应变计。为了增加电阻的变化量和减小应变计的长度，通常用高电阻合金丝（或合金箔）制成栅状作为应变计敏感栅。常用的电阻应变计有下述几种：

### (一) 纸基丝绕式电阻应变计

纸基丝绕式电阻应变计系用直径 $0.02\sim0.05\text{mm}$ 的镍铬合金丝或康铜丝在专门的绕丝机上绕成栅状，用胶水将敏感栅粘贴在拷贝纸制成的基底上。再用引线引出两头。焊接引出线后，在敏感栅上面粘贴一层拷贝纸作保护层。制成的电阻应变计的形状和结构，如图 1—1 所示。

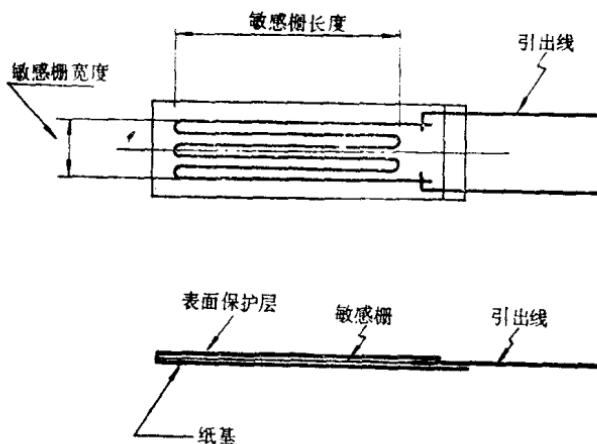


图 1—1

纸基丝绕式电阻应变计的制造工艺简单，使用时粘贴方便，无需特殊温度固化处理，价格便宜，是一般实验常用的应变计。它的缺点是两端有圆弧弯曲段，测量平面应变时，横向应变（与敏感栅方向垂直的应变）也引起圆弧段电阻变化，因此应变计的电阻相对变化包含有横向应变影响成分，这种影响称为应变计的横向效应。横向效应的存在使按应变计电阻相对变化而确定的纵向应变有误差，特别是应变计栅线长度较小时，误差更大。纸基应变计另一缺点是耐热性和耐潮性差。

### (二) 胶基短接式电阻应变计

胶基短接式应变计的敏感栅是由平行排列的金属电阻丝两端用电阻很小的较粗金属丝交错焊接成栅状回路制成。敏感丝栅粘贴在聚乙烯醇缩醛胶膜基底上。焊接引出线后，在表面再粘贴一层保护胶膜。制成的胶基短接式应变计如图 1—2 所示。胶基短接式应变计的敏感栅由于横向短接线电阻很小，横向应变几乎不引起应变计电阻变化，因此没有横向效应。采用胶基应变计的防潮性能较好。短接式应变计的缺点是多次反复承受变形时，短接线的焊点容易脱焊损坏，因此只适用于静态应变测量，不能用作动态测量，特别是疲劳应变的测量。

### (三) 胶基箔式电阻应变计

胶基箔式电阻应变计是在厚度 $0.003\sim0.01\text{mm}$  的康铜或镍铬合金箔一面涂以聚乙烯醇缩醛胶等胶基，另一面涂以感光材料，再经照相制版、光刻、腐蚀等工艺制成敏感栅。最后在表面涂一层胶膜保护层。制成的应变计如图 1—3 所示。



图 1—2

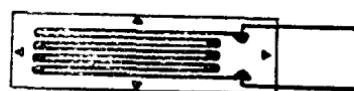


图 1—3

箔式应变计的制造工艺先进，可根据需要制成各种形状和尺寸的敏感栅，同一批制造的应变计参数集中，精确度高。此外箔材的宽度较大，粘贴牢固，散热条件好，应变计可通过较大的电流。

### (四) 应变花

测量平面应变场一点应变状态，需要在一点上粘贴两个

或三个应变计以测出该点两个或三个方向的线应变。为使用方便和保证各应变计相对位置准确，制造时先把二个或三个，甚至四个敏感栅按一定的相对位置排列在同一基底上，称为电阻应变花。它不仅使用方便，而且也简化了计算工作。常用的几种应变花如图 1—4 所示。

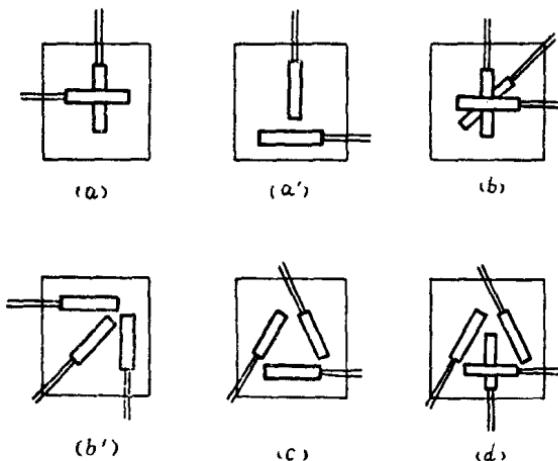


图 1—4

若测点主应变方向已知，可采用图 1—4 a 或 1—4 a' 的应变花；若测点主应变方向未知，应采用图 1—4 b 或 1—4 b' 的应变花，也可采用图 1—4 c 的应变花。图 1—4 d 应变花中第四个应变计的测量值作校核其余三个应变计测量值之用，也可防止偶尔有一个应变计损坏时使用。一般用于重要测点上。

除上述几种应变计外，还有各种特殊用途的应变计，例如低温应变计、高温应变计、水下应变计、极坐标应变计、半导体应变计、应力计等，兹不赘述。

## § 1—3 电阻应变计规格和性能

电阻应变计的规格和性能有如下几方面：

### (一) 几何尺寸

几何尺寸包括敏感栅长度和宽度以及基底长度和宽度。目前产品的敏感栅长度范围是0.2~150mm。

### (二) 标称电阻值

标称电阻值指应变计变形前电阻大致的数值。具体一批应变计的电阻值在标称电阻值左右变动。目前产的标称电阻值在60~1000Ω之间。常用应变计的标称电阻值为120Ω。

### (三) 应变计灵敏系数

应变计的电阻相对变化值 $\frac{\Delta R}{R}$ 与应变计敏感栅方向应变 $\varepsilon$ 的比值称为应变计灵敏系数。该系数由在一批生产的应变计中抽样（一批应变计总数之1%）作实验测定。常用应变计的灵敏系数在2.0~2.4之间。

### (四) 应变极限

应变计的应变极限是指在使用温度下，应变计能正确反映测点应变的最大值。一般应变计的应变极限在 $6000\mu\varepsilon$ ~ $10000\mu\varepsilon$ 之间。在应变测量中，常把 $10^{-6}$ 应变称为1微应变，记作 $\mu\varepsilon$ 。

### (五) 使用温度范围

应变计能正确反映测定应变的温度范围，称为使用温度范围。一般常温应变计的使用温度范围在 $+5^{\circ}\sim60^{\circ}\text{C}$ 内。

### (六) 蠕 变

粘贴在测点上的应变计，在恒定的荷载作用和恒定的温度环境中，应变计反映的应变值随时间而变化的现象称为应变计的蠕变。一般应变计在测点有 $1000\mu\varepsilon$ 时，蠕变最大值不超过 $15\mu\varepsilon/h$ 。