

913

2008
V.8

图像的矩函数

——原理、算法及应用

王耀明 编著

华东理工大学出版社

内 容 简 介

本书主要讨论了图像的各类矩函数(几何矩、复数矩、Legendre 矩、Zernike 矩、小波矩等)的定义、性质和快速算法,以及它们的不变量函数。并就它在图像处理和识别,计算机视觉以及其它方面的应用作了必要的介绍。

本书是理论和应用的集成,可以作为高校相应专业的研究生和高年级学生的教学参考书,也可以作为在该领域中工作的学者的理论和工具型参考书。

图书在版编目(CIP)数据

图像的矩函数——原理、算法及应用/王耀明编著.
上海:华东理工大学出版社,2002.4
ISBN 7-5628-1260-8

I. 图... II. 王... III. 计算机应用-图像识别
IV. TP391.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 014267 号

图像的矩函数 ——原理、算法及应用 王耀明 编著

出版	华东理工大学出版社	开本	850 × 1168 1/32
社址	上海市梅陇路 130 号	印张	4.5
邮编	200237 电话 (021)64250306	字数	114 千字
网址	www.hdlgpress.com.cn	版次	2002 年 4 月第 1 版
经销	新华书店上海发行所	印次	2002 年 4 月第 1 次
印刷	上海长阳印刷厂	印数	1 - 1030 册

| ISBN 7-5628-1260-8/O·60 | | 定价:15.00 元 | |

前 言

来自于力学中矩的概念,应用于图像分析之中。它把图像的灰度对应于力学中物体的质量,或将彩色图像的颜色(红、绿、蓝)看成是物体质量的三维集合。图像的矩函数和其不变性的定义起始于上世纪的60年代,发展于八九十年代,它们的数学推导以及它们的快速计算方法和应用方面的论著,经常见于国内外各种杂志上。本书对这些论著中的重点作了概述和分类,从而较全面地介绍了各种图像矩函数的特性和重要的结论。本书的读者须具备相关的数学基础,书中着重介绍的各种矩函数的定义、性质和结论,尽可能地避免繁琐的数学推导。它的一个重要方面是大量地介绍图像矩函数的各种应用。从图像的边缘检测、纹理分割、阈值化方面的应用,到各种特征的提取、选择和匹配。图像识别中的图像规范化方法、神经网络和图像的重构应用,一直到计算机视觉中的目标空间方位和位置的估计都作了较为详细的介绍。对于在该领域中工作的学者来讲,它也是一本很好的理论与工具型参考书。在图像处理和计算机视觉的最新领域中,人脸识别、指纹识别是目前研究的重点。而用矩函数来分析图像是图像处理和计算机视觉中的一个重要方法。

本书分成七章。第一章介绍了图像的矩函数的一般性定义和它的发展历史。第二章介绍了几何矩、复数矩、Legendre矩、Zernike矩、小波矩、几何矩的张量特性及矩张量的定义、性质和分类及它们的快速算法。第三章介绍了几何矩、复数矩、Zernike矩等的不变量,以及少量的数学推导。第四章介绍了图像的矩函数特征的提取方法。第五章介绍了图像的矩函数特征的匹配方法。第六章介绍了矩函数在计算机视觉中,图像的空间方位和位置的计算方

法。第七章介绍了矩函数的其它应用。

上海师范大学通信和信息处理专业的硕士研究生张刚、严炜、沈毅俊、张晓英、施慧君等同学在本书的编写初期,在资料收集、外文资料的翻译和对一些算法的实验验证均作了大量工作,在此深表谢意。

由于编者的水平有限,书中难免有一些错误,请各位读者指正。

编 者

2002年2月

目 录

1	概 论	
1.1	图像矩的一般定义	(2)
1.2	图像矩函数理论的发展过程	(3)
2	图像的矩函数	
2.1	几何矩	(4)
2.1.1	定义和性质	(4)
2.1.2	几何矩的快速算法	(10)
2.1.3	几何矩实现的计算误差分析	(15)
2.1.4	几何矩的特殊类型	(16)
2.2	复数矩	(19)
2.2.1	径向矩	(19)
2.2.2	Fourier-Mellin 矩	(20)
2.2.3	正交 Fourier-Mellin 矩	(21)
2.2.4	逆正交 Fourier-Mellin 变换	(22)
2.2.5	正交 Fourier-Mellin 矩的噪声灵敏度	(22)
2.2.6	矩-傅里叶描述子	(22)
2.2.7	矩-小波描述子	(23)
2.2.8	复平面内矩的定义	(24)
2.2.9	复数矩的实现方法	(25)
2.3	Legendre 矩	(26)
2.3.1	Legendre 多项式	(26)
2.3.2	Legendre 矩	(27)
2.3.3	逆 Legendre 矩变换	(28)
2.3.4	Legendre 矩的噪声灵敏度	(29)

2.3.5	Legendre 矩与几何矩之间的关系式	(29)
2.3.6	Legendre 矩的快速算法	(30)
2.4	Zernike 矩	(32)
2.4.1	Zernike 多项式	(32)
2.4.2	Zernike 矩	(34)
2.4.3	伪 Zernike 矩	(35)
2.4.4	Zernike 矩和几何矩的关系式	(36)
2.4.5	逆 Zernike 矩变换	(37)
2.4.6	Zernike 矩的快速计算	(38)
2.5	矩张量	(42)
2.5.1	数学预备知识	(42)
2.5.2	张量原理在几何矩中的应用	(45)
2.6	小波矩	(47)
2.6.1	小波理论简介	(47)
2.6.2	小波矩	(48)
3	图像矩函数的不变量	
3.1	几何矩不变量	(50)
3.1.1	平移和尺度不变量	(51)
3.1.2	旋转不变量	(52)
3.1.3	矩不变量基本理论	(53)
3.1.4	图像旋转下不变量的推导	(56)
3.1.5	对比和模糊不变量	(57)
3.2	复数矩不变量	(58)
3.2.1	径向矩的旋转和尺度不变量	(58)
3.2.2	复数矩不变量	(59)
3.2.3	几何矩不变量的推导	(60)
3.2.4	Fourier-Mellin 不变量	(60)
3.3	Zernike 矩不变量	(61)
3.3.1	旋转不变量	(61)

3.3.2	Zernike 矩不变量的规范化	(62)
3.4	矩张量不变量	(62)
4	图像的矩特征表示	
4.1	特征向量	(65)
4.1.1	矩特征向量	(65)
4.1.2	奇异值特征向量	(70)
4.2	图像的规范化	(72)
4.2.1	利用几何矩的图像规范化	(73)
4.2.2	利用复数矩的图像规范化	(74)
4.3	特征矩阵	(75)
4.3.1	Radon 变换	(75)
4.3.2	矩特征矩阵 M	(75)
4.3.3	图像集特征矩阵	(76)
4.3.4	矩阵集的离散度矩阵	(76)
4.3.5	矩描述子特征矩阵	(78)
5	图像的矩特征的匹配	
5.1	特征向量的匹配	(79)
5.1.1	特征向量最常用的匹配方法	(79)
5.1.2	特征向量的点集不变性匹配方法	(81)
5.1.3	神经网络	(84)
5.2	特征矩阵的匹配算法	(87)
5.2.1	特征矩阵最常用的匹配方法	(87)
5.2.2	矩阵的似然度	(88)
5.2.3	逐步匹配的认识算法	(91)
6	空间方位和位置估计	
6.1	二维目标的姿态获得	(93)
6.2	三维目标的姿态获得	(95)
6.2.1	利用平面特征模式作姿态估计	(95)
6.2.2	利用不变量特征向量作姿态估计	(98)

6.2.3	利用矩张量作空间方位估计	(101)
6.3	利用立体图像作目标姿态估计	(102)
6.3.1	用立体图像矩计算空间方位	(102)
6.3.2	利用立体图像矩计算目标位置	(107)
7	其它应用	
7.1	边缘检测	(110)
7.2	纹理分割	(111)
7.3	聚类和阈值化	(112)
7.3.1	灰度图像两级阈值化	(112)
7.3.2	二维聚类	(116)
7.3.3	四维聚类	(117)
7.4	图像重构	(119)
7.4.1	用正交矩的图像重构	(120)
7.4.2	用复数矩进行多边形重构	(121)
7.5	矩和变换	(122)
7.5.1	Fourier 变换	(122)
7.5.2	Hartley 变换	(122)
7.5.3	Hadamard 变换	(123)
7.5.4	Radon 变换	(124)
7.5.5	小波变换	(125)
附录 1	矩不变量列表	(126)
附录 2	一般椭圆的矩函数	(128)
参考文献		(130)

矩函数在图像分析中有着广泛的应用,如模式识别、目标分类、目标识别与方位估计、图像编码和重构等。一个从一幅数字图像中计算出来的矩集,通常描述了该图像形状的全局特征,并提供大量的关于该图像不同类型的几何特性信息。图像矩的这种特性描述能力被广泛地应用于各种图像处理、计算机视觉和机器人技术领域的目标识别与方位估计中。由于计算非常简单,几何矩首先被应用于图像中。随着图像处理研究的进一步发展,又引入了许多新型的矩函数,每种类型的矩函数在特定的应用领域有着各自的优点。例如,矩的旋转不变性可以很容易地从复数矩推出;另一方面,由于正交矩表示图像的非相关性,因而在一个矩集中,它有最小的信息冗余度。

图像矩的属性在统计学和力学中有以下相似之处。一个概率密度函数的零阶、一阶、二阶矩分别表示其全概率、数学期望和方差。而对于力学矩,质量空间分布的零阶、一阶、二阶矩则分别表示全部质量、矩心位置和惯量。如果一幅图像被认为是一个二维密度分布,那么与空间位置有关的像素值的几何矩函数同样能够提供该图像的形状信息,例如,图像的总面积、图像矩心的坐标以及图像的方位。这些形状特点能被进一步用于构造特征矢量,而这些特征矢量在图像的平移、旋转、尺度变化时保持不变。零阶到三阶矩用于描述总体水平上的图像特征,而更高阶矩则含有更好的图像细节,但通常对噪声更加敏感,可以变换方式减少或消除噪声的影响。

1.1 图像矩的一般定义

将一幅图像看成一个二维密度分布 $f(x, y)$, 这里, 函数值 $f(x, y)$ 表示点 (x, y) 处图像像素的亮度值。用 ζ 表示 $x - y$ 平面上图像的区域, 也就是函数 $f(x, y)$ 的定义域的范围。

设一幅图像的亮度函数为 $f(x, y)$, 它的 $(p + q)$ 阶矩函数的一般定义如下:

$$\Phi_{pq} = \iint_{\zeta} \Psi_{pq}(x, y) f(x, y) dx dy \quad p, q = 0, 1, 2, \dots \quad (1.1.1)$$

这里, $\Psi_{pq}(x, y)$ 是一个 ζ 内关于 (x, y) 的连续函数, 它被称为矩的权核或基本集。下标 pq 通常表示函数 $\Psi_{pq}(x, y)$ 中定义的坐标 x, y 的次数。对于一幅图像, 亮度函数 $f(x, y)$ 在 ζ 中是有界的和紧致的。因而, 式(1.1.1)给出的积分是有限的。同时可以看出, 由下式给出的“全部质量”是正的。

$$|f| = \iint_{\zeta} f(x, y) dx dy \quad (1.1.2)$$

式(1.1.1)给出的矩有各种不同定义, 它取决于所使用的基本集的类型。例如, 在极坐标 (r, θ) 下的基函数需要按照图像空间的极坐标表示。据此, 式(1.1.1)重写如下:

$$\Phi_{pq} = \iint_{\zeta} r^{p+q+1} \Psi_{pq}(\theta) f(r, \theta) dr d\theta \quad p, q = 0, 1, 2, \dots \quad (1.1.3)$$

在单位圆内有效的正交基本集函数都要求将坐标空间 ζ 压缩到区域 $[-1, 1]$ 中。如果将 ζ 看成是复平面 Z 上的一部分, 那么矩的定义可以被表述成函数 $f(z)$ 的一个复数积分, 称为复数矩。在矩函数求值时, 连续的面积分经常被与面元成适当比例的一阶近似的直接求和所代替, 即矩函数离散求值的表达式。矩计算更精确的方法将在本书有关章节中作详细介绍。

1.2 图像矩函数理论的发展过程

第一篇有关图像分析中矩应用的重要论文发表于 1962 年。在这篇论文中,作者运用几何矩产生的一系列不变性,并把它们运用于自动特征识别中。随后,基于几何矩不变量的方法有了许多应用。例如,在模式识别中的船只鉴别、飞机鉴别等;模式匹配的景物匹配等等。1980 年,矩的定义被推广至三维,并导出相应的不变量。然后引入正交矩的概念,且提出了 Legendre 矩和 Zemike 矩的基本定义和应用领域。1981 年,几何矩被推广至径向矩,而且为导出径向和角度旋转不变量提供了总体框架。1984 年,引入了一个更为普遍的复数矩的概念,发展了从复数矩推导出几何矩不变量的方法,并且分析了它们(复数矩)在信息冗余和噪声敏感度方面的性质。

到 1985 年,矩函数已经被证明是提取图像形状特征的一个非常有用的工具。一些新的应用领域,如样本匹配、方位判定等也成为矩函数的很具潜力的应用领域。1986 年提出的 Fourier - Mellin 描述子是图像矩函数理论的一个很重要的发展,它为不变量的导出提供了一个总体框架。

图像矩函数理论和应用在 90 年代有很大的发展,基于矩的图像分析的理论和应用频频出现在有关文献中。在本书中收集了部分最新的技术,如小波矩、四维聚类、图像矩函数与各种变换相结合的方法,图像矩函数的特征矩阵的组成和提取技术,以及图像矩的最新应用的领域,例如,在人脸识别、指纹识别、图像检索及在医学领域和生物工程中的应用等。

本章论述各种图像的矩函数的定义和性质,包括几何矩、复数矩、Legendre 矩、Zemike 矩、张量矩和小波矩等。由于几何矩是最早提出且应用最广的矩函数,所以,在第 2.1 节中将对它作较详细的论述。其它各种矩函数则在以后的各节中作比较简单的介绍。

2.1 几 何 矩

几何矩是矩函数中最简单的一个,其核为像素坐标的幂。几何矩的主要优点是,图像坐标变换很容易用矩空间中相应的变换来表达和分析。对于图像平面变换具有不变性的几何矩函数,在目标鉴别和目标方位估计上有很多应用。相对于其它拥有复数核的矩,图像的几何矩计算很容易执行和完成。几何矩有时也被称作 Cartesian 矩或常规矩。

2.1.1 定义和性质

2.1.1.1 几何矩定义

几何矩定义于基本集 $\{x^p y^q\}$ (见式(1.1.1))。 $p + q$ 阶二维几何矩用 m_{pq} 表示,其表达式为:

$$m_{pq} = \iint_{\zeta} x^p y^q f(x, y) dx dy; \quad (p, q = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.1.1)$$

这里, ζ 是图像亮度函数 $f(x, y)$ 定义的像素空间区域。式(2.1.1)具有将函数 $f(x, y)$ 投影到单项式 $x^p y^q$ 上的形式,而整个基本集 $\{x^p y^q\}$ 是完备但不正交的。

亮度函数 $f(x, y)$ 的二维傅里叶变换称作特征函数,形式如下:

$$F(u, v) = \iint_{\zeta} e^{i(ux+vy)} f(x, y) dx dy \quad (2.1.2)$$

这里, $i = \sqrt{-1}$, (u, v) 表示频域坐标。将指数项写成级数形式, 利用几何矩的定义, 可得:

$$F(u, v) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{i^{p+q}}{p! q!} u^p v^q m_{pq} \quad (2.1.3)$$

从上式很容易发现:

$$\left[\frac{\partial^p \partial^q F(u, v)}{\partial u^p \partial v^q} \right]_{u=v=0} = i^{(p+q)} m_{pq} \quad (2.1.4)$$

亮度函数 $f(x, y)$ 的几何矩的生成函数定义为:

$$M(u, v) = \iint_{\zeta} e^{i(ux+vy)} f(x, y) dx dy \quad (2.1.5)$$

它与式(2.1.4)一起可得:

$$\left[\frac{\partial^p \partial^q M(u, v)}{\partial u^p \partial v^q} \right]_{u=v=0} = m_{pq} \quad (2.1.6)$$

在式(2.1.5)的积分中, 将指数项级数展开, 则有:

$$M(u, v) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!} \sum_{r=0}^p \binom{p}{r} m_{p-r, r} u^{p-r} v^r \quad (2.1.7)$$

上式表明, 函数 $M(u, v)$ 可“产生”具有空间频率系数的一个级数中的各阶几何矩。

2.1.1.2 几何矩的性质

(唯一性定理) 假定亮度函数 $f(x, y)$ 是分段连续且限制在区域 ζ 中, 则几何矩序列 $\{m_{pq}\}$ 由亮度函数 $f(x, y)$ 唯一确定; 反之亦然。

(存在性定理) 假定亮度函数 $f(x, y)$ 是分段连续且限制在区域 ζ 中, 则各次的几何矩 m_{pq} 均存在且有限。

2.1.1.3 几何矩的不同类型

根据应用领域的不同, 式(2.1.1)给出的几何矩定义可有不同的形式。不同形式的几何矩的一些定义如下。

剪影矩: 一幅二值图像中计算出的几何矩称为剪影矩。

这里图像的亮度值 $f(x, y)$ 只取两个值即 0 和 1。灰度图像经常通过设立阈值将目标从背景中分割出来(见第 7 章)。其中,目标区域内的像素定为 1 值,背景区域内的像素定为 0 值。这样,图像区域 ζ 仅仅由那些与目标点对应的值为 1 的像素组成,这样的图像被称作剪影图像。

边界矩:仅用一幅图像的边界点计算出来的几何矩称为边界矩。

一个目标的形状通常能用其边界轮廓来描绘,因而在这一应用中只用到边界点以减少数据存储空间和计算时间。在这种情况下,图像区域 ζ 仅仅由目标形状的边界点对应的像素组成。一个二值图像的边界矩可用沿图像的边界线段的线积分表示:

$$m_{pq} = \iint_c x^p y^q ds \quad = (p, q = 0, 1, 2, \dots)$$

这里, $ds = (dx^2 + dy^2)^{\frac{1}{2}}$, c 表示边界轮廓。

标准矩:一幅图像在尺度、平移和旋转标准化后所得的图像(图像标准化方法见第 4 章)的几何矩称为标准矩。标准矩有以下性质:

$$\begin{aligned} m_{00} &= 1; & m_{10} &= m_{01} = m_{11} = 0 \\ m_{20} &\geq m_{02}; & m_{30} &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

行程矩:从一幅行程图像中计算出的几何矩称为行程矩。

行程图像的像素的“亮度函数” $f(x, y)$ 是其对应的目标点相对于摄像机的距离的一个度量。通常,对于行程图像中目标上的所有点 $f(x, y) > 0$;背景区域的点 $f(x, y) \leq 0$ (见第 6 章)。

2.1.1.4 使用几何矩进行图像的形状描述

图像不同阶的几何矩表示了图像亮度分布的不同空间特性。因而一个几何矩集可以成为一幅图像整体形状的描述子。下面说明其中一些几何矩的物理意义。

零阶几何矩 m_{00} 代表一幅图像的总亮度。对于剪影图像, m_{00} 是目标区域的几何面积。

一阶几何矩 m_{10}, m_{01} 是图像关于 x 轴和 y 轴的亮度矩。其亮度的“矩心” (x_0, y_0) 为:

$$x_0 = \frac{m_{10}}{m_{00}}; \quad y_0 = \frac{m_{01}}{m_{00}} \quad (2.1.9)$$

对于一幅剪影图像, 点 (x_0, y_0) 给出了图像区域的几何中心。通常, 能方便地计算出将参照系原点移至图像亮度矩心的几何矩, 称为中心矩。这一变化使矩的计算独立于图像的参照系。

中心矩: 一幅图像相对于亮度矩心所计算出的几何矩称为中心矩。它表示为:

$$\mu_{pq} = \iint_{\xi} (x - x_0)^p (y - y_0)^q f(x, y) dx dy; (p, q = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.1.10)$$

根据中心矩的定义, 有:

$$\mu_{00} = m_{00}; \quad \mu_{10} = \mu_{01} = 0 \quad (2.1.11)$$

二阶几何矩是一个关于原点的图像亮度分布变化的量度。中心矩 μ_{02}, μ_{20} 是相对于平均值(矩心)的方差。其协方差由 μ_{11} 给出。

图像的转动半径: 设 $y = c_x, x = c_y$ 分别代表平行于 x 轴和 y 轴的直线, 若 c_x, c_y 满足式(2.1.12), 则称 c_x, c_y 为图像相对于 x 轴和 y 轴的转动半径, 且:

$$m_{02} = \iint_{\xi} c_x^2 f(x, y) dx dy; \quad m_{20} = \iint_{\xi} c_y^2 f(x, y) dx dy \quad (2.1.12)$$

可以得到:

$$c_x = \sqrt{\frac{m_{02}}{m_{00}}}; \quad c_y = \sqrt{\frac{m_{20}}{m_{00}}} \quad (2.1.13)$$

惯量矩: 二阶中心矩也可看成关于一系列穿过图像矩心的与图像坐标轴平行的参考轴的几何矩称为该图像的惯量矩。

本原坐标轴: 将穿过图像矩心的两条正交线定义为图像参考坐标系时, 惯量分量 μ_{11} 为零的参考坐标轴称为本原坐标轴。

本原惯量矩:图像关于本原坐标轴的惯量矩叫做图像的**本原惯量矩**,记为 I_1, I_2 。如果 $\mu_{11}, \mu_{20}, \mu_{02}$ 是一幅图像在其实际参考框架中的二阶中心矩,本原惯量矩 I_1, I_2 如下式所示:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{(\mu_{20} + \mu_{02}) + [(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2]^{\frac{1}{2}}}{2} \\ I_2 &= \frac{(\mu_{20} + \mu_{02}) - [(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2]^{\frac{1}{2}}}{2} \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

若 $\mu_{11} = 0$, 那么, $I_1 = \mu_{20}, I_2 = \mu_{02}$ 。

本原坐标轴之一对于 x 轴的方位角 θ 由下式给出:

$$\mu_{11} \tan^2 \theta + (\mu_{20} - \mu_{02}) \tan \theta - \mu_{11} = 0$$

因而:

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \right) \quad (2.1.15)$$

式(2.1.14)、(2.1.15)可用于定义一个同原始图像有相同的惯量矩和本原轴方向的图像椭圆(如图 2.1.1)。该图像椭圆的半长轴和半短轴的长度 a, b 分别为:

$$a = 2 \cdot \sqrt{\frac{I_1}{\mu_{00}}}; \quad b = 2 \cdot \sqrt{\frac{I_2}{\mu_{00}}} \quad (2.1.16)$$

图像椭圆也有一个一致的亮度值,内部为 k 和外部为 0, k 与零阶矩的关系为:

$$k = \mu_{00}/(\pi ab) \quad (2.1.17)$$

一个图像椭圆因而能描述相应的原图像的基本形状特征,同时能表示图像的二维位置和方向。有时我们将 $(I_1 + I_2)/m_{00}^2$ 项叫做**形状的散播**,而 $(I_2 - I_1)/(I_1 + I_2)$ 项叫做**形状的延伸**。

椭圆形状描述子:式(2.1.15)和式(2.1.16)所定义的参数 a, b, θ 称为该图像相应的椭圆形状描述子。(一个普通椭圆的几何矩的解析表达式放在附录 2 中。)

三阶中心矩 μ_{30}, μ_{03} 表示图像投影的偏离度。偏离度是图像

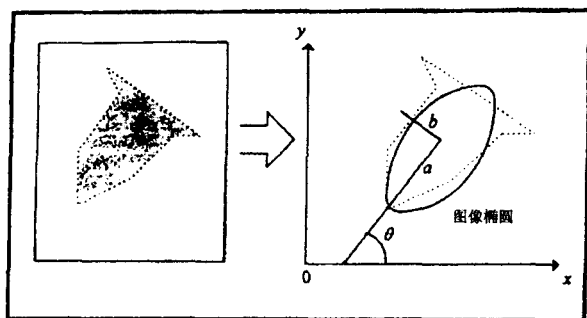


图 2.1.1 图像和它对应的图像椭圆

离对称均值的偏差程度的一个统计量度。如果一幅图像是关于直线 $x = x_0$ 对称, 则 $\mu_{30} = 0$ 。因而可以将 μ_{30} 看成是图像对于平均对称轴 $x = x_0$ 的偏离量度。因为 μ_{20} 总取正值, 可以得到下面的定义:

偏离度的系数: 一幅图像关于 x 轴和 y 轴的偏离度的系数 S_x , S_y , 如式(2.1.18)所示, 它是一个与维数无关的量:

$$S_x = \mu_{30}/(\mu_{20})^{3/2}; \quad S_y = \mu_{03}/(\mu_{02})^{3/2} \quad (2.1.18)$$

四阶中心矩 μ_{40}, μ_{04} 表示一幅图像的峭度。在统计上, 峭度是衡量曲线平坦或尖锐的一个量度。对于沿 x 轴的亮度分布的相关属性可用与维数无关的量 μ_{40}/μ_{20}^2 去定义。对于正态分布, 这个量为 3。习惯上使用正态分布上的峭度系数来量度。

峭度系数: 一幅图像关于 x 轴和 y 轴的峭度系数 K_x, K_y 定义为:

$$K_x = (\mu_{40}/\mu_{20}^2) - 3; \quad K_y = (\mu_{04}/\mu_{02}^2) - 3 \quad (2.1.19)$$

以上讨论表明了不同阶的几何矩如何表征一幅图像形状的不同特性。在许多应用中, 要求得到对图像的尺度、平移和旋转等变换具有不变性的形状描述子的唯一集合。由于这种不变量对同一图像是唯一的, 因此这种不变的形状特征将代表目标的一个特殊