

连杆曲线图谱

李學榮 應瑞森 傅俊慶 朱橋 編制



重庆出版社

内 容 简 介

四连杆机构是机械或机器中应用最广的机构,连杆上的点具有多种多样的轨迹曲线,它们可以满足机械设计中各种导向机构及其它运动的要求。本书采用极坐标形式,利用电子计算机输出各种杆长比,各种铰连四杆机构的曲线图谱,利用本图谱,可以非常方便地预测各类连杆曲线的趋势,利用一些特征点如:尖点、结点、三重点等等;是机械设计人员应必备的工具书。

序 言

四连杆机构连杆平面上的点,当机构运动时,可描绘的轨迹,称之为连杆曲线。

连杆曲线的形色异常丰富,凭直觉观察就能看出,有新月形、面包形、云形、卵形、棒锤形、镰刀形、翼形(飞机机翼、各种汽轮机的叶面断面均属此形)、蚌形、瓜子形、水滴形、花瓣形、8字形以及弧边三角形等等模样。

由于连杆曲线的多样性,因而可利用它复演平面曲线,这是应用数学与工艺上的有趣课题;更为重要的是,可利用它于复杂型体的制造加工,这是无靠模加工工艺的雏的;连杆曲线的近似直移区段与近似圆弧区段,可诱导出带停歇运动的复杂自动机,所以它又是设计自动机器的得力工具。

随着机器人、单机自动化与全自动工作机械的进展,自动化系统中机械执行机构对复演平面曲线的迫切要求,连杆曲线的应用范围亦日趋扩大;对于它的深入探讨,深入挖潜,是近代机械 engineering 开发应用的绝大课题,连杆曲线的应用推广,可算是一个无尽的宝藏。

连杆曲线的研究、开发、应用正如日方中,如火如荼之际,坊间却没有一本图谱可资检索、应用与参考,这实在是件憾事。作者有鉴于斯,不揣简陋,奉献出本书,希望得到读者的共鸣,于使用之余提出宝贵的意见。

作者更盼望本图谱面世,对促进我国机械化与机械自动化(Mechanical Automation)的进程,起到推波助澜的作用,加速工矿企业的生产循环,改善产品素质,推动产品更新换代,在机构学及其应用上迎头赶上国际水平,使我国工业生产,早日跻于先进工业国家之林。

感谢重庆出版社,高瞻远瞩,使本书得以出版。谨以此册奉献给机械制造人员、机械设计人员、研究人员、数学爱好者及研究家、教学人员以及广大的机械专业学生与创新改革家,以满足对图谱的渴望,聊充雪中送炭。

作者

1990年9月10日教师节

引 言

为了充分利用幅面,在同一张图纸上显示较多的连杆曲线,本图谱在编排上,采用了极坐标分布描绘点。

采用极坐标分布点位的好处,不仅在于在幅面上可看到较多根连杆曲线,并且在同一尺度的机构,可了解其曲线形态逐渐演变的约略情况,这样,便自然地增强了图谱的综览性。另外,距机构本体较远处的描绘点,其连杆曲线亦复能露显出来;对于机构设计特别是自动机设计能有更多的曲线可供筛选。

因为具备综览性,对图谱上未列入的描绘点,其所缺连杆曲线,可目测其过渡趋势,应在的点位可约估其方位,易于运用插入方法搜求。

本书的扼要叙明,本图谱的使用方法,仅采摘了最常应用的示例,至于连杆曲线上的特征点(如尖点,结点,三重点等等)利用,以及图谱的变化运用(利用同一机构的众多连杆曲线作相互运动等等)这都是现代自动机上挖潜应用,刻意标新的焦点,因属于专论范畴,在这里不可能涉及,请属意于此的读者,留意最新文献及近期论文。

本册问世,希望读者能从中获得启迪,作出自己的变化运用,发扬光大,则引玉之砖,草创发轫,不为无益。

目 录

序言	(1)
引言	(1)
铰链四杆机构简介	
一、铰链四杆机构及其基本形式	(1)
二、杆长比和连杆点的选取	(2)
三、铰链四杆机构的运动分析	(6)
四、铰链四杆机构的特性参数	(13)
五、同源机构	(24)
六、图谱应用示例	(27)
七、本书的潜在运用	(38)
参考文献	(39)
源程序清单	(40)
程序A-1 绘制曲柄摇杆机构连杆曲线	(40)
程序A-2 绘制双曲柄机构连杆曲线	(45)
程序A-3 绘制双摇杆机构连杆曲线	(49)
程序A-4 曲柄摇杆机构和双曲柄机构运动分析	(53)
程序A-5 双摇杆机构运动分析	(55)
程序A-6 曲柄摇杆机构特性参数的计算	(57)
程序A-7 双曲柄机构特性参数计算	(59)
程序A-8 双摇杆机构特性参数的计算	(61)
程序A-9 同源机构的杆长比程序	(63)
程序A-10 绘制曲柄摇杆机构或双曲柄机构单根连杆	

曲线	(64)
程序A-11 绘制双摇杆机构单根连杆曲线	(68)
程序A-12 绘制全页图谱的连杆曲线	(75)
编后记	(80)

图版

铰链四杆机构简介

一、铰链四杆机构及其基本形式

铰链四杆机构如图1所示,其4个杆件全由转动副联接而成,从一个铰链中心到另一个铰链中心的长度分别为 A 、 B 、 C 和 D ,其中

A 是左侧连架杆(曲柄);

B 是连杆;

C 是右侧连架杆;

D 是固定杆(机架)。

在连杆机构中,与机架相连的连架杆,若能作 360° 的整周转动,则称为曲柄,若只能在一定范围内往复摆动,则称为摇杆。因此,铰链四杆机构可分为三种基本形式。

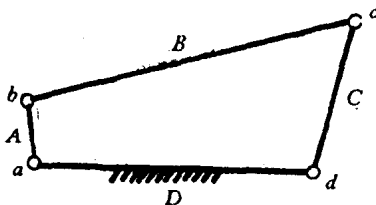


图1 铰链四杆机构

1. 曲柄摇杆机构。铰链四杆机构的两个连架杆中,若一个是曲柄,另一个是摇杆,则此机构称为曲柄摇杆机构,如图2所示。本图谱中第1—86页均为曲柄摇杆机构的曲线。

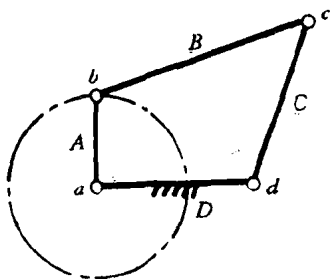


图2 曲柄摇杆机构

2. 双曲柄机构。铰链四杆机构中,若两个连架杆均为曲柄,则称为双曲柄机构,如图3所示。本图谱中第87—108页均为双曲柄机构的曲线。

3. 双摇杆机构。铰链四杆机构中,若两个连架杆均为摇杆,

则称为双摇杆机构，如图4所示。本图谱中第109—130页均为双摇杆机构的曲线。

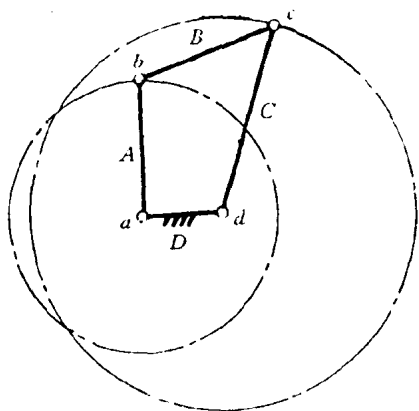


图3 双曲柄机构

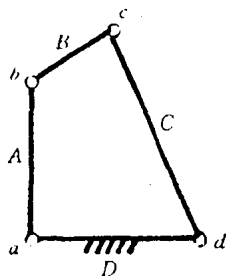


图4 双摇杆机构

铰链四杆机构的基本形式，可由其各杆长或杆长比来确定。如果最短杆与最长杆的长度之和小于另两杆的长度之和，那末

1. 若以最短杆为连架杆，则为曲柄摇杆机构。其最短杆能相对于机架和连杆作整周转动。
2. 若以最短杆为机架，则为双曲柄机构。其两个连架杆相对于机架都能作整周转动。
3. 若以最短杆为连杆，则为双摇杆机构。其最短杆相对于两个连架杆能作整周转动。

如果最短杆与最长杆的杆长之和大于另两杆的长度之和，那末不论以哪一杆作为机架，都只能成为双摇杆机构。

二、杆长比和连杆点的选取

本图谱在每页的右上角均标明机构的杆长比。相同杆长比的机构，其运动特性相同，相应的连杆曲线的形状均相同，只是大小不同。

对于曲柄摇杆机构(自第1页至第86页), 杆A取作单位长度1, 始终不变。其余3杆按一定的顺序改变, 改变的顺序是:先变杆D, 再变杆C, 最后变杆B。变化的间隔为0.5或1单位长度, 见表2-1。

在连杆bc平面上建立极坐标系(参见图5), 以b点为极点, bc方

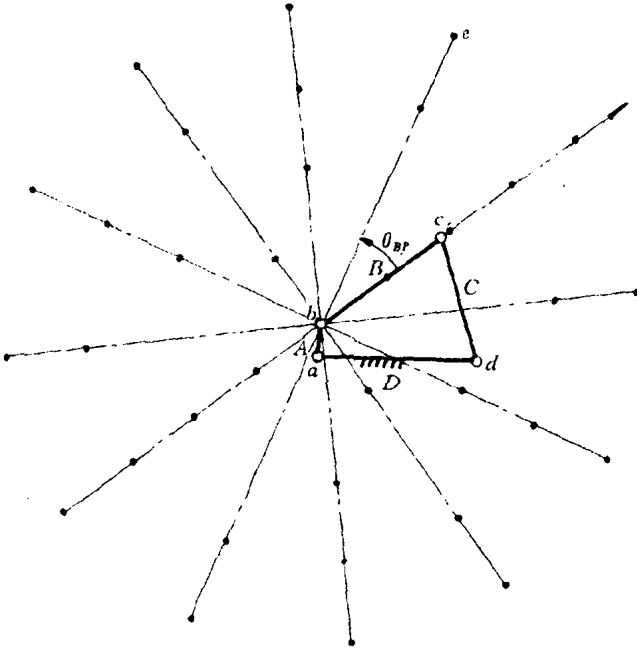


图5 曲柄摇杆机构连杆点的选取

向为极轴。为了避免各连杆曲线过多的相交, 连杆点e按下列方法选取: 极角 θ_{BP} 取 $0^\circ, 30^\circ, \dots, 330^\circ$, 间隔为 30° 。当极角 θ_{BP} 为 $0^\circ, 180^\circ$ 时, 极半径 $be=P$ 分别取2, 4.75, 7.5, 10.25单位长度; 当极角 θ_{BP} 为 $30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ 时, 极半径 P 分别取7.5, 10.25单位长度; 当极角 θ_{BP} 为 $60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$ 时, 极半径 P 分别取4.75, 7.5, 10.25单位长度; 当极角 θ_{BP} 为 $90^\circ, 270^\circ$ 时, 极半径 P 分别取2, 7.5, 10.25单位长度。极角与极半径的数值确定, 是经过反复比较, 务使图面清晰而确定的。

表2-1 曲柄摇杆机构的杆长比

序号	A	B	C	D	序号	A	B	C	D
1	1	5	5	5	34	1	3.5	2	3.5
2	1	5	5	4	35	1	3.5	2	3
3	1	5	5	3	36	1	3.5	1.5	3.5
4	1	5	5	2	37	1	3	3.5	3.5
5	1	5	4	5	38	1	3	3.5	3
6	1	5	4	4	39	1	3	3.5	2.5
7	1	5	4	3	40	1	3	3.5	2
8	1	5	3	5	41	1	3	3	3.5
9	1	5	3	4	42	1	3	3	3
10	1	5	2	5	43	1	3	3	2.5
11	1	4	5	5	44	1	3	3	2
12	1	4	5	4	45	1	3	3	1.5
13	1	4	5	3	46	1	3	2.5	3.5
14	1	4	4	5	47	1	3	2.5	3
15	1	4	4	4	48	1	3	2.5	2.5
16	1	4	4	3	49	1	3	2.5	2
17	1	4	4	2	50	1	3	2	3.5
18	1	4	3	5	51	1	3	2	3
19	1	4	3	4	52	1	3	2	2.5
20	1	4	3	3	53	1	3	1.5	3
21	1	4	2	4	54	1	2.5	3.5	3.5
22	1	3.5	3.5	3.5	55	1	2.5	3.5	3
23	1	3.5	3.5	3	56	1	2.5	3.5	2.5
24	1	3.5	3.5	2.5	57	1	2.5	3	3.5
25	1	3.5	3.5	2	58	1	2.5	3	3
26	1	3.5	3.5	1.5	59	1	2.5	3	2.5
27	1	3.5	3	3.5	60	1	2.5	3	2
28	1	3.5	3	3	61	1	2.5	2.5	3.5
29	1	3.5	3	2.5	62	1	2.5	2.5	3
30	1	3.5	3	2	63	1	2.5	2.5	2.5
31	1	3.5	2.5	3.5	64	1	2.5	2.5	2
32	1	3.5	2.5	3	65	1	2.5	2.5	1.5
33	1	3.5	2.5	2.5	66	1	2.5	2	3

续表

序号	A	B	C	D	序号	A	B	C	D
67	1	2.5	2	2.5	77	1	2	2.5	2
68	1	2.5	2	2	78	1	2	2	2.5
69	1	2.5	1.5	2.5	79	1	2	2	2
70	1	2	3.5	3.5	80	1	2	2	1.5
71	1	2	3.5	3	81	1	2	1.5	2
72	1	2	3	3.5	82	1	1.5	3.5	3.5
73	1	2	3	3	83	1	1.5	3	3
74	1	2	3	2.5	84	1	1.5	2.5	2.5
75	1	2	2.5	3	85	1	1.5	2	2
76	1	2	2.5	2.5	86	1	1.5	1.5	1.5

于是在曲柄摇杆机构的每一页图谱上有34条连杆曲线。曲柄A每转过 15° ，在各条连杆曲线上标以小黑点，因此每条连杆曲线上有24个小黑点。从每条曲线上小黑点的分布稀密情况，可以看出连杆点的大致移动速度。

在表2-1所列杆长比的机构中，选取22个，^①将其最短杆作为机架，于是成为双曲柄机构(第87

页至第108页)。用与曲柄摇杆机构相同的方法，在连杆平面上建立

① 在制作过程中发觉，当杆长比变化不大时，它们的连杆曲线变化甚微，故仅选取22个。

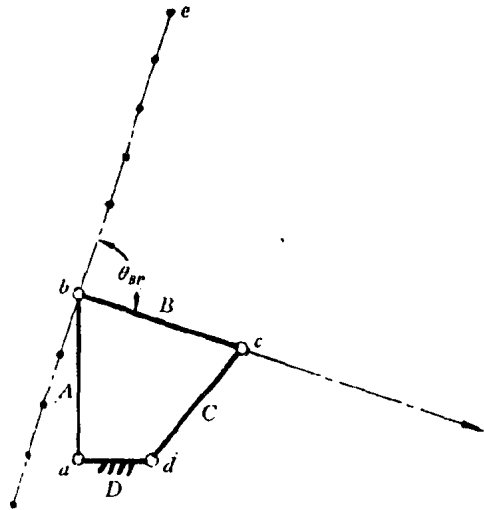


图6 双曲柄机构连杆点的选取

极坐标系(参见图6)。当极角 θ_{BP} 为 90° 时,极半径 P 分别为1.15, 2.15, 3.15, 4.15, 5.15, 6.15单位长度;当极角 θ_{BP} 为 270° 时,极半径分别为0.65, 1.65, 2.65, 3.65, 4.65单位长度(参阅图谱第99页)。以后每一页图谱上,极角 θ_{BP} 依次增加 15° ,极半径 P 不变,于是在双曲柄机构的每一页图谱上,有11条连杆曲线。个别是9条但点位分布仍同上分距,当曲柄每转过 15° ,在其连杆曲线上标以小黑点。因此每条连杆曲线上有24个小黑点。

在表2-1所列的杆长比的机构中,选取22个,将其最短杆作为连杆,于是成为双摇杆机构(第109页至第130页)。用与曲柄摇杆机构相同的方法,在连杆平面上建立极坐标系(参见图7)。当极角 θ_{BP} 为 0° 时,分别取极半径 P 为0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0, 2.4, 2.8, 3.2, 3.6, 4.0, 4.4, 4.8单位长度。以后每一页

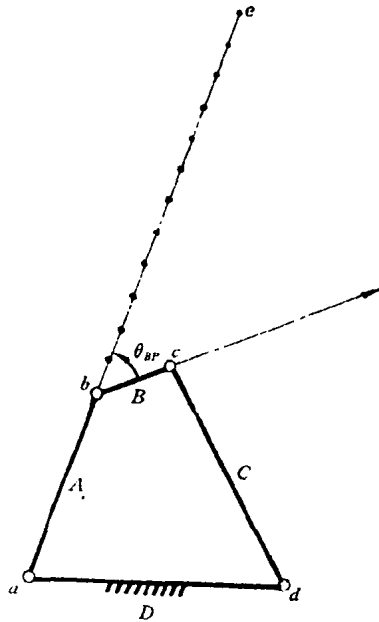


图7 双摇杆机构连杆点的选取

谱上,极角 θ_{BP} 依次增加 15° ,极半径 P 不变。

于是在双摇杆机构的每一页图谱上,有12条连杆曲线。曲柄每转过 12° 时,在各条连杆曲线上标以小黑点,因此每条曲线上有30个小黑点。

三、铰链四杆机构的运动分析

图8所示的是曲柄摇杆机构、原动杆A为曲柄,以匀角速度

ω_A 转动。将该机构置于直角坐标系 xoy 中、机架 D 与 x 轴重合。把各杆件围成的四边形看作是一个封闭矢量多边形，各矢量的指向如图8中所示，各矢量与 x 轴的方向角用 θ_A 、 θ_B 、 θ_C 和 $\theta_D=0$ 表示。由各矢量在 x 和 y 轴上的投影可得

$$\begin{cases} A\cos\theta_A + B\cos\theta_B - D - C\cos\theta_C = 0 \\ A\sin\theta_A + B\sin\theta_B - C\sin\theta_C = 0 \end{cases} \quad (3-1)$$

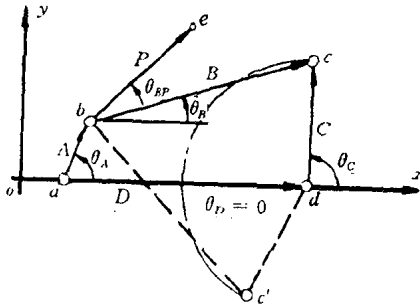


图8 曲柄摇杆机构的封闭矢量图

消去式 (3—1) 中的 θ_B 后可得

$$E\cos\theta_C + F\sin\theta_C + G = 0 \quad (3-2)$$

式中

$$\begin{cases} E = D - A\cos\theta_A \\ F = -A\sin\theta_A \\ G = \frac{E^2 + F^2 + C^2 - B^2}{2C} \end{cases} \quad (3-3)$$

将下列三角函数变换公式

$$\cos\theta_c = \frac{1 - \operatorname{tg}^2(\theta_c/2)}{1 + \operatorname{tg}^2(\theta_c/2)}$$

$$\sin\theta_c = \frac{2\operatorname{tg}(\theta_c/2)}{1 + \operatorname{tg}^2(\theta_c/2)}$$

代入式 (3—2)，可得关于 $\operatorname{tg}(\theta_c/2)$ 的一元二次方程，由此解出

$$\theta_c = 2\operatorname{tg}^{-1} \frac{F \pm \sqrt{E^2 + F^2 - G^2}}{E - G} \quad (3—4)$$

上式中正号适用于图8中实线所示位置，而负号适用于虚线所示位置。

然后由式 (3—1) 确定 θ_B

$$\theta_B = \operatorname{tg}^{-1} \frac{F + C\sin\theta_c}{E + C\cos\theta_c} \quad (3—5)$$

连杆 B 平面上连杆点 e 的直角坐标为

$$\begin{aligned} x_e &= A\cos\theta_A + P\cos(\theta_B + \theta_{BP}) \\ y_e &= A\sin\theta_A + P\sin(\theta_B + \theta_{BP}) \end{aligned} \quad (3—6)$$

由式 (3—3) — (3—6) 可编出绘制曲柄摇杆机构连杆曲线的图谱程序 (参见附录中的程序 A—1)。

将式 (3—1) 对 θ_A 求导可得

$$\frac{\omega_c}{\omega_A} = \frac{A \sin(\theta_A - \theta_B)}{C \sin(\theta_C - \theta_B)} \quad (3-7)$$

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{A \sin(\theta_A - \theta_C)}{-B \sin(\theta_B - \theta_C)} \quad (3-8)$$

将式 (3—6) 对 θ_A 求导, 即可得

$$\begin{cases} \frac{V_{ex}}{\omega_A} = -A \sin \theta_A - P \frac{\omega_B}{\omega_A} \sin(\theta_B + \theta_{BP}) \\ \frac{V_{ey}}{\omega_A} = A \cos \theta_A + P \frac{\omega_B}{\omega_A} \cos(\theta_B + \theta_{BP}) \end{cases} \quad (3-9)$$

而 V_c/ω_A 是 V_{ex}/ω_A 和 V_{ey}/ω_A 的矢量和, 于是

$$V_c/\omega_A = \sqrt{(V_{ex}/\omega_A)^2 + (V_{ey}/\omega_A)^2} \quad (3-10)$$

将式 (3—1) 对 θ_A 求二阶导数可得

$$\frac{\varepsilon_C}{\omega_A^2} = \frac{B(\omega_B/\omega_A)^2 + A \cos(\theta_A - \theta_B) - C(\omega_C/\omega_A)^2 \cos(\theta_C - \theta_B)}{C \sin(\theta_C - \theta_B)} \quad (3-11)$$

$$\frac{\varepsilon_B}{\omega_A^2} = \frac{C(\omega_C/\omega_A)^2 - A \cos(\theta_A - \theta_B) - B(\omega_B/\omega_A)^2 \cos(\theta_B - \theta_C)}{B \sin(\theta_B - \theta_C)} \quad (3-12)$$

将式 (3—9) 对 θ_A 求导得

$$\begin{aligned}
 a_{ex}/\omega_A^2 &= -A\cos\theta_A - P(\omega_B/\omega_A)^2\cos(\theta_B + \theta_{BP}) \\
 &\quad - P(\varepsilon_B/\omega_A^2)\sin(\theta_B + \theta_{BP}) \\
 a_{ey}/\omega_A^2 &= -A\sin\theta_A - P(\omega_B/\omega_A)^2\sin(\theta_B + \theta_{BP}) \\
 &\quad + P(\varepsilon_B/\omega_A^2)\cos(\theta_B + \theta_{BP})
 \end{aligned} \tag{3—13}$$

于是可得

$$a_c/\omega_A^2 = \sqrt{(a_{ex}/\omega_A^2)^2 + (a_{ey}/\omega_A^2)^2} \tag{3—14}$$

由式 (3—3) — (3—14) 可编出曲柄摇杆机构运动分析的程序 (参见附录中的程序A—4)

式 (3—3) — (3—14) 完全适用于双曲柄机构。由式 (3—3) — (3—6) 可编出绘制双曲柄机构连杆曲线图谱的程序 (参见附录中的程序A—2)，对双曲柄机构作运动分析可用附录中的程序A—4。

双摇杆机构中，以杆B为原动杆时，式 (3—1) 同样成立，若其中最短杆与最长杆的长度之和小于另两杆的长度之和。则杆B能作整周运动。消去式 (3—1) 中的 θ_A ，可得形式上与式 (3—2) 相同的式子，但式中

$$\begin{cases} E = D - B\cos\theta_B \\ F = -B\sin\theta_B \\ G = \frac{E^2 + F^2 + C^2 - A^2}{2C} \end{cases} \tag{3—15}$$

解三角方程得