# 弹性支承連續梁

B. C. 奧西波夫著
史爾毅　梁宗哲譯

人民交通出版社

# 彈性支承連續梁

B. C. 奥西波夫著（Осипов）

史爾毅　梁宗哲譯

刷

人民交通出版社

# 彈性支承連續


В. С. ОСИПОВ

СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ
ДЛЯ РАСЧЕТА
НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК
НА УПРУГО ОСЕДАЮЩИХ
ОПОРАХ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛИТЕРАТУРЫ ПОСТРОИТЕЛЬСТВУ И АРХИТЕКТУРЕ
МОСКВА 1953 ЛЕНИНГРАД

本書根據蘇聯國家建築書籍出版社1953年莫斯科列寧格勒俄文版本譯出

史爾毅 梁宗哲譯

人民交通出版社 出版
（北京北兵馬司一號）

新 華 書 店 發 行
（全 國 各 地）

北 京 市 印 刷 一 廠 印 刷

[illegible] 次印刷

印數：1—2,700冊

31″×43″1/32★印張：3 $\frac{5}{8}$ 張

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇〇六號）

設計橋梁時，將橋面版視爲支承於橫梁或縱梁上的彈性支承連續梁，使載重加以彈性分佈，可以大大節省橋梁用料。本書卽說明計算彈性支承連續梁的原理、公式、表及算例，運用時可以簡化計算。書中還介紹了蘇聯獨創的解決結構學中靜不定問題的原始參變數計算法。爲研究橋梁空間設計的必要參考書。

# 目　錄

# 序　　言

本書中所列計算在彈性支承上的連續樑的公式和表，是根據結構力學中所廣泛採用的原始參變數計算法來編製的。

在近三十年內原始參變數計算法在解決不同的結構力學，如：樑的彎曲理論，彈性擺動的理論，桿的穩定性的問題，薄壁桿件的結構理論等問題上，都獲得了很大的發展和運用。

原始參變數計算法的最大優點，是可以直接由軸一端上的位移和內力及由所研究斷面一邊的外力的參變數，寫出軸曲綫的全部組成部分的方程式。因此，這個方法不需像其他方法那樣，從軸的這一段到那一段時，編製和分解許多的聯立方程式。

原始參變數法在彈性基礎上樑的靜力計算中的用法，已於 Н.П. 普則列夫斯基，Т.Д. 杜朶夫，А.Н. 克雷洛夫，А.А. 烏曼斯基，Н.К. 斯尼特柯，В. А. 吉雪列夫及其他等人的著作中闡明了。

利用原始參變數計算法來計算普通樑的彈性綫的方法，可參看斯尼特柯 А.Ю. 羅馬雪夫斯基，А.А. 烏曼斯基，Н. И. 別組霍夫等人的著作。

根據樑之彎曲軸綫的微分方程式及已知的微分函數，Н.К. 斯尼特柯將撓曲分解公式用於馬克洛林（Маклорэн）級數中。因此在任何複雜外力（週期荷重除外）情況下，能以原始參變數的函數得出撓曲的一般公式，很快的就能寫出任何樑的任何一段在各種載重情況下的彈性綫的方程式，這是該公式在實用上的價值。

在各項作用的計算方面 А.А. 烏曼斯基總結了原始參變數計算法，包括所謂預加變形（樑中心軸綫角與剪切的集中改變）在內。

由已知的，不計剪力變形的，不變斷面和變斷面樑的普遍的傾角與撓度公式，別組霍夫將其用於考慮剪力影響時樑的變斷面上。他曾得出求計入彈性的塑性的變形樑的位移的方法，他把這一問題歸結到特別形狀的變斷面的樑的位移，此樑好似處於理想的彈性狀態，但具有按特

別規定換算出來的橫斷面慣性矩。

B. B.格利果里葉夫首先採用了原始參變數計算法來計算彈性支承連續樑這一方法由烏曼斯基和斯尼特柯等人加以推廣。

B. B.格利果里葉夫，研究了在彈性支承上的連續樑，對於每一支點利用了順序排列的支點變形方程式而得出用兩個未知數的函數表示的全部支點的沉陷。這兩個未知數即開始的支點的沉陷及在開始支點處彈性綫的傾角。然後解聯立方程式以求出這兩個未知數的數值來。

A. A.烏曼斯基將原始參變數法更向前推進了一步，他用此法進而計算了，在彈性沉陷及可發生旁移的支座上的，不變斷面和變化斷面的連續樑，而且樑的兩端係任意繫置，並考慮到預加規定的變形對樑的影響。

在壓曲桿計算中及結構物動力學中，也用原始參變數法來求靜不定曲軸樑的變位。

以上僅僅簡單的敍述了原始參變數計算法的發展。最近它的應用範圍已擴展到計算薄壁桿件（B. 3. 符拉索夫的著作），薄殼和薄板等問題上。

因此，爲蘇聯學者所創造和發展了的原始參變數法，可以斷定它是一種具有特殊廣大的用途與高度效用的方法，誠如別組霍夫所寫「在技術科學領域內，形成整個的趨勢，在計算複雜的靜不定問題上，它可與歷史上有名的力法和變形法，並駕齊驅。」如欲知更詳盡的綱要及著作目錄，可參閱 И. M. 拉賓諾維奇所著的「蘇聯桿系結構力學之成就」一書（蘇聯建築科學院 1949 年版）。

# 1 計算彈性支承連續規則樑的基本公式

下面是關於計算在彈性支點上的連續規則樑的公式。規則樑就是支承在等彈性支座上的斷面不變的，跨徑相等的樑。

支點的反力 $R_r$ 及其沉陷 $\delta_r$ 間的關係由下式表示之：

$$R_r=\omega\delta_r, \tag{1}$$

式中：$W$——爲支座的剛性；支座的剛性等於支點沉陷每一公分所生的反力（以公斤/公分表示）

關於連續規則樑第 $r$ 支點在集中外力作用下（圖 1）的沉陷由下式決定：

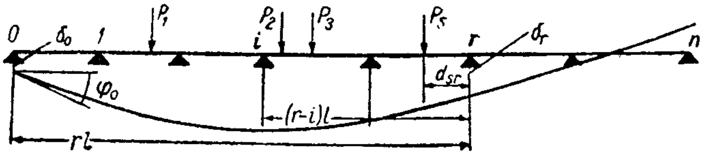


圖 1

$$\delta_r=\delta_0+\varphi_0 rl-\sum_{i=0}^{i=r-1}\frac{R_i(r-i)^3l^3}{6EJ}+\sum_{s=1}^{s}\frac{P_s d_{sr}^3}{6EJ}$$

$$=\delta_0+\varphi_0 rl-\alpha\sum_{i=0}^{i=r-1}\delta_i(r-i)^3+\frac{\alpha}{\omega}\sum_{s=1}^{s}P_s t_{sr}^3, \tag{2}$$

式中：$\delta_r$——支點 $r$ 的沉陷；

$\delta_0$——第一個支點 0 的沉陷；

$\varphi_0$——彈性綫在支點 0 處的傾角；

$(r-i)\,l$——在支點 $r$ 左邊的任一支點 $i$（其反力爲 $Ri=\omega\delta_i$）至支點 $r$ 的距離；

$d_{sr}$——$t_{sr}l=$ 支點 $r$ 左邊的外力 $P_1, P_2\cdots\cdots P_s$ 等至支點 $r$ 的距離；

$l$——樑的跨徑；

$\alpha=\frac{\omega l^3}{CEJ}$——常數表示連續規則樑的柔度；

$EJ$——樑的剛性。

註：樑的沉陷，不一定完全向下，有的向上，本書在未知其方向前，一律譯爲沉陷——譯者。

當一個集中外力 $P=1$ 作用於樑的支點 $s$ 上時，則公式（2）可以寫成下面的形式：

$$\delta_{rs}^{P}=\delta_{0s}^{P}+\varphi_{0s}^{P}rl-\alpha\sum_{i=0}^{i=r-1}\delta_{is}^{P}(r-i)^3+\frac{\alpha}{\omega}t_{sr}^{3}. \quad (3)$$

計算在集中外力 $P=1$ 之左的支點沉陷時（3）式中的末一項等於0，其沉陷之計算公式如下：

$$\delta_{rs}^{P}=\delta_{0s}^{P}+\varphi_{0s}^{P}rl-\alpha\sum_{i=0}^{i=r-1}\delta_{is}^{P}(r-i)^3. \quad (3')$$

與（3′）式同理，當一個彎矩 $M=1$，順時針方向作用在支點 $n$ 時，各支點的沉陷可用下式計算之：

$$\delta_{rn}^{M}=\delta_{0n}^{M}+\varphi_{0n}^{M}rl-\alpha\sum_{i=0}^{i=r-1}\delta_{in}^{M}(r-i)^3, \quad (4)$$

這裏 $\delta$ 和 $\varphi$ 上邊的指數 $M$ 表示這些數值是由於 $M=1$ 作用於樑上時所產生的。

如果力 $P=1$ 作用於樑的懸臂上（圖2）則把它從作用點 $m$ 化爲作用


圖 2

在極右端支點 $n$ 的力及彎矩，並用下列公式來決定支點的沉陷：

$$\Delta_{rm}^{P}=\delta_{rn}^{P}+kl\ \delta_{rn}^{M}, \quad (5)$$

式中：$\Delta_{rm}^{P}$——作用於 $m$ 點的外力 $P=1$ 所產生的支點 $r$ 的沉陷。

$\delta_{rn}^{P}$——作用於支點 $n$ 的力 $P=1$ 所產生的支點 $r$ 的沉陷。

$\delta_{rn}^{M}$——順時針方向作用於 $n$ 處的彎矩 $M=1$ 所產生的支點 $r$ 的沉陷。

$k$——$d:l$ 其中 $d$ 為外力 $P=1$ 在懸臂上的作用點 $m$ 至支點 $n$ 的距離。

由(3)(3′)及(5)各式，可以看出，每個支點的沉陷可用兩個未知的原始參變數的函數來表示。這兩個參變數就是開始支點的沉陷 $\delta_0$ 及該處之傾角 $\varphi_0$。根據作用於樑之全部外力及反力可以寫出兩個聯立方程式 $\Sigma Y=0$ 及 $\Sigma M=0$ 來，解此聯立方程式就可得出 $\delta_0$ 及 $\varphi_0$ 之值。然後將此 $\delta_0$ 及 $\varphi_0$ 之值代入各支點之沉陷公式內，即可求出各該支點之沉陷值。

當 $\delta_0$ 及 $\varphi_0$ 之值為已知，以公式(3′)及(4)能算出撓度圖在各支點處之縱坐標值。至於支點間各縱坐標值，可用下述方法來計算：

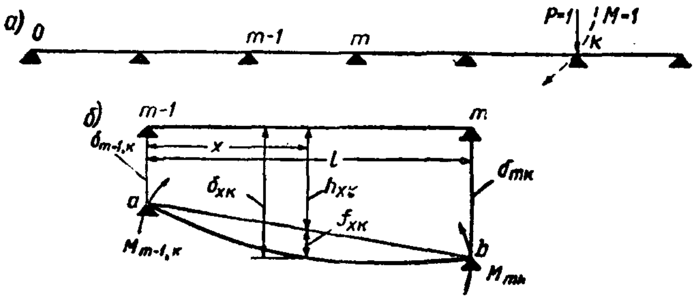


圖 3

取樑之任一跨孔 $m-1$, $m$ 研究之：當載重 $P=1$ 及彎矩 $M=1$ 作用於 $m-1$, $m$ 孔右方的某一支點 $k$ 上時(圖3a)在以外力($P=1$ 或 $M=1$)之作用下，樑之各支點均發生沉陷：第 $m-1$ 支點之沉陷為 $\delta_{m-1,k}$ 第 $m$ 支點沉陷為 $\delta_{m,k}$. 用支座 $m-1$ 及 $m$ 之中綫，從樑內截出 $m-1$, $m$ 跨孔來；左右截去部分之影響代以力矩 $M_{m-1,k}$ 及 $M_{mk}$，(圖3,б)。這樣

$m-1, m$孔可視爲在不同高度的剛性支承上的單跨樑，該樑的兩端有彎矩$M_{m-1,k}$及$M_{mk}$作用於其上。樑上任何一點距支點$m-1$爲$x$則該點的沉陷$\delta_{xk}$可由(1)兩支點沉陷$\delta_{m-1,k}$及$\delta_{mk}$在$x$處所生之沉陷$h_{xk}$及(2)由於彎矩$M_{m-1,k}$及$M_{mk}$在$x$處所生之撓度$f_{xk}$兩者之和求出，即

$$\delta_{xk}=h_{xk}+f_{xk}. \qquad (а)$$

由梯形$a, m-1, m, b$(圖3,б)得出

$$h_{xk}=\delta_{m-1,k}+(\delta_{mk}-\delta_{m-1,k})u, \qquad (б)$$

式中　$u=x:l.$

由$M_{m-1,k}$及$M_{mk}$兩彎矩作用所產生的撓度$f_{xk}$將爲:

$$f_{xk}=\frac{M_{m-1,k}lx}{6EJ}\left[2+\frac{M_{mk}}{M_{m-1,k}}-\frac{3x}{l}-\left(\frac{M_{mk}}{M_{m-1,k}}-1\right)\frac{x^2}{l^2}\right]=\frac{lx}{6EJ}\left[M_{m-1,k}\left(2-3\frac{x}{l}+\frac{x^2}{l^2}\right)+M_{mk}\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)\right]. \qquad (в)$$

彎矩$M_{m-1,k}$及$M_{mk}$可用支點反力的函數表示之:

$$M_{m-1,k}=R_{0k}(m-1)l+R_{1k}(m-2)l+\cdots\cdots+R_{m-2,k}l$$

$$=l\sum_{i=0}^{i=m-1}R_{ik}(m-1-i). \qquad (г)$$

使

$$A_{m-1,k}=\sum_{i=0}^{i=m-1}R_{ik}(m-1-i), \qquad (6)$$

則得

$$M_{m-1,k}=A_{m-1,k}l; \qquad (г')$$

又

$$M_{mk}=R_{0k}(m-0)l+R_{1k}(m-1)l+\cdots+R_{m-1,k}l$$

$$=M_{m-1,k}+l\sum_{i=0}^{i=m-1}R_{ik}. \qquad (д)$$

使

$$B_{m-1,k}=\sum_{i=0}^{i=m-1}R_{ik} \qquad (7)$$

並由г′式，得

$$M_{mk}=(A_{m-1,k}+B_{m-1,k})l. \qquad (\text{д}')$$

將以上所得 $M_{m-1,k}$及$M_{mk}$ 之值，代入公式(в)，並略加演化可列出下式(8)。由此，可算出在外力 $P=1$ 或彎矩作用下 $M=1$ 樑的撓度圖的支點的各個縱坐標的數值：

$$\delta_{xk}=\delta_{m-1,k}+(\delta_{mk}-\delta_{m-1,k})u+\frac{3\alpha}{\omega}A_{m-1,k}(u-u^2)$$
$$+\frac{\alpha}{\omega}B_{m-1,k}(u-u^3). \qquad (8)$$

在計算了$m-1,m$跨孔以後來計算下一跨孔$m,m+1$孔時，係數$A_{mk}$及$B_{mk}$可以用公式(9)及(10)相應求出。公式(9)及(10)不難由公式(г)及(д)推求出來。

$$A_{mk}=A_{m-1,k}+B_{m-1,k}, \qquad (9)$$

$$B_{mk}=B_{m-1,k}+R_{mk}. \qquad (10)$$

設外力$P=1$或彎矩$m=1$作用於樑的支點$m-1$上或者作用於其左邊，則在求$M_{m-1,k}$及$M_{mk}$的公式中便含有受$P$及$M$直接作用影響的各項。同時支點間各縱坐標的數值仍用公式(8)來求得，但係數$A$及$B$具有另外的數值。當外力$P=1$作用時爲：

$$A'_{m-1,k}=\sum_{i=0}^{i=m-1}R_{ik}(m-1-i)-(m-1-k)$$
$$=A_{m-1,k}-(m-1-k), \qquad (11)$$

$$B'_{m-1,k}=\sum_{i=0}^{i=m=1}R_{ik}-1=B_{m-1,k}-1; \qquad (12)$$

當力矩$M=1$作用時

$$A'_{m-1,k}=\sum_{i=0}^{i=m-1}R_{ik}(m-1-i)+\frac{1}{l}=A_{m-1,k}+\frac{1}{l}, \qquad (13)$$

而係數$B'_{m-1,k}$則用公式(7)求得之。

當係數爲$A'_{m-1,k}$及$B'_{m-1,k}$的時候也適用公式(9)及(10)。

撓度綫之傾角可由 $\delta_{xk}$ 對 $x$ 之第一次微導數求得之，以（8）式，微分之，得

$$\varphi_{xk}=(\delta_{mk}-\delta_{m-1,k})\frac{1}{l}+\frac{3\alpha}{\omega l}A_{m-1,k}(1-2u)$$

$$+\frac{\alpha}{\omega l}B_{m-1,k}(1-3u^2). \tag{14}$$

## 2 原始參變數之影響綫及撓度圖

在繪製外力 $P=1$ 作用於樑上所產生的撓度圖時，利用原始參變數沉陷 $\delta_0$ 及傾角 $\varphi_0$ 的影響綫是較爲適當的。

由於位移互等定律可以寫出：$\delta_{0s}^P=\delta_{s0}^P$ 即原始沉陷 $\delta_0^P$ 之影響綫相當於外力 $P=1$ 作用於開始支座 0 處所產生之撓度圖。其次根據功之互等定律可得出 $\varphi_{0s}^P=\delta_{s0}^M$，即彈性綫在開始支點 0 處的傾角 $\varphi_0^P$ 之影響綫，相當於力矩 $M=1$ 作用於樑的支點 0 處時所產生的撓度圖。

由於規則樑的對稱及位移互等定律，可以寫出：$\delta_{s0}^P=\delta_{n,n-s}^P=\delta_{n-s,n}^P$ 及 $\delta_{s0}^M=\delta_{n,n-s}^M=\delta_{n-s,n}^M$，這些等式簡化了原始參變數 $\varphi_0$ 及 $\delta_0$ 的縱坐標的計算手續，同時可以避免外力作用下支點沉陷的直接計算〔見公式3′〕。

解平衡方程式 $\Sigma Y=0$ 及 $\Sigma M=0$，可得 $\varphi_0$ 及 $\delta_0$ 之值，由此再求撓度圖而用係數 $\alpha$ 的函數表示縱坐標值（見表 1）。

表 1 列舉了八孔以內的彈性支承連續規則樑的各項公式，各式均含有係數 $\alpha$ 之函數，藉以計算（$a$）外力 $P=1$ 作用於右半邊樑時樑的撓度圖的支點縱坐標（支點沉陷）(б) 彎矩 $M=1$ 作用於極右端支點時所發生樑之撓度圖之縱坐標值，及樑之極左極右端的傾角。

外力 $P$ 及支點的沉陷從上向下爲正，支點反力從下向上爲正，外加力矩及轉角順時針方向時爲正。

支點沉陷之數值是由 $\delta$ 來表示的，它有兩個指數（上方和下方），上邊的指數係指沉陷是由甚麼動力所發生：由外力 $P=1$ 呢還是由力矩 $M=1$。下邊的指數包括兩個數字（或者兩個字母）：第一個數字（或字母）係指所求沉陷的支點標號，第二個數字（或字母）爲動力

（外力 $P=1$，或力矩 $M=1$）的作用地點。傾角的値是用 $\varphi$ 來表示的。$\varphi$ 具有與 $\delta$ 性質相同的兩指數。

表1，並未包括外力 $P=1$ 所發生的全部支點沉陷的數値，及撓度圖的全部傾角。傾角及未給出的支點沉陷可用下式求得之：

$$\varphi_{nk}^{P} = \delta_{kn}^{M},$$

$$\varphi_{0k}^{P} = \delta_{n-k,n}^{M},$$

$\delta_{ik}^{P} = \delta_{ki}^{P}$ （爲樑右半邊之各支點）

$\delta_{rk}^{P} = \delta_{n-k,n-r}^{P}$ （爲樑左半邊之各支點）

在上式中：　$i,k$ 爲樑右半邊支點標號

$r$ 爲樑左半邊支點標號

$0$ 爲表示最左邊支點的標號

$n$ 爲表示最右邊支點的標號

（例1）已知 $\alpha=0.10$ 及外力 $P=1$ 又力矩 $M=1$ 作用在第四跨連續規則樑的支點4上。外力 $P$ 的方向自上而下；彎矩 $M=1$ 係順時針方向，試求各支點的沉陷（見圖4及圖5）。

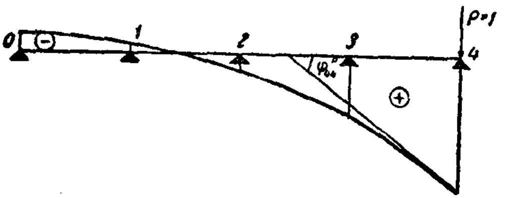


圖 4

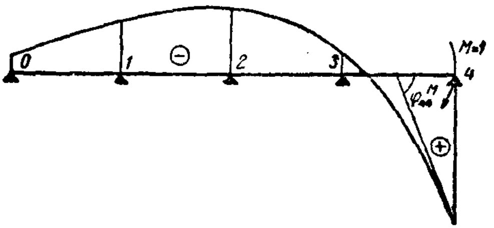


圖 5

從表1所列四跨樑的公式得出：

當外力 $P=1$ 時：

$$\delta^P_{04}=\frac{-10+12\cdot0,1-0,1^2}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega}=-\frac{0,09631}{\omega};$$

$$\delta^P_{14}=\frac{0-35\cdot0,1+6\cdot0,1^2}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega}=-\frac{0,03760}{\omega};$$

$$\delta^P_{24}=\frac{10-22\cdot0,1-24\cdot0,1^2}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega}=+\frac{0,08264}{\omega};$$

$$\delta^P_{34}=\frac{20+101\cdot0,1+34\cdot0,1^2}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega}=+\frac{0,33276}{\omega};$$

$$\delta^P_{44}=\frac{30+324\cdot0,1+327\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega}=+\frac{0,71850}{\omega};$$

$$\varphi^P_{44}=\delta^M_{44}=\frac{10+243\cdot0,1+349\cdot0,1^2+71\cdot0,1^3}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega l}=+\frac{0,41389}{\omega l}.$$

根據以上所算出之沉陷值來繪出樑之撓度圖，如圖4所示：當彎矩 $M=1$ 時：

$$\delta^M_{04}=\frac{-10+57\cdot0,1-19\cdot0,1^2+1\cdot0,1^3}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega l}=-\frac{0,04907}{\omega l};$$

$$\delta^M_{14}=\frac{-5-79\cdot0,1+77\cdot0,1^2-6\cdot0,1^3}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega l}=-\frac{0,13267}{\omega l};$$

$$\delta^M_{24}=\frac{0-150\cdot0,1-90\cdot0,1^2+24\cdot0,1^3}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega l}=-\frac{0,17355}{\omega l};$$

$$\delta^M_{34}=\frac{5-71\cdot0,1-317\cdot0,1^2-90\cdot0,1^3}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega l}=-\frac{0,05859}{\omega l};$$

$$\delta^M_{44}=\frac{10+243\cdot0,1+349\cdot0,1^2+71\cdot0,1^3}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega l}=+\frac{0,41388}{\omega l};$$

$$\varphi^M_{44}=\frac{5+454\cdot0,1+1,563\cdot0,1^2+838\cdot0,1^3+97\cdot0,1^4}{(50+380\cdot0,1+342\cdot0,1^2+56\cdot0,1^3)\,\omega l^2}=+\frac{0,73219}{\omega l^2}.$$

按以上所算出之各支點沉陷值而繪出樑之撓度圖，如圖5所示。

（例2）設外力 $P=1$ 及彎矩 $M=1$ 作用於兩跨連續規則樑的支點0上，已知 $\alpha=0.1$，外力 $P=1$ 的作用方向係從上到下，彎矩 $M=1$ 係反時針方向，試求各支點的沉陷。（見圖6和圖7）

計算支點的沉陷，可使用表1的公式。但在使用第一表時，應該同時注意當外力 $P=1$ 或彎矩 $M=1$ 作用於右半邊樑時，表1內所列的公式是爲了計算撓度圖之縱坐標用的。至於本例所舉，在外力 $P=1$ 或彎矩 $M=1$ 作用於左半邊樑的情況下要求出各縱坐標值，應當利用樑的對稱關係的公式來求得：

$$\delta_{ir}=\delta_{n-i,n-r},$$
$$\varphi_{ir}=-\varphi_{n-i,n-r},$$

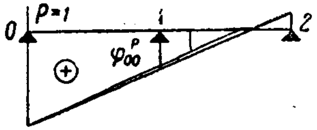


圖 6

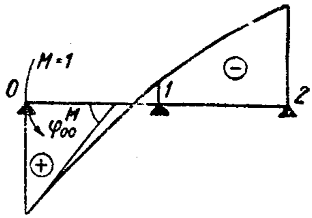


圖 7

式中：$r$——支點標號，有外力 $P=1$ 或彎矩 $M=1$ 作用其上。

$n$——最右邊支點的標號。

利用上列的等式得出：

當外力 $P=1$ 時；

$$\delta_{00}^{P}=\delta_{22}^{P}=\frac{5+4\cdot0,1}{(6+4\cdot0,1)\omega}=+\frac{0,84375}{\omega};$$

$$\delta_{10}^{P}=\delta_{12}^{P}=\frac{2}{(6+4\cdot0,1)\omega}=+\frac{0,31250}{\omega};$$

$$\delta_{20}^{P}=\delta_{02}^{P}=\frac{-1}{(6+4\cdot0,1)\omega}=-\frac{0,15625}{\omega};$$

$$\varphi_{00}^{P}=\varphi_{22}^{P}=-\frac{3+5\cdot0,1}{(6+4\cdot0,1)\omega l}=-\frac{0,54687}{\omega l}.$$

樑之撓度圖示於圖 6。

由於彎矩 $M=1$：

$$\delta_{00}^{M}=\delta_{22}^{M}=\frac{3+5\cdot0,1}{(6+4\cdot0,1)\omega l}=+\frac{0,54687}{\omega l};$$

$$\delta_{10}^{M}=\delta_{12}^{M}=\frac{0-6\cdot0,1}{(6+4\cdot0,1)\omega l}=-\frac{0,09375}{\omega l};$$

$$\delta_{20}^{M}=\delta_{02}^{M}=\frac{-3+1\cdot0,1}{(6+4\cdot0,1)\omega l}=-\frac{0,45312}{\omega l};$$

$$\varphi_{00}^{M}=-\varphi_{22}^{M}=-\frac{3+26\cdot0,1+7\cdot0,1^{2}}{(6+4\cdot0,1)\omega l^{2}}=-\frac{0,88593}{\omega l^{2}}.$$

樑之撓度圖示如圖 7。

（例 3）設外力 $P=1$ 作用在六跨連續規則樑的支點 4 上，求各支點及支點間中間點的撓度圖縱坐標値。已知 $\alpha=0.1$ 而外力 $P=1$ 從上到下作用。

先按表算出撓度圖中各支點的縱坐標值：

$$\delta^P_{04}=\frac{7-585\cdot0,1-61\cdot0,1^2+306\cdot0,1^3-24\cdot0,1^4}{(196+6216\cdot0,1+25998\cdot0,1^2+26680\cdot0,1^3+8494\cdot0,1^4+780\cdot0,1^5)\omega}$$

$$=-\frac{51,5064}{1105,1172\omega}=-\frac{0,04661}{\omega}$$

$$\delta^P_{14}=\frac{14+279\cdot0,1-1176\cdot0,1^2-948\cdot0,1^3+144\cdot0,1^4}{1105,1172\omega}=+\frac{0,02643}{\omega};$$

$$\delta^P_{24}=\frac{21+1084\cdot0,1+922\cdot0,1^2-660\cdot0,1^3-576\cdot0,1^4}{1105,1172\omega}=+\frac{0,12478}{\omega};$$

$$\delta^P_{34}=\frac{28+1700\cdot0,1+7246\cdot0,1^2+6494\cdot0,1^3+1380\cdot0,1^4}{1105,1172\omega}=+\frac{0,25073}{\omega};$$

$$\delta^P_{44}=\frac{35+1868\cdot0,1+12494\cdot0,1^2+16080\cdot0,1^3+6670\cdot0,1^4+780\cdot0,1^5}{1105,1172\omega}$$

$$=+\frac{0,32893}{\omega};$$

$$\delta^P_{54}=\frac{42+1357\cdot0,1+7828\cdot0,1^2+7260\cdot0,1^3+1236\cdot0,1^4}{1105,1172\omega}=+\frac{0,23831}{\omega};$$

$$\delta^P_{64}=\frac{49+510\cdot0,1-1255\cdot0,1^2-1854\cdot0,1^3-336\cdot0,1^4}{1105,1172\omega}=+\frac{0,07743}{\omega}.$$

用公式（8）計算樑在跨孔的支點縱坐標值：

$$\delta^P_{x4}=\delta^P_{m-1,4}+(\delta^P_{m4}-\delta^P_{m-1,4})\cdot u+\frac{3\alpha}{\omega}A_{m-1,4}(u-u^2)$$

$$+\frac{\alpha}{\omega}B_{m-1,4}(u-u^3).$$

跨孔 0—1 $m-1=0$，$m=1$

$$\delta^P_{x4}=\delta^P_{04}+(\delta^P_{14}-\delta^P_{04})u+\frac{3\alpha}{\omega}A_{04}(u-u^2)+\frac{\alpha}{\omega}B_{04}(u-u^3);$$

$$A_{04}=\sum_{i=0}^{i=m-1}Ri_4(m-1-i)=0;$$

$$B_{04}=\sum_{i=0}^{i=m-1}R_{i4}=R_{04}=\omega\delta^P_{04}=-0.04661.$$

由此得出：

$$\delta^P_{x4}=-\frac{0.04661}{\omega}+\frac{0.07304}{\omega}u-\frac{0.00466}{\omega}(u-u^3).$$