

T D 231.1
L-379

机械岩石破碎学

赖海辉等 编著

中南工业大学出版社

735466

内 容 简 介

本书系统地阐述了机械岩石破碎的理论基础与钻头,包括用冲击、旋转、冲击-旋转法钻凿各种钻孔(井、眼)时的岩石破碎力学和破碎机理;冲击钻孔的能量传递理论;岩石的可钻性分级原理。特别是各种冲击钻(钎)头,牙轮钻头和天井扩孔钻头,以及刮刀钻头、金刚石钻头、PDC钻头、TSP钻头和螺旋钻具等的结构性能、设计原理、使用修磨和制造常识。本书适用于在采矿、采煤、采油、采石、隧道、水电等工程部门工作的科技人员,以及钻(钎)头和钻机的设计制造人员阅读;也是采掘类高(中)等院校《岩石破碎学》的良好教材。

机械岩石破碎学

赖海辉等 编著

责任编辑:王锡范

*

中南工业大学出版社出版
湖南省地质测绘印刷厂印装
湖南省新华书店发行

*

开本: 787×1092/16 印张: 20.25 字数: 512千字 插页: 1

1991年8月第1版 1991年8月第1次印刷

印数: 0001—1000

*

ISBN 7-81020-390-8/TD·024

定价: 10.50元

前 言

广义的机械岩石破碎至少包括(1)利用冲击、旋转或冲击-旋转的机具直接破碎岩石,以形成孔(井)眼的技术;(2)利用碎石器、破碎机、球磨机、棒磨机等破碎矿石的技术;(3)利用锯、镟、刨、磨等机械加工石材的技术,它们在破碎对象、破碎原理、破碎机具和破碎结果等方面,都有很多相似的地方。例如,冲击钻孔与碎石器破大块,实质上是一回事,然而,考虑篇幅有限和学科分工,本书仅以机械钻孔(井)技术为研讨对象。

机械钻孔包括用煤电钻和凿岩机钻进炮孔和锚杆孔,利用冲击钻、潜孔钻、牙轮钻和全液压旋转或冲击钻钻进露天和地下深炮孔,利用各种旋转钻机和牙轮钻机钻进油气井、地热井或地质勘探井,利用螺旋钻和旋转钻钻进水井、水文井和管桩孔,利用天(竖)井钻机和隧(巷)道钻掘机钻进大直径井巷等,它们在采矿、采煤、采石、采油、地质勘探、隧道掘进、电站建设、土建施工,以及桥梁、港口、码头和国防建设等行业,均有非常广泛的应用;可以说,在今后相当长的时间内,仍将是这些行业赖以存在的基础,是不可缺少的生产手段。

机械岩石破碎离不开钻机、钻具(首先是钻头)和岩石。机械岩石破碎学的主要内容是岩石的破碎力学性质,岩石在机具集中载荷作用下的应力状态,岩石的破碎机理,岩石的可钻性与研磨性,由机具到岩石的功能转换、特别是冲击应力波理论,钻头的结构和参数设计,钻进参数优选,以及钻进效果的预估等,因此,以上内容中,机械岩石破碎的理论基础与钻头,将在本书内获得系统而深入的阐述。

本书的特点是:理论和实用兼顾而以实用为主;50年代以来重大历史事件的综述和最新科技成果的介绍兼容,而以80年代的最新成果介绍为主;以金属及非金属露天和地下采矿为主,兼顾煤炭、油气、地质勘探和其它采掘行业。因此,本书既适用于在采矿、采煤、采油、采石、隧道、水电、桥梁,以及钻头制造行业工作的科学、技术人员阅读;也是有关高等院校研究生及本科生的《岩石破碎学》教材。

本书是由中南工业大学的赖海辉、朱成忠、李夕兵和鞍山钢铁学院的李悦墀联合编著的。主编人是赖海辉。第一、六、七章由赖海辉执笔,第四、五章由朱成忠执笔,第二章由李悦墀执笔,第三章由李夕兵执笔,由于编著者的水平有限,错误和不当之处一定很多,欢迎读者批评指正。

目 录

第一章 机械岩石破碎的力学基础	(1)
第一节 岩石的机械破碎力学性质.....	(1)
第二节 机械岩石破碎的应力分布.....	(5)
第三节 机械岩石破碎机理.....	(15)
第二章 岩石的可钻性及分级	(43)
第一节 岩石可钻性研究的主要观点.....	(44)
第二节 岩石可钻性的测定方法.....	(46)
第三节 岩石的磨蚀性及测定.....	(65)
第四节 岩石可钻性指标与钻进速度的预估.....	(71)
第五节 分级方法与分级表.....	(78)
第三章 冲击破岩的应力波基础与应用	(93)
第一节 波的产生及其传播.....	(93)
第二节 应力波理论基础.....	(96)
第三节 冲击破岩系统的受力和效率分析.....	(122)
第四节 冲击破岩的实验技术与方法.....	(129)
第四章 冲击破岩的钻头设计	(136)
第一节 国内外钻头概况.....	(136)
第二节 钻头的受力与磨损.....	(138)
第三节 刀片状钎头的设计原理.....	(140)
第四节 柱齿钻头的设计原理.....	(159)
第五节 钻头材料的选择.....	(166)
第五章 冲击破岩的钻头制造与修磨	(179)
第一节 冲击破岩的钻头制造.....	(179)
第二节 冲击破岩钻头的修磨.....	(183)
第六章 旋转冲击破岩钻头	(192)
第一节 概述.....	(192)
第二节 典型牙轮钻头的结构及类型.....	(193)
第三节 三牙轮钻头的分类及型号.....	(218)
第四节 其他牙轮钻头的结构.....	(225)
第五节 牙轮钻头的设计原理.....	(229)
第六节 牙轮钻头的合理使用.....	(258)
第七节 大直径全断面钻进技术的发展概况.....	(269)
第八节 全断面井、巷钻进冲击-旋转破岩钻头.....	(273)
第七章 旋转切削破岩钻头	(283)
第一节 概述.....	(283)
第二节 金刚石钻头.....	(284)

第三节	刮刀钻头.....	(305)
第四节	螺旋钻头.....	(310)
第五节	旋转-切削型掘进/采矿机的切割(钻)头.....	(310)

第一章 机械岩石破碎的力学基础

第一节 岩石的机械破碎力学性质

机械岩石破碎方法，具体地说，利用多种机、具，在性能差异较大的岩、矿石内，钻凿大小不等和深浅不一的多种井、眼的方法，可以按其破碎原理划分为冲击，切削和冲击-切削三大类。每一大类都有各自适用的矿岩范围，都有独具特点而又共同遵循的破碎机理，都要求直接担任破岩任务的钻头具有合理的几何结构与尺寸，以及由钻机产生和通过钻杆施加的最优钻压、转速和扭矩，都要连续供给排除井底岩屑的足量洗井介质。一句话，都要有内外条件，特别是钻机、具，以及钻头与被钻岩石性质之间的合理匹配。

岩石的结构、构造、密度、湿度、硬度、强度、弹性、塑性、脆性、非均质性、各向异性、孔隙性、坚固性、可钻性、磨蚀性等莫不与破碎效果密切相关。不过，本节只对其中的结构，构造，非均质性，各向异性，弹、塑、脆性和强度等进行简单介绍，而将坚固性、可钻性和磨蚀性列在第二章专门介绍^[1-3]。

一、岩石的结构与构造

岩石的结构是组成岩石的矿物结晶程度、颗粒大小、形态特征和胶结状况的综合。颗粒愈细，接触愈紧，胶结愈牢，强度和硬度愈高，也愈难用机、具破碎。例如，由硅质胶结的石英微粒组成的石英岩，抗破碎能力比许多粗粒岩浆岩，包括花岗岩，闪长岩等都高。

按照组成岩石的矿物颗粒结晶程度，可将岩石分为晶质岩，非晶质岩和碎屑岩三大岩。晶质岩包括岩浆岩，变质岩和一部分沉积岩；按其晶粒大小又可细分为粗晶岩（晶粒大于1毫米），中晶岩（晶粒为1~0.1毫米），隐晶岩（晶粒为0.1~0.01毫米）和微晶岩（晶粒为0.01~0.02毫米）；非晶质岩的矿物颗粒皆在0.002毫米以下，碎屑岩则是各种岩石碎屑的胶结或机械组合，颗粒大小相差甚大。其中砾岩颗粒大于1~2毫米；砂岩，为1~0.1毫米，细砂岩为0.1~0.01毫米，泥岩，小于0.01毫米。

胶结物多均布于颗粒之间，胶结强度则依胶结物性质而异。按照胶结强度的大小，胶结物依次排列为：硅质，铁质，石灰质，泥质，泥灰质和石膏质等。岩石破碎时，其破裂面可能沿着颗（晶）粒介面，也可能横穿晶粒（见图1-1及1-2），依晶粒和胶结物的相对强度及应力性质而异。

岩石的构造是指岩石在生成时或生成后，由于地质，或动力作用产生的某些宏观现象，主要有岩浆岩的块状和流纹构造，沉积岩的层理和变质岩的片理等。块状构造对机械破碎无明显影响。流纹构造，层理和片理常给岩石造成各向异性。

二、岩石的非均质性和各向异性

岩石的非均质性和各向异性是它区别于金属材料的一种属性。

非均质性表现为岩石的物理、化学和力学性质处处不同，以及试验数据波动很大。例如，

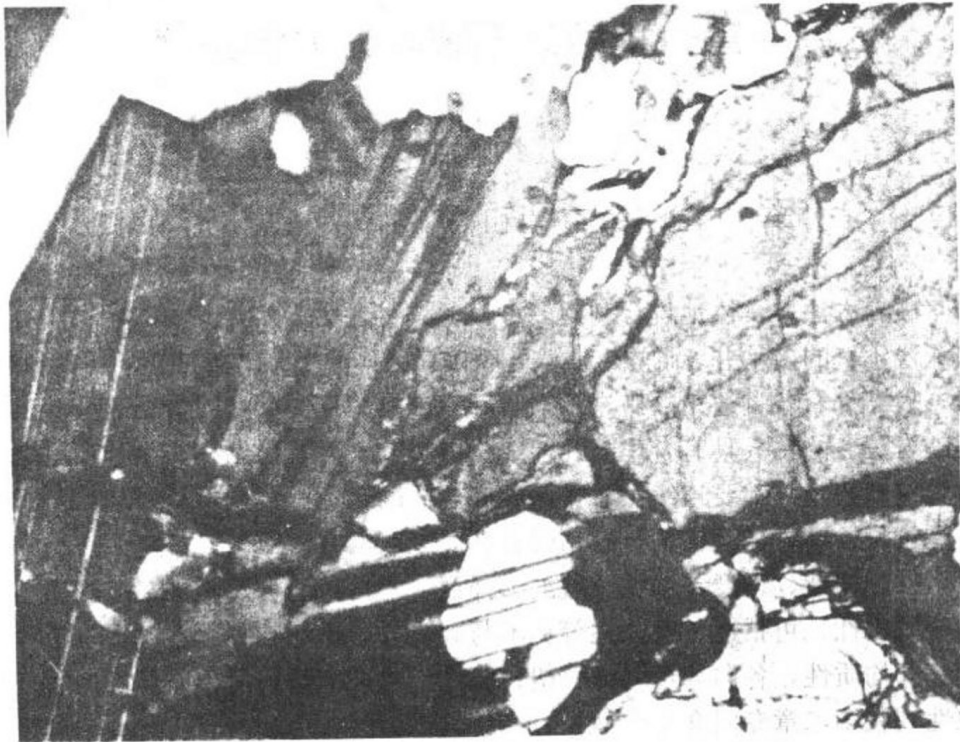


图 1-1 破碎面沿晶粒边界发展
(闪长岩, 放大 63 倍)

相同矿山, 相同岩石的抗压强度偏差系数达 15%~40%, 抗拉强度达 20%~60%; 而金属材料只有 4%~7%, 因此, 在处理岩石的试验数据时, 必须采用数理统计的方法。非均质性也给机械岩石破碎带来有利或不利影响, 当盘形滚刀在软硬不一的岩石表面滚压时, 软的地方先破碎, 硬的地方后破碎, 使滚刀出现冲击, 有利于提高破碎效率, 相反, 在软硬交错的岩石界面钻进时, 容易导致钻孔偏斜, 造成钻孔质量低劣。

各向异性普遍表现为岩石的物理—力学性能随方向变化, 但从宏观上观察, 只有层理、片理发育或者具有流纹构造的岩石才有明显的各向异性, 块状岩体则可视作各向同性。各向异性不但给钻孔速度带来一定影响, 更给钻孔偏斜带来重大影响。因为有各向异性的岩石往往在垂直或平行于构造面的方向, 有不同的力学性能和抗破碎能力。

三、岩石的原始缺陷

岩石在生成之时或生成以后都可能产生某些微小的裂纹和空(孔)洞, 以及尺寸相对较大的裂隙。它们都在一定程度上破坏了岩石的完整性和连续性, 成为机械破碎中的应力集中源, 控制应力裂纹的发生与扩展方向; 或者成为引导裂纹定向发展的自由面。特别是裂隙, 往往成为岩体与岩块性质差异的主要原因。

地质和采掘工作者常用裂隙平均间距、岩石质量指标 ($R. Q. D$) 和裂隙系数表示岩体内的裂隙数量与分布状况。

欧洲国家常沿钻井岩心或巷道壁面的纵向测量裂隙平均间距, 以此将岩石划分为裂隙平均间距小于 3~5 厘米的为极破碎岩石; 5~30 厘米的破碎岩石; 30~100 厘米的块状岩石和 100~300 厘米的整体岩石。



图 1-2 破裂面横穿晶粒内部
(闪长岩, 放大 25 倍)

岩石质量指标以下式表示:

$$R. Q. D(\%) = \text{长度不短于 10 厘米的岩心累计长度} \times 100 / \text{钻孔总长度} \quad (1-1)$$

实践表明, $R. Q. D$ 不仅取决于岩体中的裂隙数量, 也与岩石抗压强度、弹性模量、纵波速度有关, 故美国常用它作为岩体分类指标。即 $R. Q. D > 90\%$ 为优质岩体; $25\% \sim 90\%$ 为良好岩体; $50\% \sim 25\%$ 为一般岩体; $25\% \sim 30\%$ 为差的岩体; $< 25\%$ 为很差的岩体。

裂隙系数表示为:

$$K = (C/C')^2 \quad (1-2)$$

式中 C —— 在裂隙性岩体中实测的声波传播速度, m/s;

C' —— 在岩石试件内测定的声波传播速度, m/s;

K —— 岩石的裂隙系数。

$K > 0.75$, 裂隙很少, 间距 $> 80\text{cm}$, 属于整体结构; $K = 0.45 \sim 0.75$, 裂隙较多, 间距 $20 \sim 80\text{cm}$, 属块体结构; $K < 0.45$, 裂隙很多, 间距 $< 20\text{cm}$, 为碎体结构。

日本提倡这种分类。

四、岩石的弹、塑、脆性

岩石在受载过程中, 会随应力的增加产生相应的应变。

在刚性伺服压力机上, 用长径比为 $2.5 \sim 3.0$ 的圆柱形或 $5 \times 5 \times 5$ 厘米的石灰岩试样进行

单轴压缩试验时,可以获得图 1-3 所示的典型应力(σ)—应变(ϵ)曲线。图中,斜率较小的上弯形初始段为原始微裂缝闭合所致,称压实阶段;应变随应力呈比例上升的近似直线段 AB,称线弹性阶段,OA 及 AB 合称弹性变形阶段。B 点为弹性极限;斜率逐渐变小,下弯,裂缝和变形迅速发展的 BC 段,称弹、塑性变形阶段。C 点为极限抗压强度标志点,在 BC 段内任意点 P 卸载时,卸载曲线按 PQ 变化,重新加载,加载曲线按 QR 变化,PQR 称塑性滞环、QS 为弹性变形、卸载后即可消除,OQ 为塑性(或永久)变形,卸载后也不能恢复;应力随应变下降,破坏继续发展,直至最终断裂的 CD 段,称为破裂卸载阶段,在 CD 段内任一点 T 卸载时,卸载曲线按 TU 变化。重新加载,曲线按 UV 变化。类似的曲线,也可以在圆柱形或球形等压头的压入试验中获得,此时常用载荷—侵深(或压入深度)曲线代替应力—应变曲线。

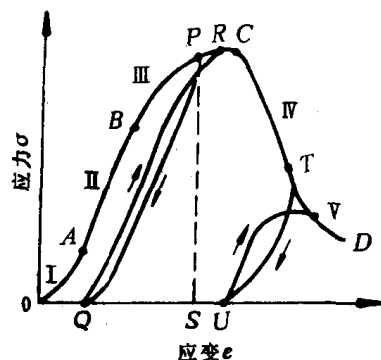


图 1-3 岩石在单轴压缩实验中的典型应力—应变曲线

岩石受载后,应变随应力成比例增加,应力消除后又恢复原来的体积和形状而不保留任何残余变形的性质,称为弹性。只有不大的应变就发生破碎的性质,称为脆性;相反,则称为塑性。超过弹性极限后立即破碎,无明显永久变形或全变形小于 3% 的称为脆性或弹—脆性破碎,具有脆性或弹脆性破碎特征的岩石称脆性或弹脆性岩石;永久变形或全变形大于 5% 的称为塑性破碎,具有塑性破碎特征的岩石称为塑性岩石;永久变形或全变形为 3%~5% 的称为塑脆性破碎,具有塑性破碎特征的岩石称为塑脆性岩石。然而,岩石的脆性和塑性是可以相互转化的,在一定条件下,脆性岩石可能转变为塑性,塑性岩石也可能表现出脆性。例如,同一种岩石在单轴压缩和拉伸时脆性大,多轴压缩时塑性大;高速冲击或动载时脆性大,准静载时塑性大;低温时脆性大,高温时塑性大,等等。

脆性破碎和塑性破碎是本质不同的两种破碎形态,破碎脆性岩石和塑性岩石所采用的方式和工具也不应相同,前者惯用冲击,后者宜用旋转切削。

岩石在弹性变形阶段内的弹性,对于研究它们在破碎以前的应力状态,非常重要。在应力分析中,岩石的弹性特征常用弹性模量 E , 剪切模量 G , 泊桑比 ν 或体积弹性模量 K 表示,联系这些弹性特征参数的纽带是式 (1-3) 和 (1-4)。

$$G = E/2(1 + \nu) \quad (1-3)$$

$$K = E/3(1 - 2\nu) \quad (1-4)$$

常见岩石的弹性模量及泊桑比见表 1-1。

表 1-1 常见岩石的弹性模量 E 及泊桑比 ν

岩 石	E , (MPa)	ν	岩 石	E , (MPa)	ν
粘 土	294.2	0.38~0.45	花岗岩	25,497~58,840	0.26~0.29
致密泥岩		0.25~0.35	玄武岩	58,840~98,066	
页 岩	14,710~24,517	0.10~0.20	石英岩	73,550~98,066	
砂 岩	32,362~76,492	0.30~0.35	王长岩	66,685	0.25
石灰岩	12,749~83,356	0.28~0.33	闪长岩	68,646~98,066	0.25
大理岩	38,246~90,221		辉绿岩	68,646~107,873	0.25
白云岩	20,594~161,809	0.26~0.29	岩 盐		0.44

五、岩石的强度

岩石抵抗外载破坏的能力称岩石强度。

在单轴试验条件下,岩石的抗压强度(σ_c)最大,依次为抗剪强度(σ_s),抗弯强度(σ_b)和抗拉强度(σ_t),它们的比率见下表。因此,在选择破岩方式和设计钻头时,应充分利用岩石强度的这一特点,以期获得最低的破碎比功和最高的破碎效率。

表 1-2 岩石单轴抗压强度 σ_c 与其它强度的比值

典型岩石	抗压强度 σ_c	抗剪强度 σ_s	抗弯强度 σ_b	抗拉强度 σ_t
花岗岩	1	0.09	0.03	0.02~0.04
砂岩	1	0.10~0.12	0.06~0.20	0.02~0.05
石灰岩	1	0.15	0.06~0.10	0.04~0.10

岩石的最低破碎应力依有关强度理论确定,最优应力由试验确定,典型岩石强度见下表。

表 1-3 岩石的单轴抗压强度(σ_c),抗剪强度(σ_s)和抗弯强度(σ_b)

岩石	σ_c , (MPa)	σ_s , (MPa)	σ_b , (MPa)
粗砂岩	139.0	5.0	
中粒砂岩	148.0	5.1	
细砂岩	181.4	7.8	
页岩	13.7~59.8	1.7~7.8	
泥岩	17.6	3.1	
石膏	16.7	1.9	
安山岩	96.7	5.7	9.4
白云岩	159	6.8	11.6
石灰岩	135	8.9	14.2
花岗岩	162.8	11.8	19.4
正长岩	211	14.0	21.7

在三轴压缩下,岩石的塑性普遍增大,且能出现从脆性到塑性的全转变。确定塑—脆性转变的临界围压值,对于深井钻进有着十分重要的意义。随着围压的增加,强度、弹模、剪模、泊桑比,破碎总能耗和破碎前的变形量(见表 1-4)均相应增加。

表 1-4 岩石在围压下的塑性变形

岩石	破碎前的变形量(%)		岩石	破碎前的变形量(%)	
	围压=100MPa 时	围压=200MPa 时		围压=100MPa 时	围压=200MPa 时
石英砂岩	2.9	3.8	砂岩	25.8	28.9
白云岩	7.3	13.0	石灰岩	29.1	27.2
硬石膏	7.0	22.3	页岩	15.0	25.0
大理岩	22.0	28.8	岩盐	28.8	27.5

第二节 机械岩石破碎的应力分布

机械破岩方法可以大体分为三类(图 1-4):

(1)冲击破岩 包括金属及非金属矿山用凿岩机、潜孔钻机和钢丝绳冲击钻机钻孔;以及用碎石机破碎大块等。前者称为冲击钻孔,主要破岩工具是刀片或柱齿形硬质合金钻头。

(2) 切削破岩 包括煤炭、石油、建材及建筑等行业的用煤电钻、刮刀钻头、金刚石钻头或人造金刚石聚晶复合片钻头、和螺旋钻具钻井；以及用截煤机、掘进机和圆盘锯机等切削破碎煤、岩。前者称为旋转切削钻进，主要破岩工具是硬质合金或金刚石聚晶片等做成的钻头。

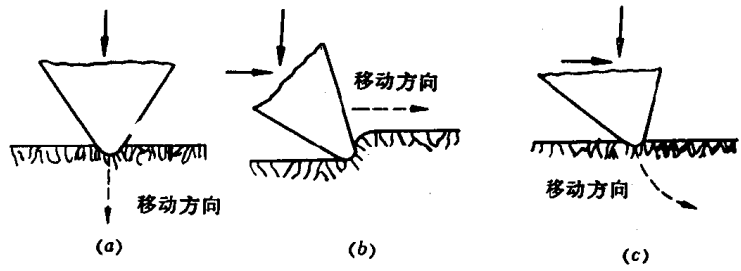


图 1-4 机械破岩方法分类
(a)-冲击破岩； (b)-切削破岩；
(c)-冲击-切削联合破岩

(3) 冲击-切削破岩 包括地质、采油、采矿、采石等部门的用牙轮钻机钻井和全断面井巷钻机掘进，主要破岩工具是各种滑移型牙轮钻头和钻(掘)进机刀头。

冲击破岩属于脆性破碎，尽管也适用于软岩，但主要适用于中硬和中硬以上的弹-脆性岩石；切削破岩主要属于脆性破碎，尽管也可以用来破碎最坚硬的岩石，但主要适用于中硬和中硬以下岩石，特别是软塑性岩石。

冲击破岩时，直接接触和破碎岩石的是钻头上的楔形硬质合金片，或头部呈球形、锥形、锥球形、楔形等的硬质合金柱齿；切削岩石时，直接接触和破碎岩石的是钻头和刀头上的扁形或镐形硬质合金截齿，以及人造金刚石聚晶切削块。

因此，在分析机械破岩中受载岩石的应力分布时，通常以球形、柱齿和楔块硬质合金片为代表，并且假定岩石是均质的，各向同性或各向异性弹性体，其理论基础是布西涅斯克(Boussinesq J V)弹性问题解及捷尔拉德(Gerrad C M)边界积分方程。

一、分析破岩应力的理论基础

1 布西涅斯克问题^[4-5]。

布西涅斯克问题实质上就是在各向同性弹性半无限岩体边界上受集中力 F 作用的应力场解，因为是轴对称的，采用圆柱坐标 (r, θ, z) 表示如图 1-5。

各应力的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\varphi\varphi} &= \frac{F}{2\pi} \left\{ (1-2\nu) \left[\frac{1}{r^2} - \frac{Z}{r^2} (r^2+z^2)^{-\frac{1}{2}} \right] - 3r^2 z (r^2+z^2)^{-\frac{5}{2}} \right\} \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{F}{2\pi} (1-2\nu) \left[-\frac{1}{r^2} + \frac{z}{r^2} (r^2+z^2)^{-\frac{1}{2}} + z (r^2+z^2)^{-\frac{3}{2}} \right] \\ \sigma_{zz} &= -\frac{3F}{2\pi} z^3 (r^2+z^2)^{-5/2} \\ \sigma_{rz} = \sigma_{zr} &= -\frac{3F}{2\pi} r z^2 (r^2+z^2)^{-5/2} \\ \sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

由于 $r^2+z^2=R^2$, $r=R \sin\varphi$, $Z=R \cos\varphi$, 经过整理上面诸式以可表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r\varphi} &= \frac{F}{\pi R^2} \left[\left(\frac{1-2\gamma}{4} \right) \sec^2 \frac{\varphi}{2} - \frac{3}{2} \cos \varphi \sin^2 \varphi \right] \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{F}{\pi R^2} \left[\left(\frac{1-2\gamma}{2} \right) \left(\cos \varphi - \frac{3}{2} \sec^2 \frac{\varphi}{2} \right) \right] \\ \sigma_{zz} &= \frac{F}{\pi R^2} \left[-\frac{3}{2} \cos^3 \varphi \right] \\ \sigma_{r_z} = \sigma_{r_z} &= \frac{F}{\pi R^2} \left[-\frac{3}{2} \cos^2 \varphi \sin \varphi \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

其中主应力 σ_{11} 和 σ_{33} 均在 θ 为常量的对称平面内, 它们与试样表面的角度由下式确定:

$$\tan 2\alpha = 2\sigma_{r_z} / (\sigma_{zz} - \sigma_{rr}) \quad (1-7)$$

第三个主应力 σ_{22} 处处与对称平面垂直。

按 $\sigma_{11} > \sigma_{22} > \sigma_{33}$ 标定各主应力方向, 并且注意到在 $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ 范围内, 所有 $\sigma_{r_z} \leq 0$, 于是可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma_{rr} \sin^2 \alpha + \sigma_{zz} \cos^2 \alpha - 2\sigma_{r_z} \sin \alpha \cos \alpha \\ \sigma_{22} &= \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{33} &= \sigma_{rr} \cos^2 \alpha + \sigma_{zz} \sin^2 \alpha + 2\sigma_{r_z} \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

相应的主剪应力如式(1-9), 方向与主应力成 45° 角:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{13} &= \frac{1}{2} (\sigma_{11} - \sigma_{33}) \\ \tau_{12} &= \frac{1}{2} (\sigma_{11} - \sigma_{22}) \\ \tau_{23} &= \frac{1}{2} (\sigma_{22} - \sigma_{33}) \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

三轴压缩应力为

$$P = -\frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (1-10)$$

公式(1-5)到(1-10)中, 减号表示压应力, 加号表示拉应力, 其通式为

$$\sigma_{ij} = (F/\pi R^2) [F_{ij}(\varphi)] \gamma \quad (1-11)$$

亦即, 在泊桑比为 γ 的均质半无限弹性岩体介面作用一集中点载荷 F 以后, 其弹性应力场内的诸应力分量 σ_{ij} 都等于 $(F/\pi R^2) \gamma$ 乘以独立的角函数 $F_{ij}(\varphi)$, 当 $\gamma = 0.25$ 时, 它们的分布特性分别如图1-6至1-8所示。

由图可见, 主应力 σ_{11} 和 σ_{33} 均位于通过法向加载轴的对称平面内, 其中 σ_{11} 处处为拉应力, σ_{33} 处处为压应力; σ_{22} 为环形分布应力, 在作

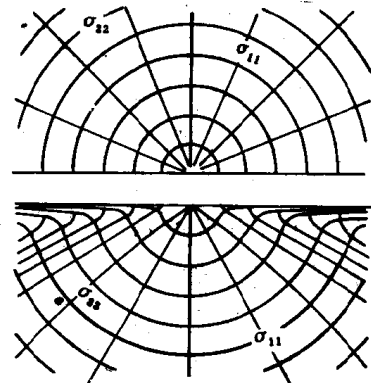


图1-6 布西涅斯克弹性应力场的主应力轨迹 (上——俯视图, 下——侧视图)

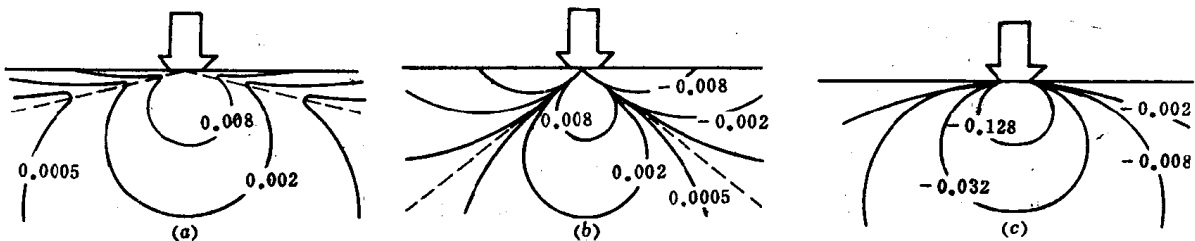


图1-7 布西涅斯克弹性应力场的主应力等高线(a)—— σ_{11} , (b)—— σ_{22} , (c)—— σ_{33}

用点下方 $\varphi < 51.8^\circ$ 的锥形区内为拉应力, 锥形区外为压应力。主应力大小见图 1-8a, 最大剪应力 τ_{12} (见虚线部分)、 τ_{13} 及三轴压缩应力 p 的大小见图 1-8b, 它们仅图示了公式(1-11)中的 $F_{ij}(\varphi)$ 值。请注意, 在 $\varphi > 77.2^\circ$ 的接近加载表面的区域内, $\sigma_{33} > \sigma_{22}$, 由 τ_{12} 取代 τ_{13} 成为最大剪应力。在有利的初始条件下, 拉应力可能大到足以维持脆性裂缝的程度, 然而, 不仅主剪应力和三轴压缩应力, 还有拉应力, 都对泊桑比 ν 的数值非常敏感, 当 $\nu = 0.5$ 时, 拉应力分量完全消失, 这意味着在 $\nu = 0.2 \sim 0.5$ 的范围内, 岩石从典型的脆性破坏转变为典型的塑性破坏, $\nu = 0.25$ 可能属于脆性破坏的下限。

另外, 从公式(1~15)~(1~21)不难看出:

(1) 各应力分量均随 R 的增大而迅速减小, 且当 $R \rightarrow \infty$ 时趋近于零;

(2) 当 $R \rightarrow 0$ 时, 各应力分量均趋向于无限大。这当然是不可能的, 事实上, 从岩石破碎的角度出发, 既不会有持久和真正的点载荷, 也不可能巨大的应力场内保持岩石的弹性稳定而不出现塑性破坏, 因此, 在通式(1-11)中, 最好以 $F_0 = F/(\alpha\pi a^2)$ 取代 $F/(\pi R^2)$, 式中 α ——决定于加载具几何形状的无量纲常数; a ——钝加载具与被加载岩石的接触半径。根据维南、圣(Venant St)原理, 当 $R \gg a$ 时, 这些公式仍可适用。

2 捷尔拉德边介积分方程^{[6],[7]}

Gerrad C M 在文献

[6]中, 详细分析了双向(交叉)异性均质弹性半(或全)空间内, 由点载荷或概括的圆载荷形成的应力场内, 应力、应变及位移的全部解, 如图 1-9a 所示, 该分析空间的横向及深度无限延伸, 平行于加载平面的自由表面与加载平面的距离 Z_0 为有限值时, 属于半空间 Mindlin 问题; 而在特殊情况下, 当

$Z_0 \rightarrow \infty$ 时, 属于全空间 Kelvin 问题。圆柱坐标系的原点取在载荷圆的中心(见图 1-9b), 其 Z 轴垂直向下, r 轴径向朝外, θ 为一水平角, 按顺时针方向测量, 假定弹性对称轴垂直, 以应变表示的应力为

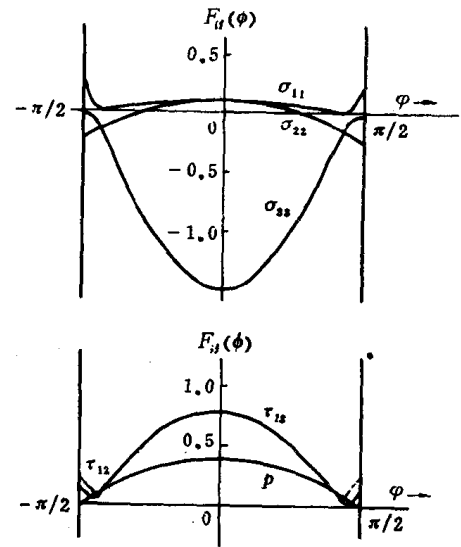


图 1-8 布西涅斯克弹性应力场的独立角变量(上——主应力 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ 的角变量; 下——最大主剪应力 τ_{12}, τ_{13} 及三轴压应力中的角变量), 应力单位为 $F_0 = F/\pi a^2$, a ——“接触半径”。

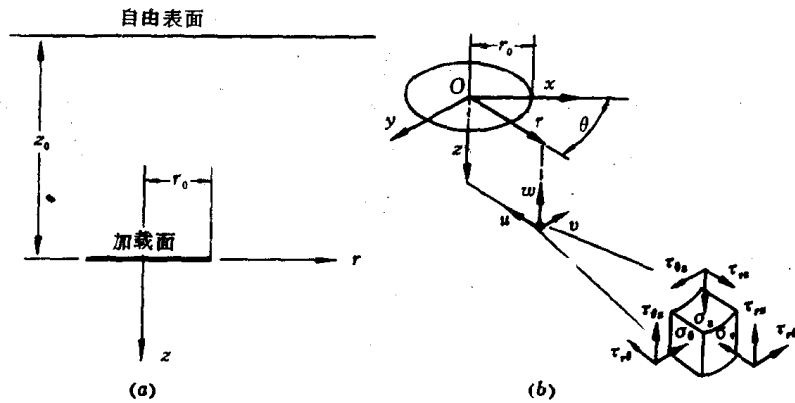


图 1-9 表示加载面积与自由面的横截面图(a)及圆载荷圆柱坐标图(b)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr} &= a \cdot \varepsilon_{rr} + b \cdot \varepsilon_{\theta\theta} + c \cdot \varepsilon_{zz} \\ \sigma_{\theta\theta} &= b \cdot \varepsilon_{rr} + a \cdot \varepsilon_{\theta\theta} + c \cdot \varepsilon_{zz} \\ \sigma_{zz} &= c \cdot \varepsilon_{rr} + c \cdot \varepsilon_{\theta\theta} + d \cdot \varepsilon_{zz} \\ \tau_{rz} &= f \cdot \varepsilon_{rz} & \tau_{\theta z} &= f \cdot \varepsilon_{\theta z} \\ \tau_{r\theta} &= (a-b) \cdot \varepsilon_{r\theta} \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

以应力表示的应变为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= (1/E_h) \cdot \sigma_{rr} - (\gamma/E_h) \cdot \sigma_{\theta\theta} - (\gamma_{rh}/E_v) \cdot \sigma_{zz} \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= -(\gamma_h/E_h) \cdot \sigma_{rr} + (1/E_h) \cdot \sigma_{\theta\theta} - (\gamma_{vh}/E_v) \cdot \sigma_{zz} \\ \varepsilon_{zz} &= -(\gamma_{hv}/E_h) \cdot \sigma_{rr} - (\gamma_{hv}/E_h) \cdot \sigma_{\theta\theta} + (1/E_v) \cdot \sigma_{zz} \\ \varepsilon_{rz} &= (1/F_v) \cdot \tau_{rz} & \varepsilon_{\theta z} &= (1/F_v) \cdot \tau_{\theta z} \\ \varepsilon_{r\theta} &= [(1+\gamma_h)/E_h] \cdot \tau_{r\theta} \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

以上各式中,使用了两组独立的弹性常量,即 a, b, c, d, f 或 $E_h, E_v, G, \gamma_h, \gamma_{hv}$, 它们的相互关系为

$$\left. \begin{aligned} a &= E_h \cdot (1 - \gamma_{hv} \cdot \gamma_{vh}) \cdot (1 + \gamma_h)^{-1} \cdot (1 - \gamma_h - 2 \cdot \gamma_{hv} \cdot \gamma_{vh})^{-1} \\ b &= E_h \cdot (\gamma_h + \gamma_{hv} \cdot \gamma_{vh}) \cdot (1 + \gamma_h)^{-1} \cdot (1 - \gamma_h - 2 \cdot \gamma_{hv} \cdot \gamma_{vh})^{-1} \\ c &= E_h \cdot \gamma_{vh} \cdot (1 - \gamma_h - 2 \cdot \gamma_{hv} \cdot \gamma_{vh})^{-1} \\ d &= E_h \cdot \gamma_{vh} \cdot (1 - \gamma_h) \gamma_{hv}^{-1} \cdot (1 - \gamma_h - 2 \cdot \gamma_{hv} \cdot \gamma_{vh})^{-1} \\ f &= G \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

由位移 u, v, w 表示的应变分量为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r} & \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \theta} \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} & 2\varepsilon_{rz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \\ 2\varepsilon_{\theta z} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} & 2\varepsilon_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

在以上各式中:

E ——弹性模量。下标: h ——水平方向, v ——垂直方向, 余类推; γ ——泊桑比。下标: h ——水平方向, v ——垂直方向, 余类推; G ——剪切弹性模量。

在上述基础上,运用积分变换法,可以求得全部应力、应变及位移解^[10-11],然而,鉴于结果的复杂性,在此不再一一列举。

Gerrad C M 和 Wardle L J 还在文献^[9]内,利用边界积分方程法,求解分析了图1-10所示的应力场内的应力、应变和位移,在此,半空间为一均质弹性

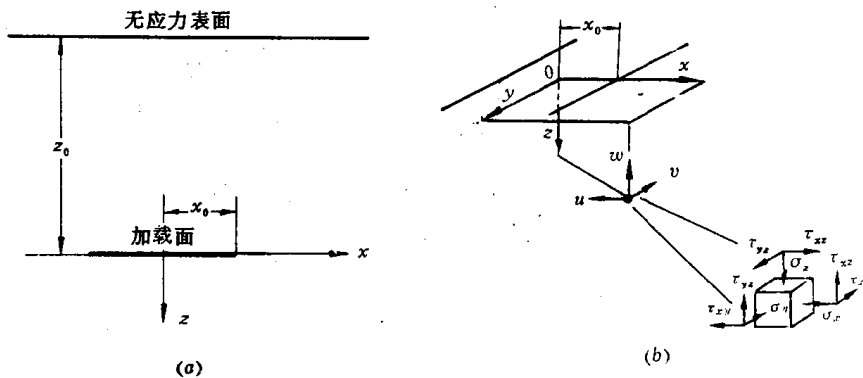


图1-10 表示加载面积与应力自由面的横截面(a)及 Cartesian 坐标系(b)

体,横向及深度无限延伸,作用力为一沿着水平面分布的集中线载荷或概括化条形载荷,弹性体有三个相互垂直的弹性对称平面,这些对称平面的法线被假定为平行于 x, y, z 方向,条形载荷的方向为垂直向下,应力自由面为一距加载平面 Z_0 的水平面,当 $Z_0 \rightarrow \infty$ 时即为特例——全空间。

由于条形载荷在 y 向无限延伸,直接应变 $\varepsilon_{zz} = 0$,以应变表示的应力

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= a \cdot \varepsilon_{xx} + c \cdot \varepsilon_{zz} \\ \sigma_y &= b \cdot \varepsilon_{xx} + e \cdot \varepsilon_{zz} \\ \sigma_z &= c \cdot \varepsilon_{xx} + d \cdot \varepsilon_{zz} \\ \tau_{xz} &= f \cdot \varepsilon_{xz} \\ \tau_{xy} &= g \cdot \varepsilon_{xy} \\ \tau_{yz} &= h \cdot \varepsilon_{yz} \end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

在八个独立的弹性常数中, a, b, c, d, e 五个使直接应力与直接应变相关; f, g, h 三个使剪应力与剪应变相关。直接应变可用弹性模量 E (下标 x, y, z 表示方向) 及泊桑比 ν (下标表示方向) 表示为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \sigma_x / E_x - \nu_{yx} \cdot (\sigma_y / E_y) - \nu_{zx} \cdot (\sigma_z / E_z) \\ \sigma_{yy} = 0 &= -\nu_{xy} \cdot (\sigma_x / E_x) + \sigma_y / E_y - \nu_{zy} \cdot (\sigma_z / E_z) \\ \varepsilon_{zz} &= -\nu_{zx} \cdot (\sigma_x / E_x) - \nu_{yz} \cdot (\sigma_y / E_y) + \sigma_z / E_z \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

a, b, c, d, e 与弹性模量及泊桑比之间的相互关系为

$$\left. \begin{aligned} a &= (E_x / D_1) (1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yz}) \\ b &= (E_x / D_1) (\nu_{xz} \cdot \nu_{yz} + \nu_{yz}) = (E_y / D_1) (\nu_{xz} \cdot \nu_{zy} + \nu_{zy}) \\ c &= (E_x / D_1) (\nu_{yx} \cdot \nu_{zy} + \nu_{zy}) = (E_z / D_1) (\nu_{xy} \cdot \nu_{yz} + \nu_{yz}) \\ d &= (E_x / D_1) (1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yz}) \\ e &= (E_y / D_1) (\nu_{xz} \cdot \nu_{zy} + \nu_{zy}) = (E_z / D_1) (\nu_{yx} \cdot \nu_{yz} + \nu_{yz}) \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

在此 $D_1 = 1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yz} - \nu_{yz} \cdot \nu_{zy} - \nu_{zx} \cdot \nu_{xz} - 2\nu_{xy} \cdot \nu_{yz} \cdot \nu_{zx}$, 相应的应变分量为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} & 2\varepsilon_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} & 2\varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} & 2\varepsilon_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

对于双向(交叉)异性岩石,若垂直轴为弹性对称轴,则

$$\left. \begin{aligned} a &= (E_h / D_2) (1 - \nu_{vh} \cdot \nu_{hv}) \\ b &= (E_h / D_2) (\nu_{vh} \cdot \nu_{hv} + \nu_h) \\ c &= (E_h / D_2) \nu_{vh} (1 + \nu_h) = (E_v / D_2) \nu_{hv} (1 + \nu_h) \\ d &= (E_v / D_2) (1 - \nu_h^2) \\ e &= c \\ g &= (a - b) = E_h / (1 + \nu_h) \\ h &= f \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

式中 $D_2 = (1 + \gamma_k)(1 - \gamma_k - 2\gamma_{kr}\gamma_{rk})$ 对于各向同性岩石

$$\left. \begin{aligned} a &= E(1 - \gamma) / [(1 + \gamma)(1 - 2\gamma)] \\ b &= E\gamma / [(1 + \gamma)(1 - 2\gamma)] \\ c &= b \\ d &= a \\ e &= b \\ f &= g = h = a - b = E / (1 + \gamma) \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

在以上各式中,规定压缩应力和压缩应变为正;正剪应力则是应力和应变张量均服从右手规则的应力;在负坐标方向的位移为正。

二、岩石在球齿作用下的应力分布^[2,8]

分析球齿作用下的岩体应力分布时,一般引用赫兹(Hertz Heinrich)弹性接触理论。

假定有一各向同性、线弹性半无限岩体表面,通过半径为 r 的光滑球齿施加一集中载荷 F ,并且随岩石弹变和球齿的下陷,很快由点载荷发展成为以可变半径 a 为接触平面的圆载荷,这个接触平面就叫压力面,而包围压力面的边缘叫压力边缘,见图1-11,取 E 、 E' 分别表示岩石及球齿的弹性模量, γ 及 γ' 分别表示它们的泊桑比,则弹性接触半径 a 按下式计算。

$$a = \left(\frac{4KF r}{3E} \right)^{-\frac{1}{3}} \quad (1-22)$$

式中 K ——无量纲常数

$$K = \frac{9}{16} \left[(1 - \gamma^2) + (1 - \gamma'^2) \frac{E}{E'} \right] \quad (1-23)$$

球齿与岩石之间相互接近的距离为

$$Z = \left[\left(\frac{4K}{3E} \right)^2 \cdot \frac{F}{r} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (1-24)$$

接触圆内的载荷分布及性质为半球形分布的压应力,见图1-12。

如果在比例尺上用长度 a 来表示球心压力 q_0 ,则压力面上的压力分布为

$$q = \frac{3}{2} \frac{F}{\pi a^2} \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{a}} = q_0 \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{a}} \quad (1-25)$$

当 $r = a$ 时, $q = 0$;

$$\text{而当 } r = 0 \text{ 时, } q = q_0 = \frac{3F}{2\pi a^2} \quad (1-26)$$

式中 r ——某点与压力面中心的距离。

以单元面积 $dA = 2\pi r dr$ 上的压力 $q dA$,代替公式(1-5)中的集中载荷 F ,便可将圆载荷下的布西涅斯克解改写成微分的形式:

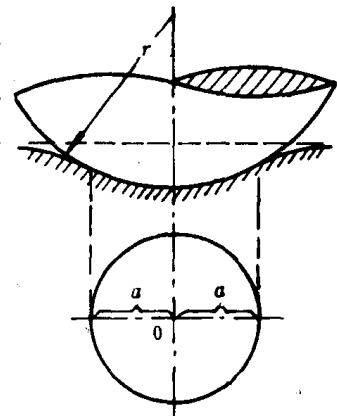


图1-11 赫兹弹性接触示意图

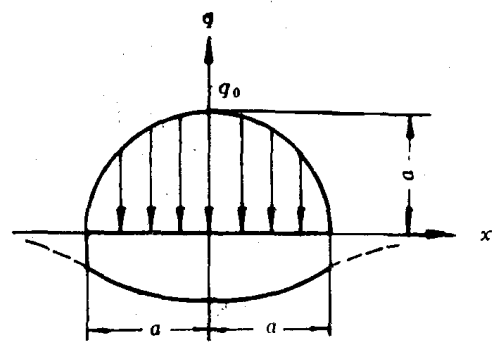


图1-12 接触圆内的压力分布

$$\left. \begin{aligned} d\sigma_{zz} &= -\frac{3z^2}{2\pi}(r^2+z^2)^{-5/2}q \cdot dA \\ d\sigma_{rr} &= \frac{1}{2\pi} \left\{ (1-2\gamma) \left[\frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2}(r^2+z^2)^{-1/2} \right] - 3r^2z(r^2+z^2)^{-5/2} \right\} q dA \\ d\sigma_{\theta\theta} &= \frac{1}{2\pi} (1-2\gamma) \left[-\frac{1}{r^2} + \frac{z}{r^2}(r^2+z^2)^{-1/2} + z(r^2+z^2)^{-3/2} \right] \cdot q \cdot dA \end{aligned} \right\} \quad (1-27)$$

将 $d\sigma_{zz}$ 积分得
$$\sigma_{zz} = -\int_0^a \frac{3z^2}{2\pi}(r^2+z^2)^{-5/2}q_0 \frac{(a^2-r^2)^{1/2}}{a} \cdot 2\pi r dr = -q_0 \frac{a^2}{a^2+z^2} \quad (1-28)$$

同样,用微分应力叠加并积分得:

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = -(1+\gamma) \cdot q_0 \left(1 - \frac{z}{a} \tan^{-1} \frac{a}{z} \right) + \frac{q_0}{2} \cdot \frac{a^2}{a^2+z^2} \quad (1-29)$$

在此基础上,也可以求出相应的主应力 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$, 主剪应力 $\tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23}$ 和三轴压缩应力 p

1904年,Huber 延伸赫兹的分析,并导出全部应力场解

$$\frac{\sigma_{ij}}{F_0} = \left[g_{ij} \left(\frac{\rho}{a} \cdot \frac{z}{a} \right) \right] \gamma \quad (1-30)$$

式中 ρ ——接触圆或压力边缘以外任意点的径向距离, $\rho \geq a$;

F_0 ——平均接触压力。

$$F_0 = \frac{F}{2\pi a^2} \quad (1-31)$$

在此 α ——反映加载球齿几何学的无量纲常数,对于轴对称球齿,取 $\alpha=1$ 。

象图1-6和1-7一样,根据公式(1-30),也可以作出赫兹应力场内三个主应力 σ_{11}, σ_{22} 和 σ_{33} 的轨迹及应力等高线图,见图1-13、1-14。这次取泊桑比 $\gamma=0.33$ 。

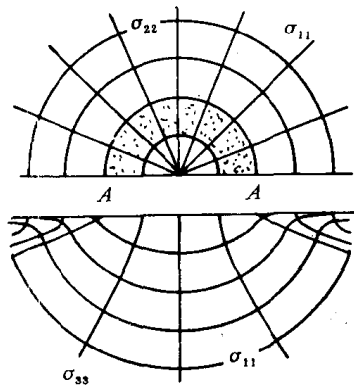


图1-13 赫兹应力场的主应力轨迹

· 上图——俯视图,下图——侧视图,
· $\gamma=0.33$ A-A表示接触圆直径)

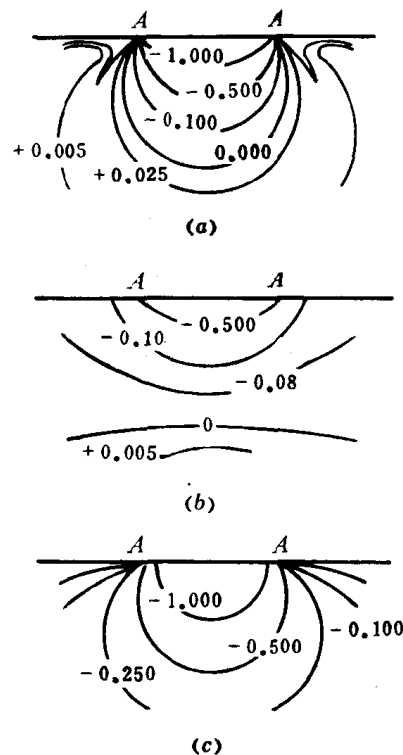


图1-14 赫兹应力场的主应力等高线

(a)—— σ_{11} , (b)—— σ_{22} , (c)—— σ_{33} ; $\gamma=0.33$,

A-A——接触圆直径;单位 $F_0 = \frac{F}{2\pi a^2}$)