

882913

管理应用数学基础(三)
概率论与数理统计

刘生锋 主编

西南交通大学出版社

管 理 应 用 数 学 基 础 (三) ,

概率论与数理统计

刘生锋 主编

西南交通大学出版社

内 容 简 介

本书是《管理应用数学基础》的第三分册。全书共分十章，前五章为概率论部分，后五章为数理统计部分，讲述了概率统计的基本内容和方法。每一概念都从实际引入，深入浅出，叙述清楚，简明易懂，难点内容形象直观，应用方法条理化，习题形式多样且附有答案，每章有小结，体现了成人学习的特点。可供各类成人高等院校、函大、电大学生使用，也可作为工程技术人员的自学用书。

本书按照 52~74 学时编写，具有弹性，各类成人高等院校可依照所给学时数选学有关内容。

管理应用数学基础 (三) 概率论与数理统计 GAILULUN YU SHULI TONGJI

刘生锋 主编

西南交通大学出版社出版
(四川 峨眉)

四川省新华书店发行
西南交通大学出版社印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 12.125

字数: 268 千字 印数: 1—11 000 册

1988 年 10 月第一版 1988 年 10 月第一次印刷

ISBN 7—81022—050—0/O 010

定价: 2.60 元

序 言

《管理应用数学基础》是根据国家教委、国家经委〔1987〕708号《关于经济管理干部学院制订二年制专科教学计划的几点意见》精神,按照1987年7月经委系统管理干部学院院校际数学研究会首届代表大会(有来自全国26个省市70余所院校的83名代表参加)在北京制订的《数学教学大纲》编写的一套系列教材。

全套书共分四册,是按照168~290总学时编写的,具有一定弹性,反映各类成人高校对数学的最低要求和最高要求。其中第一册《微积分》(70~140学时)、第二册《线性代数》(26~40学时)、第三册《概率论与数理统计》(52~74学时)、第四册《线性规划》(20~36学时)。

全套书贯彻教委指示——既坚持专科标准,又体现成人教育的特点。力求深入浅出、通俗易懂,便于自学;每一概念都从实例引入,使用方法条理化,难点内容形象直观;每章附有小结和各种类型的习题并附有答案。此套书适合各类成人院校,包括函大、电大学生使用,也可作为管理、工程技术人员自学之用。

参加本套教材编写的人员:第一册有马兴波(主编)、刘身和、刘维汉、孙富、朱敏超、周峰、周兴模、薄幼培;第二册有董大儒(主编)、孟斌(副主编)、田书京、刘进良、攸攸、陈银英、黄谋义、缪立勤;第三册有刘生锋(主

780.01/07

编)、朱少义(副主编)、马安丽、王欣、陈森、陈士彤、武布、夏登魁、赵广林;第四册有谭荣刚(主编)、王宝才、杨融盛、武汉、张文如、张郁文。

全套书由理事长刘生锋(陕西省工业管理干部学院),副理事长董大儒(铁道部太原运输管理干部学院)任总主编;孟斌(上海经济管理干部学院)、谭荣刚(北京水利电力管理干部学院)、马兴波(四川省经济管理干部学院)、朱少义(黑龙江省工交管理干部学院)参加审稿工作。

由于我国幅员辽阔,成人高校尤其是管理干部院校成立时间不长,尽管有些人编写了一些教材,但由于缺乏统一大纲为指导,无法系统地进行总结和研究,要编写一套各类成人高校都适用的教材,有很多困难。加之学会刚刚成立,经验不足、时间紧迫,书中定有许多缺点和错误,故这套书只能作为试用教材。恳请各兄弟院校教师和读者,在试用过程中提出宝贵意见,以便再版时进行修改和补充,尽量使这套教材适合我国成人教育的要求。

国家经委系统管理干部学院
校际数学研究委员会

目 录

绪 论	1
第一章 随机事件及其概率	4
第一节 随机事件及其概率	4
一、随机事件	4
二、随机事件的概率	6
第二节 古典概型	8
第三节 事件的关系及运算	12
一、事件的关系及运算	12
二、事件的运算规律	15
第四节 加法公式	16
第五节 条件概率、乘法公式与事件的独立性	
.....	20
一、条件概率	20
二、乘法公式	23
三、事件的独立性	25
第六节 全概率公式	31
一、全概率公式	31
二、逆概率公式	34
第七节 独立试验序列的概型	35
小 结	38
习 题	42

第二章 随机变量及其概率分布	47
第一节 随机变量的概念	47
第二节 离散型随机变量	49
第三节 连续型随机变量	51
第四节 分布函数与随机变量函数的分布	54
一、随机变量的分布函数	54
二、随机变量函数的分布	57
第五节 几种重要的分布	60
一、二项分布	60
二、泊松 (Poisson) 分布	62
三、指数分布	63
四、正态分布	64
小 结	68
习 题	71
第三章 随机变量的数字特征	76
第一节 数学期望	76
一、数学期望的概念	76
二、几种常用分布的数学期望	78
三、随机变量函数的数学期望	81
四、数学期望的性质	82
第二节 方 差	83
一、方差的概念	83
二、几种常用分布的方差	86
三、方差的性质	88
小 结	89

习 题	91
第四章 随机向量及其分布	94
第一节 随机向量的概念	94
第二节 随机向量的(联合)分布与边缘分布	95
一、二维离散型随机向量的联合分布	95
二、二维连续型随机向量的联合分布	97
三、边缘分布	100
四、条件分布	105
五、随机变量的相互独立性	110
第三节 二维随机向量函数的分布	112
第四节 随机向量的数字特征	118
一、二维随机向量函数的均值公式	118
二、均值与方差的性质	119
三、协方差与相关系数	122
第五节 关于 n 维随机向量	122
一、联合密度与边缘密度	123
二、独立性	124
三、 n 维随机向量函数的分布	124
四、数字特征	124
小 结	127
习 题	129
第五章 大数定律和中心极限定理	138
第一节 大数定律的概念	138
第二节 车贝晓夫 (Чебышев) 不等式	138

第三节	车贝晓夫大数定律和贝努里 (Bernoulli)	
	大数定律.....	140
第四节	中心极限定理.....	143
小 结		145
习 题		147
第六章	统计估值	148
第一节	数理统计的基本概念.....	148
一、	总体与样本.....	148
二、	样本统计量.....	150
第二节	几个常用统计量及其分布.....	153
一、	样本均值 $\bar{\xi}$ 的分布.....	154
二、	χ^2 —分布.....	155
三、	t —分布.....	158
四、	F —分布.....	161
第三节	总体期望和方差的点估计.....	163
第四节	极大似然估计法.....	168
第五节	评价估计量好坏的标准.....	173
一、	估计的无偏性.....	174
二、	有效性.....	175
三、	一致性.....	176
第六节	期望、方差的置信区间.....	176
一、	总体期望 $E\xi$ 的区间估计.....	177
二、	总体方差 $D\xi$ 的区间估计.....	182
小 结		185
习 题		188

第七章 假设检验	192
第一节 假设检验的概念	192
一、假设检验的基本思想.....	192
二、假设检验的步骤.....	194
三、两类错误.....	195
第二节 一个正态总体的假设检验	195
一、已知方差 σ^2 , 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$	196
二、未知方差 σ^2 , 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$	197
三、未知期望 μ , 检验假设 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$	199
四、未知期望 μ , 检验假设 $\sigma^2 < \sigma_0^2$	201
第三节 两个正态总体的假设检验	203
一、已知 σ_1^2 、 σ_2^2 , 检验假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2$	204
二、未知 σ_1^2 、 σ_2^2 , 但知二者相等, 检验假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2$	205
三、未知 μ_1 、 μ_2 , 检验假设 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$	207
四、未知 μ_1 、 μ_2 , 检验假设 $H_0: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	209
第四节 总体分布的假设检验	211
小 结	219
习 题	219
第八章 方差分析	223
第一节 单因素方差分析	223
第二节 双因素方差分析	235
一、双因素无重复试验的方差分析.....	235
二、双因素重复试验的方差分析.....	247
小 结	252

习 题	253
第九章 回归分析	258
第一节 一元线性回归分析	259
一、一元线性回归方程的建立	259
二、线性关系的显著性检验	265
第二节 利用回归方程预报、控制	272
第三节 化非线性回归为线性回归	278
第四节 二元线性回归分析	283
一、二元线性回归方程	283
二、最小二乘估计与正规方程	284
三、相关性检验	289
四、因素主次的判别	290
第五节 多元线性回归计算步骤	292
一、多元线性回归的数学模型	292
二、最小二乘估计与正规方程	293
三、相关性检验	294
四、因素主次的判别	295
小 结	297
习 题	300
第十章 正交试验法	303
第一节 正交表	303
一、因素、水平、交互作用	303
二、正交表	305
第二节 正交试验的步骤	308

一、试验方案的设计.....	308
二、试验结果的直观分析.....	311
第三节 有交互作用的试验.....	315
一、试验方案的设计.....	315
二、试验结果的直观分析.....	316
第四节 正交试验的方差分析.....	322
一、试验方案的设计.....	322
二、正交表的方差分析.....	324
小 结.....	327
习 题.....	329
附表一 泊松概率分布表.....	332
附表二 标准正态分布密度函数值表.....	336
附表三 标准正态分布函数表.....	338
附表四 t -分布双侧临界值表	340
附表五 χ^2 -分布的上侧临界值表.....	342
附表六 F -分布上侧临界值表	344
附表七 检验相关系数的临界值表.....	352
附表八 部分常用正交表.....	353
习题答案.....	361
参考文献.....	372

绪 论

初学一门新知识的读者，总希望能够尽早对该门学科得到一个粗略的了解。为此，我们对概率论与数理统计的研究对象、研究方法及其应用，先作一个通俗概略的介绍。

一、概率论的研究对象和研究方法

在概率论产生以前，人们仅限于从确定性现象中探求科学规律。所谓确定性现象就是条件完全确定结果的现象。一个确定性现象也就是一个**确定性试验**，而试验的结果是必然事件，其对立面是不可能事件。但在客观世界中还广泛存在非确定性现象，一个非确定性现象也就是一个**随机试验**。随机试验具有下列特点：(1) 试验在相同条件下，可以重复进行；(2) 每次试验前无法确定试验的结果；(3) 试验的所有可能结果是已知的。

例如：“向桌上掷一枚硬币”(条件)，结果可能是正面向上或反面向上。

随机试验具有这样的特点，在一次试验中，它呈现出偶然性，但在大量重复试验时，则呈现内在的统计规律性。概率论就是研究随机现象即随机试验数量规律的数学分支。概率论的研究方法即统计方法已渗入到几乎一切领域中去，概率论是当代发展迅速、应用广泛的数学分支之一。

二、统计方法与数理统计学

作为数学学科来说，概率论属于“纯粹数学”的范畴，而以概率论为基础的数理统计学则是“应用数学”的重要分支。二者联系十分密切，很难严格划分界限。概率论是在随机现象的一般数学模型的基础上研究事件、概率、随机变量…等的基本规律；而数理统计学则针对实际处理随机现象的任务设计数学模型，研究其规律并提出解决问题的方法（本书把二者结合起来叙述）。

概率论解决实际问题的方法叫做统计方法，统计方法有两个明显的特点：其一是由部分推断总体；其二是以接近于1的概率（如0.95、0.99）作出判断。实际上把概率接近于1的事件当作是一定会发生的，这叫做“实际推断原理”。

广义的数理统计学泛指概率论在实际中的各种应用。狭义的数理统计学则指统计观察方法的拟定和统计资料的分析，常用的有以下内容：

1. 数据整理和样本统计量的研究——这是数理统计学的基础部分。
2. 统计推断理论——根据一个或几个样本来推测判断总体的情况叫统计推断，这是数理统计学的核心部分。统计推断包括参数估计和假设检验两大方面。
3. 方差分析——这是推断多个样本是否来自同一个总体的统计分析方法。
4. 相关分析和回归分析——研究两个或多个随机变量统计相关性的理论和方法叫相关分析；把两个随机变量中的

一个当作普通变量，由此进行变量间关系的分析叫回归分析。

5. 抽样理论——研究从总体中怎样抽取样本（要求一方面样品数尽可能少，另一方面作出判断正确的概率尽可能大）。

6. 质量控制——利用统计推断原理制定一系列公式化的易于执行的方法，检验生产是否正常。

7. 试验设计——改进生产工艺、选择优良的原料配合及生产条件等，都需要进行试验。试验设计的任务是提供一套方法，使能通过较少次数的试验而得出比较全面准确的推断。我们介绍的正交试验就是一种较好的试验设计方法。

除以上所述之外，还有多元分析、极值分析、过程统计等数理统计分支。

当代，几乎没有一门自然科学和技术科学不在某种形式下应用统计方法。尤其，统计方法在经济管理中的应用日趋广泛、深入，已成为管理人员必不可少的基本知识。

第一章 随机事件及其概率

为了研究随机现象，我们首先要引进随机事件以及随机事件的概率的概念，并研究如何计算随机事件的概率。

第一节 随机事件及其概率

一、随机事件

我们先来看下面的例子。

例 1 某人射击 3 次，其中要有 2 次命中目标。

显然，在射击时例 1 要求的结果，可能出现也可能不出现。我们把在确定条件下随机试验可能发生也可能不发生的结果称为**随机事件**，简称**事件**。通常我们用大写字母 A 、 B 、 C 等来表示事件。例 1 中我们可以记：事件 $B =$ “射击 3 次，有 2 次命中”。

例 2 10 件产品中有 8 件正品、2 件次品，从中任取 3 件， $A =$ “其中至少有一件正品”， $B =$ “3 件都是次品”。

例 3 投掷两枚硬币， $A =$ “两枚都是正面朝上”， $B =$ “两枚中至少有一个正面朝上”。

在上述各例中，例 1、例 3 中的事件显然都是随机事件；例 2 中无论做多少次试验，事件 A 显然都是一定发生的，而事件 B 都是一定不可能发生的。我们称每次试验中必然要发生的事件为**必然事件**，记为 Ω ；称每次试验中绝不可

能发生的事件为不可能事件，记为 ϕ 。于是在例 2 中，事件 A 就是必然事件 Ω ，事件 B 是不可能事件 ϕ 。我们把必然事件和不可能事件也视为随机事件。

我们可以观察在某一“确定条件”下所发生的现象，这种观察叫做“随机试验”，每次试验的所有可能的结果都是最简单的随机事件。例 1 中，某人射击 3 次，所有可能的结果为：（中，中，中），（中，中，不中），（中，不中，中），（不中，中，中），（中，不中，不中），（不中，中，不中），（不中，不中，中），（不中，不中，不中），我们依次将它们记为事件 $A_1, A_2, \dots, A_8$ ；例 2 中，任取 3 件产品所有可能的结果是：“3 件中没有次品”，“3 件中恰有 1 件次品”，“3 件中恰有 2 件次品”，我们将这三个可能的结果依次记为事件 A_1, A_2, A_3 ；又如，考虑某地区的气温，温度可能取的值为 -20 至 40 之间的任一数值（单位： $^{\circ}\text{C}$ ），我们可以将可能发生的结果记为：“温度为 $T^{\circ}\text{C}$ ”，其中， $T \in [-20, 40]$ 。

在一个随机试验中，它的每一个可能出现的结果都是一个随机事件，我们把最简单的不可再分的事件称为**基本事件**，或称**样本点**，由所有基本事件所构成的集合称为**样本空间**，记为 Ω 。

样本空间中的基本事件总数可以是有限个，也可以是无穷多个。

由于随机事件是基本事件或者是由基本事件所组成的，所以，随机事件是样本空间中的子集，而且事件发生当且仅当子集中的一个基本事件发生。如例 1 中的事件 $B =$ “射击 3 次，有 2 次命中”，我们可以看出，随机事件 B 不是基