

天体力学教程

易 照 华 編 著



天体力学教程

易照华 編著

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书是編者根据几年来在南京大学数学天文学系讲授“天体力学”課程所用的讲义改編而成，全书共分八章，即天体力学基础；二体問題；軌道計算；振動运动方程；振動运动方程的解法；月球运动理論；岁差和章动理論；天体形状理論。可作为綜合大学与高等师范学校天文专业教材，以及天文和数学、力学工作者的参考用书。

天 体 力 学 教 程

易 照 华 編 著

*

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业许可证出 093号

新华书店上海发行所发行 各地新华书店經售

上海市印刷三厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 13 26/32 字数 328,000

1961年12月第1版 1962年3月第2次印刷

印数 1,001—3,000 (其中簡裝本1,000册)

統一书号: 13119·431

定 价: (十)1.55 元

序 言

本书是根据近几年来在南京大学数学天文系讲授天体力学課程时所編写的讲义修訂而成的。在1957年完成了該讲义的初稿，1959年作了重大修改，最近又作了第三次修改，使它更能符合目前国内的需要。

本书主要讲述天体力学的最基本的内容，涉及的面包括天体力学的所有各个部門。对天体力学工作者来說，这只能算是一本入門性的书，可以帮助讀者为进一步学习天体力学方面的專門知識打下基础。

本书的第一章对有关的一些基礎知識作了回顾。在第二章和第三章中，对天体力学中最基本而又最实用的二体問題作了比較彻底的讲述；第四、第五章对于占天体力学主要部分的摄动理論作了介紹，但只限于讲它的基本概念，初步公式和研究方法，以及重要的研究結果。关于摄动理論的内容，以后將編写專門的书籍。在第七章中讲述了自轉理論的一些主要結果，内容以地球的自轉为主，这是因为地球自轉理論，特别是岁差和章动理論，有很大的实用价值，而且与天文学其它各分支都有密切关系。在第八章中讲了天体形状的一些最基本的理論和結果，仍以地球的形状和内部結構为主。天体形状和自轉理論是天体力学很重要的一个分支，关于这方面的内容很多，本书作为基础課教材，只能讲述这些，有些結果未加以推导，讀者如需詳細了解，可参考引出的书籍和文献。

人造地球卫星上天以后，月球的地位日益重要。作为天体力

学基础課教材,也必須讲月球的运动理論,因此比原来的讲义增加了一章,即第六章,主要讲現在所采用的研究月球运动的方法,也由于这方面的内容很多,在这里只能讲方法的輪廓和主要結果。

从内容上来看,要求閱讀本书的讀者,能具有数学分析、微分方程、复变函数和理論力学的基本知識,并能了解天文学的概况,熟悉球面天文学的基本概念和公式,最好能先讀我校編著的《天文学教程》。但如果讀者已掌握上面所談的知識,也可以直接閱讀本书,因本书还是按照較完整的系統編著的。

編写天体力学方面的书,在国内还是第一次,由于缺乏經驗,在内容选择和章节的安排上一定有不少問題,希望讀者提出批評,以便再版时修訂补充。

在本书的編写过程中,赵却民教授曾参加第三章編写工作,黄天衣同志参加了第四章編写工作,孙义燧同志参加了修改工作,另外,高仍清、徐誠浩、曹振中、楼金虎、顾继明等同志参加了校对工作。

易 照 华

1961年5月于南京大学

目 录

序言

緒論	1
§ 1 天体力学的定义和内容	1
§ 2 天体力学和其它天文学部門的关系	2
§ 3 天体力学的发展	3
§ 4 宇宙航行时代里天体力学的任务	8
第一章 天体力学的基础	11
§ 1 万有引力定律	11
§ 2 质点和球形物体之間的吸引	14
§ 3 均匀旋轉椭球体对外面一质点的吸引	17
§ 4 均匀椭球体对內部一质点的吸引	21
§ 5 均匀椭球体对外面一质点的吸引	26
§ 6 地球对外面一质点的吸引	32
§ 7 n 体問題的运动方程和它們的初积分	35
§ 8 行星摄动运动的微分方程	41
第二章 二体問題	44
§ 1 二体問題方程的积分	44
§ 2 无摄动运动的一般性质	48
§ 3 椭圆运动	49
§ 4 抛物綫和双曲綫运动	51
§ 5 克普勒方程和它的各种解法	55
§ 6 計算椭圆运动的坐标	61
§ 7 計算抛物綫和双曲綫运动的坐标	63
§ 8 計算星历表的基本方程	66
§ 9 高斯常数	72

§ 10 計算星历表的步驟	77
§ 11 計算橢圓和拋物綫軌道的星历表	81
§ 12 拉格朗日級數	86
§ 13 拉格朗日級數的收斂範圍	89
§ 14 橢圓軌道偏心率之拉普拉斯極限	93
§ 15 用拉格朗日級數來展開橢圓運動的坐標	95
§ 16 白塞耳函數及其基本性質	99
§ 17 用白塞耳函數展開橢圓運動的坐標	104
§ 18 拋射問題	112
§ 19 第三宇宙速度	114
§ 20 向大行星發射宇宙火箭的問題	117
第三章 軌道計算	121
§ 1 历史概况	121
§ 2 用三个观测計算橢圓軌道方法的輪廓	124
§ 3 观测值中系統誤差的改正	125
§ 4 基本方程	127
§ 5 第一次近似計算和改进	132
§ 6 基本方程的分析, 朗貝尔定理和拉格朗日方程	136
§ 7 求扇形面积和三角形面积之比	140
§ 8 第二次近似和以后的改进	146
§ 9 軌道根數的求出	147
§ 10 橢圓軌道計算公式總結	151
§ 11 用四个观测計算橢圓軌道的基本公式	164
§ 12 用两个观测計算圓形軌道的基本公式	174
§ 13 計算拋物綫軌道的原理	178
§ 14 奧耳白尔方程	179
§ 15 欧拉方程	184
§ 16 求地心距	186
§ 17 第二次近似和軌道根數的求出	187
§ 18 第二个观测值的表示和軌道的改进	189
§ 19 拋物綫軌道計算中的例外情形	192
§ 20 拋物綫軌道計算公式總結	193

第四章 摄动运动方程	200
§ 1 拉格朗日方程, 哈密尔顿方程	200
§ 2 哈密尔顿-雅哥比方法	202
§ 3 柏松方法	204
§ 4 拉格朗日括弧	208
§ 5 哈密尔顿-雅哥比方法在摄动理論上的应用原理	210
§ 6 拉格朗日行星运动方程	214
§ 7 用摄动力三分量表示的行星摄动运动方程	220
§ 8 正则变换	226
§ 9 正则变换的应用和特例	234
§ 10 德洛納变量和潘加来变量	238
§ 11 月球火箭的运动方程	244
第五章 摄动运动方程的解法	248
§ 1 拉格朗日行星运动方程解法轮廓	248
§ 2 摄动函数展开方法的轮廓	256
§ 3 拉普拉斯系数和它的应用	263
§ 4 哥西数和它的应用	270
§ 5 摄动函数展开式的結果	279
§ 6 长期摄动, 周期摄动和长周期摄动	286
§ 7 柏松定理, 太阳系的稳定性問題	291
§ 8 特別摄动計算方法	296
§ 9 小行星运动理論	305
§ 10 限制性三体問題	308
§ 11 月球火箭的运动	315
§ 12 摄动理論的新方法	318
第六章 月球运动理論	327
§ 1 运动方程	328
§ 2 摄动函数的初步展开	330
§ 3 用复变量表示的运动方程	335
§ 4 中間軌道	338
§ 5 系数 a_j 的表达式	340

目 录

§ 6 中間軌道对于椭圆軌道的几种主要差別	345
§ 7 緯度的公式	354
§ 8 太阳軌道偏心率の扰动	357
§ 9 太阳視差の扰动	360
§ 10 其它の扰动	361
第七章 岁差和章动の理論	364
§ 1 地球不是均匀球体产生的力函数	364
§ 2 欧拉角和剛体运动的欧拉方程	368
§ 3 地球的慣性轉动,地极移动	370
§ 4 力函数 U 的展开	385
§ 5 欧拉方程的解	391
§ 6 日月岁差和行星岁差	394
§ 7 章动椭圆	396
§ 8 系数的确定	397
第八章 天体形状理論	403
§ 1 流体自轉时平衡形状的一般性质	404
§ 2 均匀流体自轉平衡时为旋轉扁球体的情形,馬克洛林理論	410
§ 3 均匀流体自轉平衡时为三軸扁球体的情形,雅哥比的理論	414
§ 4 均匀流体在引力变形时的平衡形状,駱興极限	419
§ 5 不均匀流体的平衡形状問題,克雷諾的理論	427
§ 6 地球的形状和內部結構	430

緒 論

§1 天体力学的定义和内容

天体力学是研究天体的运动和形状的科学。

天体的运动分为两个方面：天体质量中心的运动和天体繞自己质量中心的轉动(自轉)。天体的自轉与它的形状有关，而天体的形状又影响到天体間相互吸引力的大小，所以研究天体运动也必須研究天体的形状。天体力学研究的天体运动，主要是研究天体的力学运动，而且目前还是以牛頓 (Newton) 的万有引力定律作为基础。虽然已发现有些現象，用牛頓的万有引力定律不能解釋，而爱因斯坦 (Einstein) 的广义相对論对这种現象則能解釋得更好。不过在这方面还有待进一步研究，因此一般問題，还是以牛頓的万有引力定律作为基础。

根据天体力学的内容，它可分为三个分支。

第一个分支的主要内容是根据牛頓万有引力定律来研究天体运动的一般性质，其中包括二体問題，三体問題，多体問題，摄动理論，天体的形状和自轉理論，以及根据具体天体情况建立起来的特殊理論(包括人造天体的运动理論)等。这是整个天体力学的理論基础，大部分是数学性质的問題，但与数学不同，它是利用数学作为工具来研究天体的运动和形状的。

第二个分支的内容是用一般性质的运动理論，結合观测数值来确定天体运动的基本常数，主要是天体的质量和軌道根数。这里的天体，一般指太阳系内天体和双星。这个分支在有些地方又

叫做“軌道計算”。

第三个分支的内容是根据运动理論和軌道計算的結果来編制天体的位置表,其中包括天文年历編算,特殊行星、卫星、彗星以及人造天体的星历表的編算工作。这个分支又称为“历书天文学”。

这三个分支的内容是互相联系的。运动理論要用观测来验证,而理論值与观测值必須在算出星历表后才能比較;但星历表的計算又一定要先得到天体的基本常数。因此,要研究天体力学中任何問題,对这三方面的内容都需要进行研究。天体力学的研究对象是具体的天体,任何理論如不能符合天体的具体情况,都是不能成立的。

§2 天体力学和其它天文学部門的关系

天文学的对象是天体,而天体力学主要研究天体的一个方面,即天体的运动和形状,是天文学的一个部門,因此必然同天文学的其它各部門有着密切的联系。

研究天体的运动和形状必需要知道天体的具体資料,这些資料是从观测得到的。而观测天体的視位置,是天体测量学的内容。同时,由理論所得的結果,也需要观测来证实。另一方面,有些天体的测量工作也要天体力学配合进行,如利用爱神星(433)来測定太阳視差,若不知道爱神星的准确位置就不能实现,而爱神星的准确位置是用天体力学方法計算出来的。

把天体力学的理論应用到恒星系,产生了一門新的分支——星系力学。它也是恒星天文学的一部分,而且按天体力学定义来讲,它又可算是天体力学的一部分。在某些天文学分类工作中,已把它归并到天体力学范围,故天体力学同恒星天文学的关系是非常密切的。

某些天体力学問題,特别是天体形状,自轉和内部結構問題,

与天体物理学的关系很密切，因为这方面的资料，都要用天体物理方法来得到。同时天体物理学也需要研究某些天体的自转和内部结构，要用到天体力学的方法。

射电天文学是研究天体的无线电辐射，通过无线电观测也可以了解天体的运动资料。对于较近天体，可用无线电观测绘出天体的形状(与光学观测的形状不同)。这些都是天体力学所需要的资料。另外，射电天文观测也必须知道所观测天体的运动规律，以便跟踪。特别在观测人造天体的工作中，天体力学和射电天文学的联系就更加密切了。

同其它天文学部门一样，天体力学对天体演化学也有重大的意义。因为在天体的起源和演化过程中，力学运动占很重要的地位，某些天体演化问题就是天体力学问题(如太阳系的稳定性)。用天体力学的理论和方法来研究天体演化问题，产生了一门新的分支——动力演化论。当然，一般较复杂的天体演化问题，不能单纯靠天体力学来解决。

由上可知，天体力学与其它天文学部门是紧密联系的，故天体力学工作者还需要知道其它天文学部门的理论和技术；同时，其它天文学部门的工作者，也需要掌握天体力学的基本知识。

§ 3 天体力学的发展

天体力学是天文学中较老的一个分支，又是发展得较为完善的部门，特别是1957年苏联成功地发射了人造地球卫星以后，又获得了进一步的发展。

在古代，由于农业上的需要，很早就用太阳、月球和行星的视运动来定出年、月和季节。另外，由于日月食等特殊天文现象的出现，也要求掌握太阳和月球的运动规律。因此，在世界上各文明古国，如中国、埃及和迦勒底(Chaldaee)都在公元前2000年左右就发

現了太陽和月球的運動規律，以及日月食的周期。最初這些工作，都是為曆法工作服務的。

隨着觀測的日益精確，對於天體的運動和形狀的認識，就愈來愈接近實際情況。

在公元前 1100 年左右，中國周朝時代，就用觀測日影長度變化，定出了黃道和赤道的交角，其數值與現代測算的結果很接近。希臘人查勒斯 (Thales, 640~546 B. C.) 認為地球是球形，也發現黃道同赤道有偏角，并把星分為星座。但他認為地球是宇宙的中心。畢達哥拉斯 (Pythagoras, 569~470 B. C.) 第一次提出地球除自轉外，還繞太陽運動，並認為晨星和昏星是一個星，即金星。他還認為太陽、地球和月球都是球形，行星和彗星都在繞太陽轉動。這些較正確的看法由於科學根據還不充分，沒有得到當時的重視。愛拉托斯塞尼斯 (Eratosthenes, 275~194 B. C.) 第一次測量了由西恩城 (Syene) 到亞歷山大里亞城的距離，證實地球為球形。依巴谷 (Hipparchus, 190~120 B. C.) 第一次認為月球軌道不是圓形 (未明確提橢圓)，並測出了月球軌道同黃道的傾角，還發現了月球軌道的拱綫和交點綫都在移動。他第一次列出了太陽和月球的運動表，並且根據他自己編制的星表 (約 1024 個星) 發現了春分點的歲差現象。

根據古代天文學家們的觀測資料和看法，特別是依巴谷的工作結果，托勒玫 (Ptolemy, 100~170 A. D.) 在公元 150 年提出了第一個宇宙構造體系的學說，即地心系統。他認為一切天體都是在繞地球旋轉，用所謂“本輪”和“均輪”來解釋行星的視運動。這個學說現在看來雖然是錯誤的，但在當時的觀測水平限制下，是一種較自然的結論。根據地心系的學說是可以解釋很多天文現象的，在天文學歷史上仍然起了一定的作用。另外，托勒玫還發現了地極的歲差現象，月球運動的偏差和大气折射現象。自托勒玫以

后,天文学很长时期没有重大发展,主要因当时是处在封建统治时代,生产的发展很缓慢,对天文学的要求不高,而观测技术也不高,在天文学领域中发现的矛盾现象还不太大。但是根据长期的观测结果分析,有些人还是发现了托勒玫体系的偏差,如在公元五世纪时,罗马的天文学家卡倍拉(Capella)曾说“金星和水星应该绕太阳运动,而不是绕地球运动”,阿拉伯的阿耳巴特尼斯(Albatanis, 850~929)也发现地心学说不能解释行星运动。但当时一方面由于观测资料还不够多,而更重要的是地心学说与圣经上的说法一致,故在教会的压制下,没有人敢正式提出新的学说,只是作了一些非原则的修改,基本上仍保留了地球为中心的观点。

直到1543年,伟大的波兰天文学家哥白尼(Copernicus, 1473~1543)根据前人和自己多年的观测资料,肯定了托勒玫地心学说的错误,第一次冲破教会的压制,提出了以太阳为中心的学说。这是天文学发展中的重大变革,使天体的运动理论接近于实际情况。更重要的是使天文学从神学的束缚下解脱出来,为天文学的发展创立了条件。当然,在当时的科学水平限制下,哥白尼的理论仍然有缺点,但行星运动以太阳为中心的看法最后被肯定下来。不久,第谷(Tycho, 1546~1601)曾提出第三种系统,认为行星绕太阳转,而太阳、月球又绕地球转。这种说法很快就被否定了,但他所作的长期精密观测工作,由克普勒(Kepler, 1571~1630)综合出了著名的克普勒三大定律,发展了哥白尼的理论,更进一步符合了行星运动的实际情况。随着望远镜的发明,天体观测工作飞跃发展,观测精确度不断提高,促使天体运动理论也更快地向前发展。

到这时为止,对天体的运动和形状的认识,只限于如何去描述,还没有找出天体运动的原因。因此,在这以前的工作,严格讲还不能叫天体力学,主要是形态方面的研究,是天体力学的前身。但在这个时期,力的概念已有发展,而且力学原理已应用到生产实

踐中去。当时正处在文艺复兴时期，著名科学家达·芬奇(Leonardo da Vinci, 1452~1519)就提出天体之間有力学联系。特别是伽里略(Galileo, 1564~1642)在力学上的贡献，已初步形成了力学的体系，为以后万有引力定律的提出打下了基础。

到1685年，牛頓(1643~1727)根据前人工作和自己多年的观测，特别根据克普勒的工作，总结出了天体运动的基本原因是天体之間相互存在引力，提出了著名的万有引力定律，较完满地解释了太阳系各天体的运动规律。从这时起，天体力学才算正式诞生。有了这个理论基础后，牛頓就开始建立天体力学的体系，着手研究二体问题、三体问题和月球运动理论，使得天体力学迅速地发展起来。

在1736年，欧拉(Euler, 1707~1783)提出了解析力学，后由马克洛林(Maclaurin, 1698~1746)、达朗贝尔(D'Alembert, 1717~1783)、拉格朗日(Lagrange, 1736~1813)、雅哥比(Jacobi, 1804~1851)等人加以发展和完善，利用18和19世纪的数学分析成果，建立了研究天体运动的摄动理论。到拉普拉斯(Laplace, 1749~1827)的巨著《天体力学》出版后，天体力学的全貌已建立起来。1846年根据勒沃里叶(Leverrier, 1811~1877)和亚当斯(Adams, 1819~1892)的计算发现了海王星，这是给天体力学的可靠性以有力的证明。同时，由克雷諾(Clairaut, 1713~1765)建立起来的天体形状理论也得到了相应的发展。牛頓未完成的月球运动理论，也由德洛納(Delaunay, 1816~1872)、韓申(Hansen)、赫耳(Hill)和勃朗(Brown)等人完成，并编制了月球的运动表。到20世纪初期，紐科姆(Newcomb)等根据前人的理论和观测资料，计算出了各大行星的运动表，成为編算天文年历的主要根据。这样一来，如果把天体限制在大行星和月球，则天体力学的任务已经基本完成了。

自 19 世紀初期小行星被發現后，它們中有很多軌道和大行星差別很大。特別是 19 世紀中期，照相術應用到天文學中，發現大量的小行星，並且也發現大量彗星和特殊衛星。以前研究大行星的方法，在研究小行星等天體時都不能適用了，可是這些天體，在實用上和天體演化問題上都占有重要地位，這就要求天體力學迅速解決它們的運動理論。雖然在 19 世紀后期，也曾出現過幾種小行星運動理論，如韓申和格耳登 (Gylden) 等人的理論，但是效果并不好。

為了解決小行星運動理論問題，在 20 世紀初期出現了兩方面的工作。一個是以數字積分法為基礎的特殊攝動方法，利用它可以計算天體在具體時刻的準確位置，但不能得出天體位置和軌道的分析表達式；另一種是以小行星群為對象的普遍攝動方法，採用這方法可以計算出大量小行星在相當長時期內的近似位置，但精確度不高。因此，這兩種方法都還不能滿足要求。為要徹底解決這些問題，潘加來 (Poincaré) 和格耳登提出了三個工作方向：

(1) 用不同于古典天體力學的方法來改進攝動函數展開式的收斂性。

(2) 研究較一般的周期軌道，作為第一次近似，再加以改進。

(3) 用微分方程定性理論來研究天體的運動方程，使得不必解出方程，就能得到天體運動的某些性質。

這三個方向就是 20 世紀以來天體力學的基本內容。這些工作在蘇聯作得最多，也做得最好。

蘇聯列寧格勒的理論天文研究所，以前兩個方向為主，在近 30 年來形成了“天體力學列寧格勒學派”。在第一個方向中，以蘇保金 (Субботин) 和雅洪托娃 (Яхонтова) 為首，發展了格耳登和勃倫德爾 (Brendel) 等人的工作，得到幾種比古典方法好的攝動函數展開方法，並提出了進一步研究的道路。在第二個方向的工作中，以切波

塔列夫(Чеботарев)为首,把周期軌道理論同数字积分方法結合起来,并得到了三个小行星群的周期軌道,促使这个方向进一步发展。

苏联莫斯科大学史天堡天文研究所的研究工作以第三个方向为主,被称为“天体力学莫斯科学派”。他們的工作是以微分方程定性理論为基础,以天体演化問題为目标。这方面工作由斯捷潘諾夫(Степанов)和莫伊謝夫(Мойсеев)领导。由于他們在天体演化問題上的大量工作,形成了“动力演化論”,主要研究各种运动的方案和它們的稳定性,也研究一些純粹力学問題。

自从牛頓万有引力定律提出以后,整个天体力学就在它的基础上建立起来,似乎可以掌握所有的天体运动規律。但是近代天文学观测工具发展非常快,行星位置的观测值就更为精密。到19世紀末,勒沃里叶根据对水星的长期观测資料的分析,发现水星的近日点移动速度比理論数值大,每百年相差 $43''$,这样大的数值不可能是观测誤差。以后又发现月球运动有异常的加速現象,也比理論值大,因此有人开始怀疑牛頓的万有引力定律不能概括所有的天体运动。自爱因斯坦的广义相对論引力定律提出后,用它可以解釋水星近日点移动的偏差,而且数值正好符合。但这个結果是假定太阳只有一个行星的情况下得到的,并未考虑到其它行星摄动是否还有变化。根据相对論的理論,所有行星都应有相似的近日点移动。現代电子计算机准确計算大行星坐标与观测比較,也証实偏差存在,但数值非常小。

从这些現象可知,广义相对論引力定律是要比牛頓万有引力定律更能符合行星的实际情况,因此,有些問題的結論,已在用广义相对論来进行修正,这是現代天体力学的一个新方向。

§ 4 宇宙航行时代里天体力学的任务

1957年10月4日,苏联成功地发射第一个人造地球卫星,标