

833757

33

张汝梁 编著

1133

阎金铎 李椿 审校

T·1

广播电视大学 职工大学 普通物理学学习指导

(上册)

天津理工大学图书馆
藏书



机械工业出版社

33

-

1133

T·I

- 833757

广播电视大学

职工大学

普通物理学习指导

(上册)

张汝梁 编著

阎金铎 审校

李椿

机械工业出版社

本书系根据中央广播电视大学和全国职工大学《普通物理》教学大纲编写而成。全书分上、下两册。上册包括力学（其中包括振动学基础）、分子物理学和热力学。书中对各章、节中所涉及到的基本概念和基本规律作了详尽的剖析，并针对初学者在理解基本概念、基本规律和应用基本概念、基本规律分析解决具体问题的过程中经常出现的错误，撰写了一系列富有启发性和灵活性的讨论题和例题，能使读者加深对基本内容的理解，提高分析解决具体问题的能力。书中还编写了少量稍有难度的例题和练习题，供有余力的读者阅读。此外，在每一章（节）后面均编有测验题，并给出答案，可供读者作自我检查之用。各章（节）测验题后面还编写了答疑内容，对于初学者经常遇到的问题，作了较为深入的分析。书末还附有中央电视大学历届期末试题和答案。

本书可供电视大学、职工大学学员作为学习《普通物理》指导用书，也可供函大、夜大学员及自学者阅读，并可供其它高等工科院校师生参考。

广 播 电 视 大 学
职 工 大 学
普 通 物 理 学 习 指 导

（上 册）

张汝梁 编著

阎金铎 李 椿 审校

*

责任编辑 何富源

封面设计 刘 代

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）
（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）
北京景山学校印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092^{1/16}$ · 印张 18 字数 437 千字
1987年4月北京第一版·1987年4月北京第一次印刷
印数 0,001—6,600 · 定价：4.35元

*

统一书号7033·7024

序

普通物理学是理、工、农、医各类高等学校的一门必修课程。它是研究物质的基本结构、相互作用和运动形态的基本规律的学科。它的研究对象极为广泛，具有丰富的内容。通过对物理学的学习，可以了解和掌握物理学的研究方法以及运用物理学基础知识分析、解决有关具体问题的方法。这对培养学员的抽象思维能力、科学的思想方法以及创造能力等方面，都具有极其重要的作用。

在物理教学中，为达到上述目的，除了必要的课堂讲授之外，还必须经常对学员进行正确的学习指导和训练，这对于实行远距离教学的电视大学和广大的职工大学来说尤为重要。这本《普通物理学习指导》就是根据这一目的而编写的。该书有如下的特点：

1. 重视对基础知识的理解。书中对重要的基本概念和基本规律作出了详尽的剖析，对初学者在学习过程中经常出现的错误，通过对实例的讨论，进行了深入的分析；

2. 重视发展能力。作者在书中精心选编了一系列富有启发思维能力和分析能力的问题，逐一作了详尽的分析，并对分析，解决问题的思路和方法逐点作出总结；

3. 针对性较强。作者根据多年从事电视大学和职工大学教学工作的经验，针对学员学习中经常遇到的问题，在各章(节)的答疑内容中作出了较为深入的分析。这不仅补充了课堂讲授和一般教材的不足，而且能够达到帮助初学者排难、解惑的目的；

4. 注意贯彻因材施教的原则。本书除了对基本内容的阐述和讨论外，还有少量较为深入的内容(书中标有*号)。这不仅给广大的辅导老师提供了资料，而且可以供愿意进一步钻研的学员阅读，使他们增长知识、开阔思路，并进一步提高分析、解决问题的能力。

鉴于本书的上述特点，它是一本较好的学习指导用书。我深信，本书的出版，对电视大学、职工大学学员学习普通物理学，将起到有益的作用。

阎金铎

一九八七年元旦于北京师大

前 言

本书是根据中央广播电视大学普通物理学教学大纲和全国职工大学普通物理学教学大纲，并结合编者多年从事电视大学、职工大学普通物理学教学工作的经验编写而成。全书分上、下两册出版。上册内容包括第一篇力学的物理基础和第二篇分子物理及热力学。按照目前电视大学、职工大学的一般教学顺序，有关振动学基础的内容，也编入第一篇。

本书用主要篇幅阐述基本概念、基本规律以及运用基本知识分析、解决问题的思路和方法。与此同时，也注意编写了少量难度稍大的例题和练习题，这部分内容都标有星号（*或**），有余力的读者可以适当阅读和练习，以便进一步开阔思路，提高分析、解决问题的能力。此外，在各章（节）后面还编有测验题，书末并给出参考答案，可供读者作自我检查之用。另外，为了回答读者在学习过程中经常遇到的一些问题，在各章（节）后面都编写了答疑内容。其中较为深入的内容（也标有星号*或**），可供辅导教师和有兴趣的读者阅读。在书末的附录中编入了中央广播电视大学历届期末试题（力学和热学部分）及答案，可供参考。

本书的力学部分由中央广播电视大学普通物理课主讲教师、北京师范大学阎金铎教授审阅；分子物理和热力学部分，由中央广播电视大学普通物理课程顾问、中央广播电视大学普通物理课主讲教师、北京大学李椿教授和北京师范大学阎金铎教授共同审阅。此外，何士珩、杨大喜两位同志也对本书提出了许多宝贵意见，在此谨致谢意。

由于编者水平有限，编写时间仓促，书中不妥和错误之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编者

一九八六年十二月二十日

目 录

第一篇 力学的物理基础

第一章 运动的描述	1
第一节 质点运动的描述	1
第二节 直线运动和平面曲线运动	8
第三节 刚体定轴转动的描述	22
测验题	23
答 疑	25
第二章 质点动力学	27
第一节 牛顿定律及其应用	27
测验题	49
答 疑	51
第二节 动量	56
测验题	69
答 疑	71
第三节 功和能	72
测验题	104
答 疑	108
第四节 碰撞问题分析	116
测验题	124
答 疑	124
第三章 刚体定轴转动动力学	125
第一节 转动惯量及其计算	125
第二节 力矩概念及其计算	128
第三节 力矩的瞬时作用规律——转动定律	130
第四节 力矩对空间的积累作用规律——动能定理	138

第五节 力矩对时间的积累作用规律——角动量定理、角动量守恒定律	143
测验题	151
答 疑	153
第四章 振动学基础	157
第一节 简谐振动及其特点	157
第二节 简谐振动的运动方程	161
第三节 简谐振动的图象表示	171
第四节 简谐振动的合成	175
测验题	178
答 疑	180

第二篇 分子物理学和热力学

第五章 气体分子运动论	182
第一节 理想气体状态方程及其微观理论	183
第二节 分子热运动能量的统计规律——能量均分定理	190
第三节 气体分子热运动速率的统计规律——麦克斯韦速率分布律	193
第四节 气体分子的平均自由程	200
第五节 范德瓦尔斯方程	201
测验题	204
答 疑	206
第六章 热力学的物理基础	209
第一节 热力学第一定律及其对理想气体的应用	209
第二节 循环过程及卡诺循环	232
第三节 热力学第二定律	240
测验题	243
答 疑	246
各章测验题答案	254
[附录] 中央广播电视大学历届《普通物理》期末试题及答案(力学、热学部分)	258

第一篇 力学的物理基础

第一章 运动的描述

在物体的多种多样的运动形式中，最简单而又最基本的运动形式是机械运动。本章的内容就是研究如何描述物体的机械运动，而不涉及引起运动的原因，称之为运动学。

本章学习的目的和要求：

- (一) 确切理解描述质点运动和刚体定轴转动的几个基本物理量。
- (二) 掌握直线运动和平面曲线运动的解题思路和解题基本步骤。

本章学习重点：

- (一) 确切理解位移、速度和加速度概念。
- (二) 掌握由运动方程求位移、速度和加速度的方法。
- (三) 熟练运用匀变速直线运动的位移和速度公式，会分析计算一些简单的直线运动问题。

本章学习难点：

- (一) 确切理解速度、加速度的矢量性。
- (二) 理解瞬时速度和平均速度之间的区别与联系；瞬时速率与平均速率之间的区别与联系；瞬时速度与瞬时速率之间的区别与联系；瞬时加速度和平均加速度之间的区别与联系。
- (三) 由速度（或加速度）和初始条件求运动方程。

第一节 质点运动的描述

一、位置矢量

为了描写运动质点的位置，首先应当选取参照系，然后在参照系上选定坐标原点和坐标轴。如取直角坐标系（参见图 1-1），则质点 P 在空间的位置可由坐标原点 O 到 P 点的有向线段 \vec{r} 表示。矢量 \vec{r} 称为位置矢量，也称矢径。

在直角坐标系中， P 点的位置也可以由它的三个坐标 x, y, z 表示，且矢径 \vec{r} 与 P 点的三个坐标的关系为

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (1-1)$$

式中 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 分别为沿 X, Y, Z 轴的单位矢量。

\vec{r} 的大小为

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

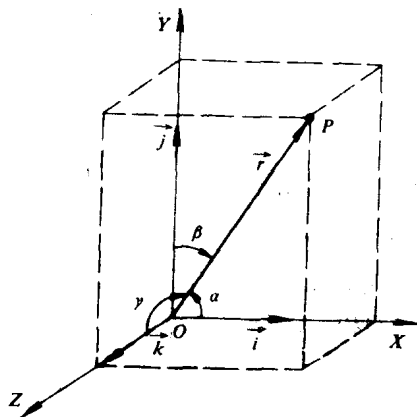


图 1-1

\vec{r} 的方向为

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos \beta = \frac{y}{r}, \quad \cos \gamma = \frac{z}{r}$$

二、位移

如图1-2所示, 曲线A至B段是质点运动轨道的一部分, 在时间 Δt 内, 质点从 A 点运动到 B 点, 则从 A 指向 B 的有向线段 \overrightarrow{AB} 称为质点的位移, 用符号 $\Delta \vec{r}$ 表示

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A \quad (1-2)$$

显然, 位移是描写质点位置变动情况的物理量。

学习位移概念应注意以下几点:

(1) 位移是矢量, 位移的计算遵从矢量运算法则。

[讨论题] 一辆汽车自原点出发按以下顺序运行:

1) 首先向东北方向运行 10m;

2) 然后又向南运行, 所走距离是向东北方向运行距离的 $\sqrt{2}$ 倍;

3) 最后又沿与正北方向成 15° 角的方向 (从正北方向沿逆时针方向计算角度) 运行, 所走距离是以上两段运行合位移的 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 倍。

求汽车的总位移。

[答] 如图1-3所示, 汽车向东北方向运行的位移以 \overrightarrow{OA} 表示; 向南运行的位移以 \overrightarrow{AB} 表示; 沿与正北成 15° 角方向的运行位移以 \overrightarrow{BC} 表示。按矢量运行法则, 汽车的总位移就是矢量 \overrightarrow{OC} 。

为了求得总位移 \overrightarrow{OC} 的大小和方向, 先来计算位移 \overrightarrow{OA} 和 \overrightarrow{AB} 的合位移 \overrightarrow{OB} 的大小和方向。由图可见, $\angle OAB = 45^\circ$, 故按余弦定理有

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{OB}| &= \sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2 + |\overrightarrow{AB}|^2 - 2|\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos 45^\circ} \\ &= \sqrt{10^2 + (10\sqrt{2})^2 - 2 \times 10 \times \sqrt{2} \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} \\ &= 10 \text{ m} \end{aligned}$$

由以上计算结果可知, $\triangle OAB$ 为等腰三角形, 故 \overrightarrow{OB} 与正东成 45° 角 (从正东方向沿顺时针方向计算角度)。

再来求总位移 \overrightarrow{OC} 的大小和方向。由图1-3可见, $\angle ABO = 45^\circ$, 且已知 $\angle ABC = 15^\circ$, 故 $\angle OBC = \angle \alpha = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$, 按余弦定理有

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{OC}| &= \sqrt{|\overrightarrow{OB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2 - 2|\overrightarrow{OB}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos 30^\circ} \\ &= \sqrt{10^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10\right)^2 - 2 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} \\ &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

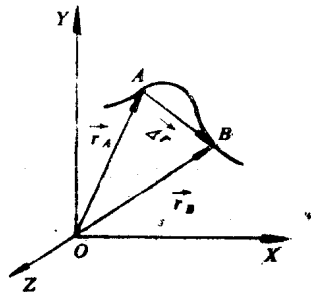


图 1-2

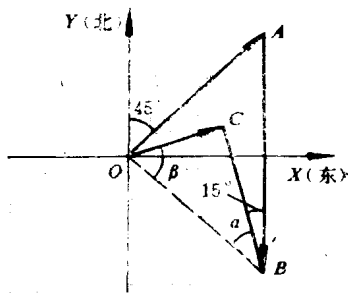


图 1-3

由正弦定理

$$\frac{\sin \beta}{\sin 30^\circ} = \frac{|\overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{OC}|}$$

所以
$$\sin \beta = \frac{|\overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{OC}|} \times \sin 30^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

故有

$$\beta = 60^\circ \quad \text{且} \quad \angle COX = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

由以上计算结果可知, 汽车总位移 \overrightarrow{OC} 的大小为 5 m, 其方向与正东方向成 15° 角 (从正东方向沿逆时针方向计算角度)。

(2) 注意位移与路程的区别。位移是矢量, 路程是标量。质点在时间 Δt 内位移的大小 $|\Delta \vec{r}|$ 为质点在时间 Δt 内从始点到终点之间的直线距离, 位移的方向是由始点指向终点; 质点在时间 Δt 内运动的路程是指从起点到终点间所经过的路径的长度。只有当质点作直线直进运动时, 位移和路程的量值才相等。

[讨论题] 如图1-4所示:

1) 质点 M 自 O 点出发沿半径 OD 运动到 D 点, 然后再沿圆弧 \widehat{DC} 运动到 C 点, 质点位移的大小和方向如何? 所经过的路程又如何?

2) 质点 N 自 O 点出发沿半径 OD 运动到 D 点, 然后再沿圆弧 \widehat{DA} 运动到 A 点, 它的位移与质点 M 的位移是否相同? 路程是否相同?

[答] 1) 质点 M 的位移: 量值为 $|\Delta \vec{r}| = |\overrightarrow{OC}| = R$, 方向自 O 点指向 C 点。

质点 M 的路程:
$$\Delta S = R + \frac{1}{4}(2\pi R) = (1 + \frac{\pi}{2})R$$

2) 质点 N 与质点 M 的位移不同。质点 N 和质点 M 位移的量值大小都是 R , 但它们的方向相反。质点 M 位移的方向为自 O 点指向 C 点, 而质点 N 位移的方向为自 O 点指向 A 点。两质点运动的路程相同, 都是 $(1 + \frac{\pi}{2})R$ 。

三、速度

(一) 平均速度 设质点在 $t-t+\Delta t$ 这段时间内的位移为 $\Delta \vec{r}$, 则位移 $\Delta \vec{r}$ 和 Δt 的比值就称为质点在这段 Δt 时间内的平均速度, 用 \vec{v} 表示, 即

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (1-3)$$

上式表明, 质点在 Δt 时间内运动的平均速度, 就是在 Δt 时间内, 平均起来, 质点在单位时间内的位移。

[讨论题] 质点作直线直进运动, 前一半路程的速度大小为 $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 后一半路程的速度大小为 $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 求全部路程的平均速度值。

[答] 对本题常见如下分析方法:

已知质点前一半路程的速度大小为 $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 后一半路程的速度为 $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 故平均速度

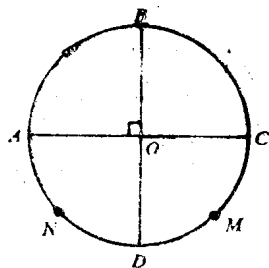


图 1-4

值为

$$\left| \vec{v} \right| = \frac{3 + 2}{2} = 2.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

这样计算是错误的，产生错误的原因是没有正确地理解平均速度的定义。平均速度就是在 Δt 时间内，平均起来质点在单位时间内的位移。一般来说，平均速度值并不等于速度的平均值。对本题设质点运动的位移大小为 ΔL ，则按平均速度定义有

$$\left| \vec{v} \right| = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\Delta L}{\frac{\Delta L}{\frac{2}{3}} + \frac{\Delta L}{\frac{2}{2}}} = 2.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(二) **平均速率** 设质点在 $t \rightarrow t + \Delta t$ 这段时间内运动的路程为 Δs ，则路程 Δs 和 Δt 的比值就称为质点在这段 Δt 时间内的平均速率，用 \bar{v} 表示，即

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1-4)$$

上式表明，质点在 Δt 时间内运动的平均速率，就是在 Δt 时间内，平均起来，质点在单位时间内经过的路程。

[讨论题] 甲、乙两地相距 450 m，由甲地到乙地共用 40 s，由乙地到甲地共用 80 s，问在整个运动过程中的平均速率为多大？

[答] 质点在整个运动过程中的平均速率为

$$\bar{v} = \frac{450 + 450}{40 + 80} = 7.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

本题常见如下计算：

$$\bar{v} = \frac{\frac{450}{40} + \frac{450}{80}}{2} = 8.44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

这样计算是错误的。这样计算所得结果只是质点从甲地到乙地和从乙地到甲地两个平均速率的平均值，而不是质点在整个运动过程中的平均速率。产生这种错误的原因是没有正确地理解平均速率的定义。一般说来，平均速率并不等于速率的平均值。

(三) **瞬时速度** 如图 1-5 所示，质点在时间间隔 Δt 内的位移为 $\Delta \vec{r}$ ，则质点在某时刻或某位置的瞬时速度就是质点在 Δt 时间内的平均速度当时间间隔 Δt 无限地减小而趋近于零时的极限，用 \vec{v} 表示，即

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1-5)$$

瞬时速度是矢量。因为时间间隔 Δt 趋近于零时，位移 $\Delta \vec{r}$ 的极限方向就是质点所在处运动轨迹的切线方向。因此，质点在其运动轨道上某点瞬时速度的方向，就是沿着轨道上质点所在处的切线，指向质点前进一侧的方向。质点在某时刻瞬时速度的方向，就是质点在该时刻运动的方向。

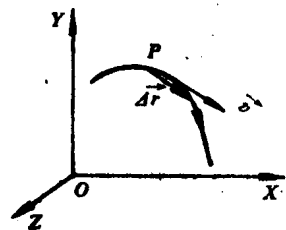


图 1-5

瞬时速度是位置矢量(矢径) \vec{r} 对时间的导数, 而矢径 \vec{r} 在直角坐标系中与 x, y, z 三个坐标的关系为

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

所以有

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

故瞬时速度的三个分量为

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

且有

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

(四) 瞬时速率 若质点在时间间隔 Δt 内运动的路程为 Δs , 则质点在某时刻或某位置的瞬时速率就是质点在 Δt 时间内的平均速率, 当时间间隔 Δt 无限减小而趋近于零时的极限, 用 v 表示, 即

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1-6)$$

学习上述有关速度的几个概念, 应当注意以下几点:

(1) 平均速度是矢量, 而平均速率是标量, 在一般情况下两者的量值并不相等, 只有质点作直线直进运动时, 两者的量值才相等。

[讨论题 1] 如图1-6所示, 一质点从A点沿直线运动到B点, 再反向运动到C点, 所经过的时间为1s, 问其平均速度值与平均速率值是否相等?

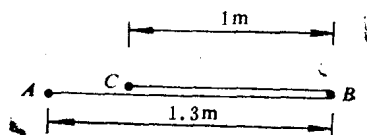


图 1-6

[答] 平均速度值为 $|\vec{v}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{0.3}{1} = 0.3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

平均速率值为 $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2.3}{1} = 2.3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

可见平均速度值与平均速率值不相等。

[讨论题 2] 如图1-7所示, 圆周半径 $R = 0.1 \text{ m}$, 质点从A点出发沿顺时针方向绕圆周运动到D点, 所需时间为1s, 问其平均速度值与平均速率值是否相等?

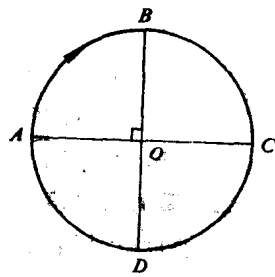


图 1-7

[答] 平均速度值为 $|\vec{v}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{|\overrightarrow{AD}|}{\Delta t} = \frac{0.14}{1} = 0.14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

平均速率值为 $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\frac{3}{4} \times 2\pi R}{1} = \frac{3}{4} \times 2 \times 3.14 \times 0.1 = 0.47 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

可见平均速度值与平均速率值不相等。

(2) 瞬时速度是矢量, 而瞬时速率是标量, 但两者的量值相同。

瞬时速度为 $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, 瞬时速率为 $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ 。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $|\Delta \vec{r}| = \Delta s$, 故瞬时

速度与瞬时速率的量值相等。

[讨论题] 一物体具有恒定的速率, 但仍有变化的速度, 是否可能? 一物体具有恒定的速度, 但仍有变化的速率, 是否可能?

[答] 前者可能。因为速度是矢量, 既有大小, 又有方向, 两者之一改变时, 速度就发生变化。例如质点作匀速率圆周运动时, 虽然速率不变, 但速度方向在改变, 即是有恒定的速率, 但仍有变化的速度的实例。但后者不可能, 因为物体具有恒定的速度, 就是速度的大小和方向都不变化, 因而不可能有变化的速率。

(3) 瞬时速度是描写质点在某一瞬间位置变化快慢的物理量, 而平均速度是描写质点在某一时间间隔内位置的平均变化快慢的物理量, 两者是不同的概念, 而且一般情况下两者的数值也不相等, 只有在特殊情况下, 例如当质点作匀速直线运动(且速度方向不改变)时, 两者的数值才相等。

[讨论题] 如图 1-8 所示, 质点自 A 点出发作匀速率圆周运动, 经过一周又返回到 A 点, 问质点运动的平均速度值与每一时刻的瞬时速度值是否相等?

[答] 质点从 A 点出发运动一周后又回到 A 点, 位移为 $\Delta \vec{r} = 0$, 故平均速度值为 $\left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = 0$, 而每一时刻的瞬时速度值显然不为零, 故两者量值不相等。

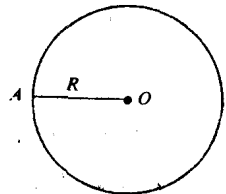


图 1-8

四、加速度

(一) 平均加速度 设质点在 $t-t+\Delta t$ 这段时间内的速度增量为 $\Delta \vec{v}$, 则 $\Delta \vec{v}$ 和 Δt 的比值就称为质点在这段 Δt 时间内的平均加速度, 用 \vec{a} 表示, 即

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (1-7)$$

上式表明, 质点在 Δt 时间内的平均加速度, 就是在 Δt 时间内, 平均起来, 质点在单位时间内的速度增量。

(二) 瞬时加速度 设质点在时间间隔 Δt 内的速度增量为 $\Delta \vec{v}$, 则质点在某时刻或某位置的瞬时加速度就是质点在 Δt 时间内的平均加速度当时间间隔 Δt 无限地减小而趋近于零时的极限, 用 \vec{a} 表示, 即

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (1-8)$$

瞬时加速度是矢量。因为平均加速度的方向就是速度增量 $\Delta \vec{v}$ 的方向, 所以瞬时加速度的方向就是当时间间隔 Δt 趋近于零时速度增量 $\Delta \vec{v}$ 的极限方向。

在直角坐标系中, 瞬时速度 \vec{v} 与速度分量之间的关系为

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

故瞬时加速度的表示式为

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k}$$

瞬时加速度的三个分量为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

且有

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

学习加速度概念应当注意以下几点:

(1) 加速度是矢量, 因此必须注意它的方向性。

[讨论题 1] 质点作匀速圆周运动, 以下几个物理量中的哪个物理量不变?

- 1) 速度 2) 加速度 3) 速率

[答] 3) 正确。

分析: 质点作匀速圆周运动时, 速率不变。速度和加速度的量值虽然不变, 但方向时刻在改变。

[讨论题 2] 对于单摆摆锤自平衡位置分别摆到两边最高位置的两个瞬间来说, 以下哪种说法正确?

- 1) 位移相同 2) 速率相同 3) 加速度相同

[答] 2) 正确。分析: 单摆摆锤摆到两边最高位置的两个瞬间的速率相同, 都为零。这两个瞬间的加速度量值相同, 但方向不同。从平衡位置摆至两边最高位置的位移量值虽然相同, 但方向也不同。

(2) 速度是描写质点位置变化快慢的物理量, 而加速度是描写质点速度变化快慢的物理量。一般情况下, 瞬时加速度与瞬时速度不但量值不一定相等, 它们的方向也不一定相同, 因而瞬时加速度的方向与质点运动的方向也不一定相同。

[讨论题 1] 质点的瞬时加速度为一恒矢量, 但其速度方向时刻在改变, 是否可能?

[答] 是可能的。这是因为加速度是描写质点速度变化快慢的物理量。因此, 加速度为恒量, 只是意味着质点运动速度变化的快慢程度不随时间而改变, 而并不意味着质点运动的速度方向不变。所以, 加速度为恒矢量, 而速度方向时刻在改变是完全可能的。例如物体作斜上抛运动时, 其加速度就是重力加速度, 为一恒矢量, 但物体运动速度的方向时刻在改变。

[讨论题 2] 物体运动的速度为零, 但其加速度不为零, 是否可能?

[答] 是可能的。这是因为速度反映了物体位置变化的快慢, 加速度反映了速度变化的快慢。某一时刻, 物体运动的速度为零, 但其速度变化可以不为零。因而速度为零时, 加速度可以不为零。例如竖直上抛物体运动至顶点时, 速度为零, 而加速度就是重力加速度, 不为零。

[讨论题 3] 试判断以下说法是否正确

1) 加速度减小, 速度也一定随之减小;

2) 加速度越大, 速度值的变化也一定越大。

[答] 以上两种说法都不正确。1) 种说法不正确, 是因为加速度减小时, 速度不一定随之减小。例如质点作直线运动时, 当与运动速度方向相同的加速度减小时, 其速度仍旧要增大; 2) 种说法也不正确, 即加速度越大时, 速度值的变化不一定越大。例如匀速率圆周运动, 其速度值变化量总为零, 但当速度值较大(或圆半径较小)时, 向心加速度值相对来说就较大。反之, 当速度值较小(或圆半径较大)时, 向心加速度值相对来说就较小。又如匀加

速直线运动, 由速度公式 $v = v_0 + at$ 可知, 速度增量为 $\Delta v = a\Delta t$, 由此式可见, 对于匀加速直线运动, 速度变化量除了与加速度大小有关外, 还与时间间隔 Δt 有关。加速度较小, 但时间间隔很大, 速度增量也可能较大。反之, 加速度较大, 但时间间隔极小, 速度值的变化也可能较小。

[讨论题 4] 将物体视为质点, 下列哪种情况有可能使其加速度达到向上 $2\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$?

- 1) 向上作加速运动;
- 2) 向下作匀加速运动;
- 3) 向上作匀减速运动;
- 4) 向下作匀减速运动。

[答] 1)、4) 都可能。

最后指出, 学习描写质点运动的几个物理量, 还应当注意以下几点:

- (1) 矢径、位移、速度和加速度都是矢量, 它们既有大小, 又有方向, 具有矢量性。
- (2) 矢径、瞬时速度和瞬时加速度都是瞬时物理量, 因此应当注意它们的瞬时性。
- (3) 矢径、位移、速度和加速度都具有相对性, 在不同的参照系中, 它们的方向角和数值大小可能不同。

第二节 直线运动和平面曲线运动

一、直线运动的基本公式

设质点沿 X 轴作直线运动, 如图 1-9 所示。

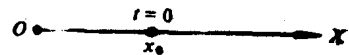


图 1-9

(一) 直线运动的一般公式

运动方程 $x = x(t)$ (1-9)

瞬时速度 $v = \frac{dx}{dt}$ (1-10)

瞬时加速度 $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ (1-11)

(二) 匀速直线运动公式

运动方程 $x = x_0 + vt$ (1-12)

位移公式 $x - x_0 = vt$ (1-13)

速度公式 $v = \frac{dx}{dt} = C$ (常量) (1-14)

(三) 匀变速直线运动公式

运动方程 $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ (1-15)

位移公式 $x - x_0 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ (1-16)

速度公式 $v = v_0 + at$ (1-17)

$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ (1-18)

学习直线运动必须注意以下几个方面的问题:

- (1) 要学会根据运动方程判断质点作什么运动, 并会分析质点速度变化情况。

[例 1] 已知质点运动方程为

$$x = 6t - 2t^2$$

式中 t 以秒计, x 以米计。问:

- 1) 质点作什么运动?
- 2) 运动速率是增加还是减小?

[解] 1) 已知质点运动方程为 $x = 6t - 2t^2$, 故其速度表达式为

$$v = \frac{dx}{dt} = 6 - 4t$$

由质点运动方程和速度表达式可见, 质点的位置只需用 x 坐标来描述, 其运动速度也只需用 x 坐标描述, 故知质点是沿 X 轴作直线运动。

$$\text{当 } t = 0 \text{ 时} \quad v_0 = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad x_0 = 0$$

$$\text{当 } t = 1 \text{ s 时} \quad v = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{当 } t = 2 \text{ s 时} \quad v = -2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

质点运动的加速度为

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

由以上计算结果可知, 质点是从 X 轴的坐标原点开始, 以 $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的初速度沿 X 轴作匀加速直线运动, 加速度为 $-4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。

2) 由以上计算结果可知, 质点在 $t = 1 \text{ s}$ 和 $t = 2 \text{ s}$ 之间改变运动方向, 为找出运动方向发生转折的时刻, 令 $v = 6 - 4t = 0$, 解得 $t = 1.5 \text{ s}$ 。由此可得:

当 $0 \leq t < 1.5 \text{ s}$ 时, $v > 0$ 、 $a < 0$, 可知质点的运动速率减小;

当 $t > 1.5 \text{ s}$ 时, $v < 0$ 、 $a < 0$, 可知质点运动速率增加。

[小结] 对本题的分析应注意以下两点:

第一点: 分析 1) 问时常见的错误是: 由于运动方程中含有时间 t 的二次方项, 从而认为质点是作曲线运动, 这样分析是错误的。一般在已知运动方程的条件下分析质点是作直线运动还是作曲线运动, 可以根据其速度表达式中有几个坐标分量来判断。当速度表达式中只有一个坐标分量时, 就是直线运动, 有两个坐标分量时, 就是平面曲线运动。运动方程中所出现的时间 t 的方次, 只能说明运动的位置坐标、运动速度和加速度随时间变化的情况, 而不能说明质点是作直线运动还是作曲线运动。

对于直线运动, 分析质点是作匀速运动还是作变速运动, 可以根据运动速度是否与时间有关或加速度是否为零来判断, 而分析质点是作匀加速运动还是作变加速运动, 则应根据加速度是否与时间有关来判断。例如本题由于速度表达式中含有时间 t , 故可判断质点是作变速运动, 又根据 $a = -4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 可知质点是作匀变速运动。

第二点: 分析 2) 问常见错误是: 由于计算出质点的加速度为 $a = -4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 即加速度为负值, 于是就得出质点运动速率减小的结论。这样的分析方法也是错误的。运动速率是增加还是减小, 是由速度和加速度两者的方向之间的关系决定的, 而不是由加速度本身的正、负号决定的。加速度本身的正、负号是与坐标轴的正向选取有关的, 因而不能由加速度本身的正、负来判断运动速率的增、减。正确的判断方法应当是:

当 a 、 v 同号 (即 $v > 0$ 、 $a > 0$ 或 $v < 0$ 、 $a < 0$) 时, 质点运动速率增加; 而当 a 、 v 异号 (即 $v > 0$ 、 $a < 0$ 或 $v < 0$ 、 $a > 0$) 时, 质点运动速率减小。

〔练习题〕已知质点的运动方程为

$$x = 3t - 3t^2$$

式中 x 以米计, t 以秒计。试说明质点作什么运动? 运动速率是增加还是减小? (提示: 当 $t = \frac{4}{3}$ s 时, $v = 0$)

〔例2〕如图1-10所示, 灯的高度为 H , 人的高度为 L , 人在水平面上从灯的正下方开始沿 X 轴正方向匀速前进, 速度为 v_0 。问在灯光照射下, 人头部在水平面上形成的黑影作什么运动?

〔解〕本题与上一例题的类型不同。不同点在于本题是求人头影作什么运动, 但不知道人头影的运动方程。因此, 要解答本题, 首先要找出人头影的运动方程, 然后根据运动方程再来判断人头影作什么运动。

求人头影的运动方程, 就是求人头影坐标 x 随时间变化的关系式。由图1-10可见, 人头部在 X 轴上的投影坐标为

$$x = v_0 t + L \operatorname{ctg} \theta = v_0 t + L \frac{v_0 t}{H-L} = (v_0 + \frac{v_0 L}{H-L}) t$$

上式中 v_0 、 L 和 H 都是不变量, 因此, $v_0 + \frac{v_0 L}{H-L}$ 也是不变量, 由此可知, 人头影是作匀速直线运动, 运动速度为

$$v = v_0 + \frac{v_0 L}{H-L} = v_0 (1 + \frac{L}{H-L})$$

〔小结〕分析本题常见的错误是: 由于人影的长度随着人的运动而逐渐增大, 因而认为人头影的运动是加速运动, 这种认识是不正确的。产生这种错误认识的原因是只凭主观想象, 而没有严格地按照研究质点运动的方法去考察人头影的坐标随时间变化的关系。事实上, 由人的运动方程 $x = v_0 t$ 和人头影的运动方程 $x = (v_0 + \frac{v_0 L}{H-L}) t$ 可知, 在任一时刻 t , 人头影与人的坐标差值为

$$\Delta x = \frac{v_0 L}{H-L} t$$

由上式可见, 差值 Δx 随时间 t 的增加而增大, 即人影的长度随时间 t 的增加而增大。产生这种现象的原因是人头影的速度比人的速度大一个常量 $\frac{v_0 L}{H-L}$ 。

(2) 要学会在已知运动方程的条件下, 求质点在各个时刻的位置、速度、加速度以及某一时间间隔内的位移。

〔例题〕一物体在水平面上沿 X 轴作直线运动, 其运动方程为

$$x = 4t - t^2$$

上式中 x 以米计, t 以秒计。已知在某一秒内物体位移的大小为0.6 m, 位移的方向为沿 X 轴正向。

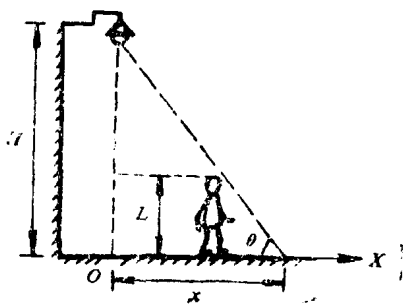


图 1-10