

★ 各类成人高考复习指导丛书

★ 修订第三版

数学

(理工农医类用)



★ 高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书

数 学

(修订第三版)

(理工农医类用)

孙成基 主编

高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书

数 学

(修订第三版)

(理工农医类)

孙成基 主编

*

高等教育出版社出版

高等教育出版社照排中心排版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 13.25 字数 290 000

1986年5月第1版 1988年7月第3版 1988年10月第1次印刷

印数 0001—80 120

ISBN7-04-001181-6/O·218

定价 3.25 元

第三版前言

《各类成人高考复习指导丛书》出版两年来，已请主编人修订过一次，使本丛书比较充分体现了便于成人自学的特点，并且特别注意培养考生运用基本知识进行解题的技巧，以提高考生的应考能力。

本丛书第三版是根据国家教委考试中心 1988 年 7 月审订的《全国各类成人高等学校招生考试大纲》（以下简称《考纲》）再次进行修订，使之成为一套完全符合《考纲》基本要求的复习丛书，以满足考生愿望。

鉴于这次《考纲》起草工作是由国家教委委托天津市成人教育招生委员会主持的，因此我社与该委员会共同组织这次修订工作，从而使本丛书能更充分体现《考纲》精神。

近年来广大读者纷纷要求我社出版与本丛书各复习教材相配套的习题解答与指导，以求获得更好的解题效果。为此我社又请各主编人编写了除英语以外的其他各科目的《解题指导》。这套《解题指导》收集的题型与《考纲》所规定的题型一致。此外，还编入 1986—1988 年三届全国成人高等学校招生考试各科目的考试题目与解答。

这样本丛书包括：

- | | |
|-------------|----------------|
| 《政治》（上、下册）； | 《政治解题指导》； |
| 《语文》（上、下册）； | 《语文解题指导》； |
| 《数学》（文科用）； | 《数学解题指导》（文科用）； |
| 《数学》（理科用）； | 《数学解题指导》（理科用）； |

<< 物理 >>;	<< 物理解题指导 >>;
<< 化学 >>;	<< 化学解题指导 >>;
<< 历史 >>;	<< 历史解题指导 >>;
<< 地理 >>;	<< 地理解题指导 >>;
<< 英语 >>;	

共 17 种 19 册。

本书修订第三版在保留第二版的特色下,根据《考纲》的要求增加了第一章的内容,删减了第二版第十三章中的数列的极限、第十七章中的棱台、圆台、球冠、球缺等内容。

本书除供准备报考各类成人高等学校考生复习自学外,也可供有关学校补习班作教材。

本书主编为:孙成基(《一九八六年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》起草人),参加编写的还有:刘宗华、王燕生、烟学敏。

学敏加本书修订工作的有《考纲》起草人孙宝玮和主编孙成基。

高等教育出版社

1988 年 9 月

目 录

代 数 (I)

第一章	数、式、方程和方程组	(1)
第二章	集合	(23)
第三章	不等式和不等式组	(31)
第四章	指数和对数	(50)
第五章	函数	(64)

三角函数

第六章	三角函数	(77)
§ 1	任意角的三角函数	(78)
§ 2	三角函数的图象和性质	(96)
第七章	两角和与两角差的三角函数	(106)
第八章	反三角函数和简单三角方程	(140)
§ 1	反三角函数	(141)
§ 2	简单三角方程	(149)
第九章	解三角形	(156)

平面解析几何

第十章	直线	(168)
§ 1	基本问题	(168)
§ 2	直线的方程	(177)
§ 3	两条直线的位置关系	(185)
第十一章	圆锥直线	(198)
§ 1	圆	(198)
§ 2	椭圆	(207)
§ 3	双曲线	(215)

§ 4 抛物线	(222)
§ 5 坐标轴平移	(231)
第十二章 极坐标与参数方程	(235)
§ 1 极坐标	(236)
§ 2 参数方程	(245)

代 数 (II)

第十三章 数列	(260)
第十四章 数学归纳法	(270)
第十五章 排列、组合与二项式定理	(276)
第十六章 复数	(288)

立 体 几 何

第十七章 直线和平面	(302)
§ 1 平面	(302)
§ 2 空间两条直线	(308)
§ 3 空间直线和平面	(315)
§ 4 空间两个平面	(326)
第十八章 多面体和旋转体	(339)
§ 1 多面体	(339)
§ 2 旋转体	(349)

答案或提示	(357)
--------------------	--------------

成人高考综合试题 (选自近年来历届各省市成人高考数

学试题) 一	(405)
--------------	-------

成人高考综合试题 (选自近年来历届各省市成人高考数学

试题) 二	(408)
-------------	-------

综合试题一解答	(411)
----------------------	--------------

综合试题二解答	(415)
----------------------	--------------

代 数 (I)

第一章 数、式、方程和方程组

[考纲要求]

1. 理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、算术平方根的概念, 会熟练地进行有关计算.

2. 理解有关整式、分式的概念, 会进行有理式的加、减、乘、除、乘方的运算.

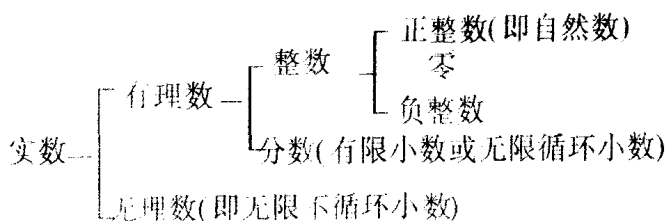
3. 理解二次根式的有关概念和二次根式的性质, 会进行二次根式的化简和运算.

4. 会解一元一次方程、一元二次方程, 能灵活运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题.

5. 会解有唯一解的二元一次方程组、三元一次方程组; 会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组, 会解简单的两个二元二次方程组成的方程组(主要指以下几种类型: 用加减消元法可以消去某个未知数的, 可以消去二次项的, 以及至少有一个方程可以分解成一次方程的).

[内容提要]

1. 实数系统表



2. 数轴 规定了原点、方向和长度单位的直线，叫做**数轴**。
如图 1-1。

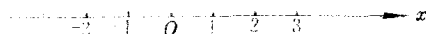


图 1-1

实数与数轴上的点存在一一对应的关系，即任意一个实数都对应着数轴上一个点，而数轴上任意一个点都对应着一个实数。

3. 相反数

只有符号不同的两个数，称其中一个是另一个的**相反数**。规定零的相反数是零。

4. 实数的绝对值

实数 a 的绝对值，用符号 $|a|$ 表示，其定义如下：一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零，即

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a \geq 0 \text{ 时,} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时.} \end{cases}$$

注意 $|a| \geq 0$ ，即 $|a|$ 是非负数。

5. 平方根与算术平方根

(1) **平方根** 如果 $x^2 = a$ ($a > 0$)，那么 x 就叫做 a 的平方根。

正数 a 的平方根有两个，它们互为相反的数，记作 $\pm\sqrt{a}$ 。

(2) **算术平方根** 正数 a 的正的平方根 $\sqrt{a}$ ，也叫做**算术平方根**(简称**算术根**)。

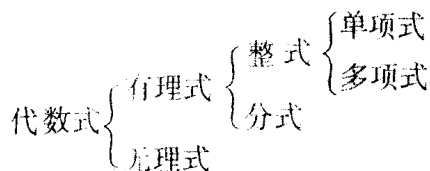
规定零的算术根是零，即 $\sqrt{0} = 0$ 。

注意 (i) 若 $a \geq 0$ ，则 $\sqrt{a} \geq 0$ ，即 $\sqrt{a}$ 是非负数。

(ii) 对于任意实数 a ，有 $\sqrt{a^2} = |a|$ 。

(iii) 在实数范围内，负数没有平方根。

6. 代数式系统表



(1) 整式及其加、减法

整式 单项式和多项式统称为**整式**。

同类项 在多项式的各项中，如果一些项所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同，这些项就叫做**同类项**。

合并同类项 把多项式中的同类项合并成一项，即把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变，叫做**合并同类项**。

整式的加、减运算就是合并同类项。

(2) 整式的乘法、乘方

单项式乘多项式 用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加。

多项式乘多项式 先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加。

乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3.$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3.$$

(3) 整式的除法

多项式除以多项式的方法, 见本章例题.

(4) 分式及其运算

分式 形如 $\frac{A}{B}$ 的式子叫做分式, 其中 A, B 为整式且 B 含有字母.

分式也有与分数类似的通分、约分、四则运算.

(i) 约分 $\frac{ma}{mb} = \frac{a}{b}$.

(ii) 分式的加、减法

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}; \quad \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}.$$

(iii) 分式的乘、除法

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}; \quad \frac{a}{b} \div \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

(iv) 分式的乘方

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (n \text{ 为正整数}).$$

7. 二次根式 式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫做二次根式.

注意 ① 当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a}$ 没有意义.

② 当 $a \geq 0$ 时, $(\sqrt{a})^2 = a$.

(1) 二次根式的性质

(i) 当 $a \geq 0$ 且 $b \geq 0$ 时,

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

(ii) 当 $a \geq 0$ 且 $b > 0$ 时,

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

(2) 最简二次根式 满足下列条件的二次根式叫**最简二次根式**

(i) 被开方数的每一个因式的指数都小于根指数 2;

(ii) 被开方数不含分母.

(3) 二次根式的运算

(i) 加、减法 先把各个根式化成最简二次根式, 再把被开方数相同的根式分别合并.

(ii) 乘法 把被开方数相乘, 根指数不变.

(iii) 除法 把被开方数相除, 根指数不变.

8. 一元二次方程

(1) 一般形式及求根公式

方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 是常数, 且 $a \neq 0$), 叫做**一元二次方程的一般形式**.

求根公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

(2) 一元二次方程根的判别式

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的判别式, 用符号 Δ 表示, $\Delta = b^2 - 4ac$.

(i) 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实根.

(ii) 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实根.

(iii) 当 $\Delta < 0$ 时, 方程没有实根.

(3) 一元二次方程根与系数的关系

如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 x_1, x_2 , 则

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

9. 二元 三元一次方程组

(1) 二元一次方程组的一般形式

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

(2) 三元一次方程组的一般形式

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$$

(3) 二元、三元一次方程组的基本解法

(i) 代入“消元”法.

(ii) 加、减“消元”法.

通过“消元”将解二元、三元一次方程组, 转化为解一元一次方程.

[例题与解题指导]

例 1 填空:

(1) $-x$ 的相反数是_____.

(2) 两个互为相反数的和是_____.

(3) 不为零的两个互为相反数的商是_____.

(4) $\sqrt{12} - \sqrt{27} =$ _____.

(5) $\sqrt{0.04 \times 0.25} =$ _____.

(6) $\sqrt{26^2 - 10^2} =$ _____.

说明 (1) 填 x .

(2) 填 0 , 因为 $a + (-a) = 0$.

(3) 填 -1 , 因为 $\frac{a}{-a} = -1$.

(4) 填 $-\sqrt{3}$. 因为原式 $= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$.

(5) 填 0.1 . 因为原式 $= \sqrt{0.04} \cdot \sqrt{0.25}$.

(6) 填 24 . 因为原式 $= \sqrt{(26+10)(26-10)}$
 $= \sqrt{36} \cdot \sqrt{16}$.

例 2 填空:

(1) 计算: 当 $x > 0$ 时, $\frac{|x|}{x} =$ _____. 当 $x < 0$ 时,
 $\frac{|x|}{x} =$ _____.

(2) 当 _____ 时, $|a-b|+a-b=0$.

说明 (1) 填 1 , -1 . (2) 填 $a \leq b$.

计算题中, 如果含有绝对值的符号, 应根据绝对值的定义将绝对值的符号去掉, 再计算.

(1) 因为当 $x > 0$ 时, $|x|=x$, 所以 $\frac{|x|}{x} = \frac{x}{x} = 1$. 而当
 $x < 0$ 时, $|x| = -x$, 所以 $\frac{|x|}{x} = \frac{-x}{x} = -1$.

(2) 要使 $|a-b|+a-b=0$, 即 $|a-b| = -(a-b)$. 所以当 $a-b \leq 0$, 即 $a \leq b$ 时上式成立.

例 3 选择(每一个小题中只有一个结论是正确的, 把正确结论的代号写在题后的圆括号内):

(1) a, b 是实数, 下列等式中成立的是

(A) $|a+b| = |a|+|b|$. (B) $|a-b| = |a|-|b|$.

(C) $|a-b| = |b-a|$. (D) $|ab| = a|b|$.

[答] ().

(2) x, y 是实数, 下列命题中成立的是

(A) 如果 $|x|=|y|$, 则 $x=y$.

(B) 如果 $|x|=a$ 且 $a>0$, 则 $x=a$.

(C) 如果 $x=-y$, 则 $|x|=-|y|$.

(D) 如果 $-x=y$, 则 $|x|=|y|$.

[答] ().

(3) 下列各有理式中, 分式是

(A) $\frac{x}{5}$.

(B) $\frac{1}{3}x^2-y$.

(C) $\frac{2}{1+x}$.

(D) $x+\frac{x^2+y}{3}$.

[答] ().

(4) 下列根式中, 最简二次根式是

(A) $\sqrt{\frac{1}{2}}$.

(B) $\sqrt{63}$.

(C) $\sqrt{98}$.

(D) $\frac{\sqrt{x^2+y}}{2}$.

[答] ().

(5) 正确的计算是

(A) $\sqrt{3^2+4^2}=3+4=7$.

(B) $\sqrt{41^2-40^2}=41-40=1$.

(C) $\sqrt{(x+1)(x+2)}=\sqrt{x+1}\sqrt{x+2}$.

(D) $\sqrt{(-3)\times(-27)}=9$.

[答] ().

说明 (1) 方法一. 当 a, b 异号时(A), (B)不成立. 当 $a<0$ 时, (D)不成立. 因为只有一个结论是正确的, 故(C)成立.

方法二. 因为 $a-b$ 与 $b-a$ 互为相反的数, 所以 $|a-b|=$

$|b-a|$, 因此(C)成立.

(2) (A) 不正确. 因为如果 $|x|=|y|$, 则 $x=\pm y$.

(B) 不正确. 因为如果 $|x|=a$ 且 $a>0$, 则 $x=\pm a$.

(C) 不正确. 因为 $|x|\geq 0$, $-|y|\leq 0$, 那么仅当 $x=y=0$ 时, $|x|=-|y|$.

(D) 正确. 因为由绝对值的定义知, 若 $-x=y$, 则 $|x|=|y|$.

(3) 答(C). 因为有理式 $\frac{1}{1+x}$ 的分母含有字母 x .

(4) 答(D). 因为在(A)中, 被开方数含有分母. 在(B)中, $\sqrt{63} = \sqrt{3^2 \times 7}$. 在(C)中, $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2}$. 所以它们都不是最简根式.

(5) 答(D). 因为 $\sqrt{(-3) \times (-27)} = \sqrt{81} = 9$.

例4 已知 $2a-4\leq 0$, 化简 $2\sqrt{a^2-4a+4} - |6-3a|$.

解 原式 $= 2\sqrt{(a-2)^2} - 3|2-a|$
 $= 2|a-2| - 3|a-2| = -|a-2|$.

由已知, $2a-4\leq 0$, 所以 $a-2\leq 0$, 则

原式 $= -[-(a-2)] = a-2$.

说明 对于含有二次根式的化简或计算题, 如果被开方式是二次三项式, 则可考虑将它配成完全平方式, 以便进行计算, 开方时要注意算术根的概念.

例5 填空:

(1) 当 $a\geq b$ 时, $\sqrt{(a-b)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$. 当 $a<b$ 时,
 $\sqrt{(a-b)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) a 是实数, a^2 的平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$. a^2 的算术根是

说明 (1) $\frac{a-b}{+a}$. $\frac{b-a}{|a|}$.

(2) $\frac{+a}{+a}$. $\frac{|a|}{|a|}$.

例6 计算 $(a+b-c)(a-b+c)$.

解 原式 $= [a+(b-c)][a-(b-c)]$
 $= a^2 - (b-c)^2$
 $= a^2 - b^2 + 2bc - c^2$.

说明 两个多项式相乘,如果能经适当变形以应用乘法公式,可使计算简便.

例7 计算 $(2x^3+9x^2+3x+5) \div (x^2+4x-3)$.

解

$$\begin{array}{r} 2x+1 \\ x^2+4x-3 \overline{) 2x^3+9x^2+3x+5} \\ \underline{2x^3+8x^2-6x} \\ x^2+9x+5 \\ \underline{x^2+4x-3} \\ 5x+8 \end{array}$$

所以 商式 $= 2x+1$, 余式 $= 5x+8$.

说明 本题演算的步骤是:

(1) 用除式的第一项 x^2 去除被除式的第一项 $2x^3$, 得商式第一项 $2x$;

(2) 用商式的第一项 $2x$ 去乘除式, 把积 $2x^3+8x^2-6x$ 写在被除式的下面(同类项对齐), 从被除式减去这个积, 得 x^2+9x+5 .

(3) 把 x^2+9x+5 当作新的被除式, 再按照上面的方法继续演算, 直到余式是零或余式的次数低于除式的次数为止.

由本题可知

$$\frac{2x^3+9x^2+3x+5}{x^2+4x-3} = 2x+1 + \frac{5x+8}{x^2+4x-3} .$$