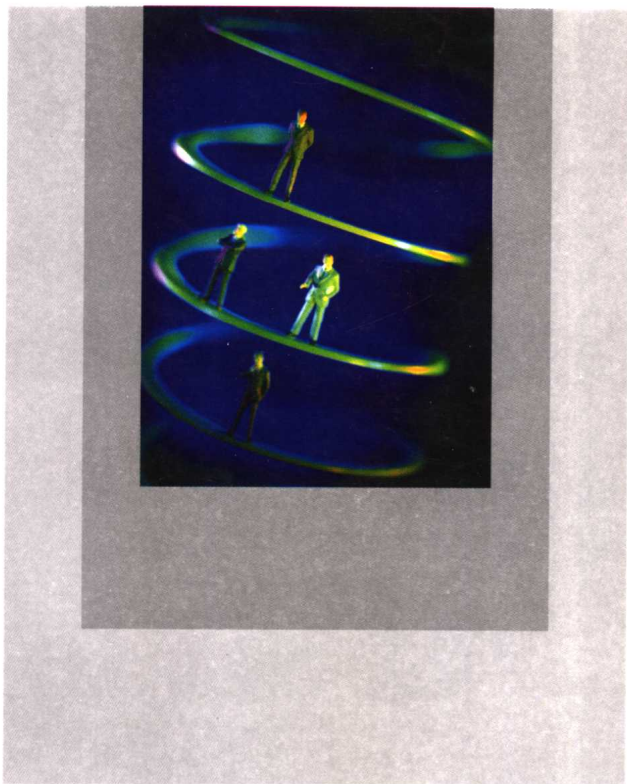


天津大学“211工程”丛书

非线性动力学理论及应用

王洪礼 张琪昌 主编



天津科学技术出版社

非线性动力学理论 及其应用

王洪礼 张琪昌 编著
郭树起 竺致文 乔宇



天津科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

非线性动力学理论及其应用 / 王洪礼, 张琪昌主编.

天津: 天津科学技术出版社, 2002. 4

ISBN 7-5308-3212-3

I. 非… II. ①王…②张… III. 非线性力学:
动力学 IV. 0313

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 096249 号

责任编辑: 赵雪慧

版式设计: 雒桂芬

周令丽

责任印制: 张军利

天津科学技术出版社出版

出版人: 王树泽

天津市张自忠路 189 号 邮编 300020 电话(022)27306314

天津新华印刷二厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

开本 850×1168 1/32 印张 13 字数 331 000

2002 年 4 月第 1 版

2002 年 4 月第 1 次印刷

定价: 26.00 元

前 言

非线性动力学是近年来国内、外基础理论研究的热点之一。非线性振动理论起源于上世纪 20 年代,近 30 年来在理论和应用方面都获得了很大的进展。由于非线性微分方程除极少数可以求出精确的解以外,并没有适用于各类方程的精确解析解法,通常所采用的分析方法均为近似解法,由于计算工作的繁复冗长,起初这些方法只能用来研究自由度数不高的非线性振动系统的局部运动规律。近年来,随着科学技术和经济建设的迅猛发展,机械、能源、交通、化工、生物、生命、航空航天等工程中提出了大量的非线性振动问题,有待解决。特别是强非线性、多自由度振动问题,系统的全局分岔问题等,都是本学科研究的热点问题。如果用线性振动理论来研究这些问题,不仅精度差,甚至把本质特征都舍弃了。随着现代科技的发展,人们对各类动力系统的分析与计算的要求越来越高。因此,作为现代物理和技术工程领域中的基础理论——非线性振动理论已成为高等院校学生一门越来越重要的基础理论课程,成为工程技术人员和科学研究者工作中必备的基础知识。

近年来随着非线性动力系统理论的发展以及计算机软、硬件技术的飞速发展,促进了非线性振动学科的发展,使得人们可以深入地分析非线性振动系统的局部及全局性态。

本书共分三篇十三章。第一篇由前七章组成,介绍了研究非线性振动问题的定量分析方法——平均法、三级数法、小参数法、多尺度法、谐波平衡法。第二篇由第八章和第九章组成,介绍了研究非线性振动问题的定性分析方法。第三篇由第十章至第十三章组成,概述了非线性动力系统的 LS 方法、中心流形定理、范式理论、奇异性理论以及上述理论在机械系统、汽车控制系统、生化反

应系统中的应用。

该书不仅可以作为工科院校力学、机械、内燃机、结构工程、海洋与船舶工程、自动控制、经济学、生物化工等学科高年级学生和研究生学习非线性振动理论和非线性动力学理论的教材,还可以作为工科院校教师和工程技术人员的参考书。该书力求用浅显的数学理论来讲述非线性振动和动力学的相关理论,注重工程应用,通过例题讲解理论的应用。

限于作者水平,书中难免有疏漏和错误之处,敬希得到批评指正。

作 者

2001年9月

目 录

绪论	(1)
第一篇 非线性振动理论的定量方法	(17)
第一章 单自由度系统的平均法	(17)
§ 1.1 自治系统的平均法	(17)
§ 1.2 定常解	(25)
§ 1.3 自激振动系统	(27)
§ 1.4 非共振系统的平均法	(34)
§ 1.5 共振系统的平均法	(40)
第二章 单自由度系统的渐近法——三级数法	(49)
§ 2.1 自治系统的渐近法——三级数法	(49)
§ 2.2 非共振系统的渐近法——三级数法	(58)
§ 2.3 共振系统的渐近法——三级数法	(68)
第三章 单自由度系统的小参数法	(82)
§ 3.1 Poincaré 小参数近似解法	(82)
§ 3.2 周期解的存在性和 Lindstedt-Poincaré 法	(85)
§ 3.3 非自治系统的小参数法	(92)
第四章 单自由度系统的多尺度方法	(100)
§ 4.1 自治系统的多尺度方法	(100)
§ 4.2 非自治系统的多尺度方法	(107)
第五章 单自由度系统的谐波平衡法	(110)
§ 5.1 自治系统的谐波平衡法	(110)
§ 5.2 非自治系统的谐波平衡法	(120)

第六章 多自由度非线性振动系统的平均方法	(124)
§ 6.1 多自由度系统的强迫振动	(124)
§ 6.2 两自由度分段线性系统	(142)
第七章 多自由度非线性振动系统的多尺度方法	(155)
§ 7.1 带平方非线性系统的自由振动	(157)
§ 7.2 带立方非线性系统的自由振动	(166)
§ 7.3 带平方非线性系统的强迫振动	(174)
§ 7.4 带立方非线性系统的强迫振动	(191)
§ 7.5 参数激励系统	(198)
参考文献.....	(203)

第二篇 非线性振动理论的定性方法..... (205)

第八章 单自由度系统的定性分析方法	(205)
§ 8.1 引言	(205)
§ 8.2 基本概念	(212)
§ 8.3 相轨线的两种作图方法	(213)
§ 8.4 相平面上的奇点及其稳定性	(217)
§ 8.5 保守系统的定性分析	(226)
§ 8.6 非保守系统的定性分析	(229)
§ 8.7 非自治系统定性分析简介	(237)
§ 8.8 周期系统与 Floquet 理论.....	(241)
参考文献.....	(243)

第九章 李雅普诺夫运动稳定性理论	(244)
§ 9.1 引言	(244)
§ 9.2 运动稳定性概念	(244)
§ 9.3 李雅普诺夫函数	(247)
§ 9.4 基本定义	(249)
§ 9.5 李雅普诺夫运动稳定性定理	(252)
§ 9.6 李雅普诺夫函数的构造	(255)

§ 9.7 一阶线性常微分方程组的稳定性	(262)
§ 9.8 李雅普诺夫第一运动稳定性定理	(266)
参考文献	(267)
第三篇 非线性动力系统理论的应用	(268)
第十章 动力系统理论概述	(268)
§ 10.1 基本概念	(268)
§ 10.2 流的线性化和流形	(272)
§ 10.3 结构稳定性与分岔	(274)
§ 10.4 静态分岔	(279)
§ 10.5 里雅普诺夫-施密特方法	(285)
§ 10.6 中心流形定理	(289)
§ 10.7 范式理论	(294)
§ 10.8 奇异性理论	(300)
§ 10.9 霍普分岔	(309)
参考文献	(314)
第十一章 非线性动力系统理论在机械系统中的应用	(315)
§ 11.1 汽车摆振	(315)
§ 11.2 机车蛇行	(322)
参考文献	(329)
第十二章 非线性动力系统理论在汽车控制系统中的应用	(331)
§ 12.1 汽车控制系统非线性动力学的研究内容及特点	(331)
§ 12.2 非线性动力学在汽车主动悬架系统中的应用	(335)
§ 12.3 非线性动力学在汽车四轮转向系统中的应用	(348)

§ 12.4 非线性动力学在汽车防抱死制动系统中的应用	(366)
§ 12.5 未来的研究展望——汽车综合控制系统的非线性动力学分析	(370)
参考文献	(379)
第十三章 非线性动力系统理论在生物和化学系统中的应用	(382)
§ 13.1 引言	(382)
§ 13.2 布鲁塞尔振子(Brusselator)	(384)
§ 13.3 BZ 反应, BZ 反应模型(Oregonator 模型)	(388)
§ 13.4 酵母菌的连续培养	(393)
§ 13.5 双 CSTR 连续发酵	(399)
§ 13.6 多物种生态系统	(404)
参考文献	(407)

绪 论

振动是物理学、技术科学中广泛存在的物理现象。如建筑物和机器的振动,无线电技术和光学中的电磁振荡,控制系统和跟踪系统中的自激振动,声波振动,同步加速器中的束流振动和其结构共振,火箭发动机燃烧时的振动,化学反应中的复杂振动等等。这样一些表面上看起来极不相同的现象,都可以通过振动方程统一到振动理论中来。振动是机械运动的一种形式,在技术领域中,常见的振动是周期振动。严格地讲,描述这些现象的方程式大多是非线性的(常微分方程,偏微分方程,代数方程)。对于那些非线性因素较弱,略去非线性因素又不从根本上影响最后结果的问题,我们可以用线性方程替代非线性方程,这种方法称为线性化方法。对于很多问题,这种简化是合理的。而对某些非线性问题,这样简化误差很大,甚至带来质的变化,这是不允许的。因此对于这样的系统必须用非线性振动理论来研究。

一、非线性振动的特点

由于线性微分方程理论已经发展得比较完善,所以线性振动理论也发展得相当完善,利用适合于线性系统的叠加原理,可以把一个多频(n 个)激励的响应,看成 n 个单频激励响应的叠加,这样可使所研究的问题获得极大的简化。在非线形振动系统中叠加原理不再适用,因而线性振动理论中一系列的方法和定理,例如模态叠加法、暂态振动中杜哈美(Duhaml)积分、模态分析和模态综合等等,在非线形振动理论中都不再适用。下面说明非线性振动系统的几个主要特点。

(1)线性系统中的叠加原理对非线性系统是不适用的,也就是

说,如作用在非线性系统上有可以展成傅氏级数的周期干扰力,其强迫振动的解不等于每个谐波单独作用时解的叠加。

(2)在非线性系统中,对应于平衡状态和周期振动的定常解一般有数个,必须研究解的稳定性问题,才能决定哪一个解在生产实际中能实现。

(3)在线性系统中,由于有阻尼存在,自由振动总是被衰减掉,只有在干扰力作用下,才有定常周期解;而在非线性系统中,有时会有非线性阻尼,例如负阻尼、平方阻尼、迟滞阻尼等等,即使没有周期性干扰力的作用,系统也可能出现周期解。如自激振动系统,在有阻尼,而无干扰力时,也有定常的周期振动。

(4)在线性系统中,强迫振动的频率和干扰力的频率相同;而在非线性系统中,在单一频率周期性干扰力作用下,非线性系统受迫振动定常解会出现与干扰力同频率成分,有时又会出现不同频率成分,即出现亚谐波、超谐波和超亚谐波等。当干扰力的频率从大到小或从小到大连续变化时,系统受迫振动的振幅会出现跳跃现象,而且频率变化顺序不同时,跳跃点的位置也不同。

(5)在线性系统中,固有频率和起始条件、振幅无关;而在非线性系统中,固有频率则和振幅有关,同时非线性系统中振动三要素也和起始条件有关。

(6)若控制系统运动的方程中含有参数,当参数变化时,解也随之变化。有时在某临界参数附近,参数有很小的变化,解就会发生根本性变化,甚至稳定性也发生质的变化,这是线性振动中没有的。工程中某些非线性问题,往往需要确定解的稳定区与不稳定区的分界线,需要研究参数变化时,解的拓扑结构的变化。

对人类来讲,自然界只有一个,但人们却用决定论和非决定论两种观点来研究自然界。线性振动理论建立在牛顿经典力学基础上,是完全的决定论思想。只要建立了方程,给出初始条件,我们便可计算“未来”,若时间被赋予负值,我们可计算“过去”。一切都如此完美。非线性系统中一些决定性方程,在某些参数条件下,运

动性态十分复杂,运动轨道十分混乱而不重复但又局限于某一个区间内,即使给定初始条件,也无法确定未来任意时刻系统的状态,描述它们的特征需要非决定论的思想。这一发现打破了牛顿、拉普拉斯决定论的统治观念,引起了思想上的解放和革新,促进了学科的飞速发展。

以上仅粗略地介绍非线性振动的一些特点,在以后各章中,我们将分别进行分析研究。

二、研究非线性振动问题的主要方法

对非线性振动问题的研究,特别是对工程技术中出现的非线性振动问题的研究,大体上分为实验法和分析法,后者又可分为定性分析法和定量分析法。实验方法,根据原理相似的条件,建立机械的或电子的模型,研究各种参数对振动特性的影响,以及研究解的稳定条件,有时也需进行现场实验研究。实验不但可以验证理论,而且对一些复杂的振动系统能直接得到规律性的结论,因此,也是进一步发展理论的基础。由于现代科技的进步,实验分析手段发展很快,电子计算机软硬件性能的提高,使实验法研究的前景十分宽广。定性分析法,又称几何法或相平面法,由庞加莱(Poincaré)首先提出,即在相平面上研究解或平衡点的性质和相图性质,从而定性地确定解的性态,一般以研究二维问题为主。计算机辅助绘图手段的引入,赋予定性分析法以新的活力。定量分析法近几十年来发展很快,方法也很多。例如普通小参数法、林特斯蒂脱(Lindstedt)小参数法、多尺度法、慢变参数法、KBM法、伽辽金法、谐波平衡法等等,它们各有特色。定量分析法的另一个分支,是使用电子计算机进行数值分析研究非线性振动,近年来发展迅猛,而且实用价值很大,如初值法、边值法、点映射法、胞映射法等都得到广泛应用。由于非线性振动比较复杂,特别是研究强非线性问题、分岔、突变、混沌和多维系统,数值分析也许是主要的研究手段。

不同的自然现象,有些可以用同类型的方程来描述。因此对非线性振动方程性态的研究结果,可以运用到其他学科中去。

三、机械系统中常见的几种非线性力

在对一个振动系统进行研究时,其阻尼力和弹性力有时可线性化,有时则必须考虑其非线性性质(何时需考虑力的非线性特性,决定于所研究问题的性质和所要求的精度);另外在工程实际中也存在着很多不能线性化的系统。

在机械系统中非线性力有非线性势力、非线性阻尼力和所谓混合型非线性力。下面介绍一些产生非线性力的实例,一方面用以说明非线性振动问题的重要性,同时也供建立振动方程时参考。

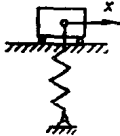
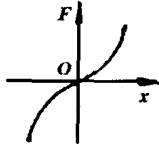
1. 非线性势力

只和系统的机械位置(只和广义坐标)有关的力称为势力。它有如下几种形式:

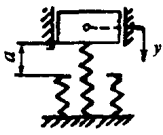
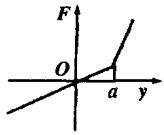
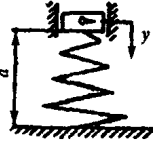
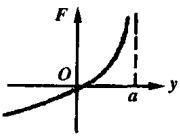

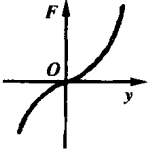
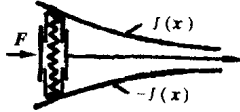
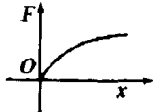
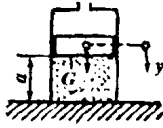
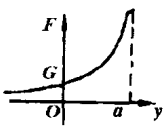
- (1)弹性力,即由于物体的弹性变形或一定数量气体的体积变化而引起的力;
- (2)重力;
- (3)物体的某一部分在液体中时,该物体所受到的浮力;
- (4)磁场中的磁力。

具有非线性势力的机械振动系统及势力特性曲线示于表 1。


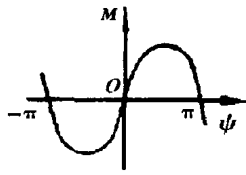

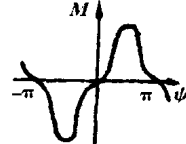

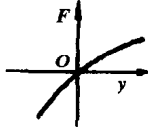

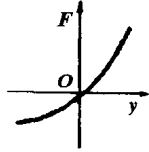

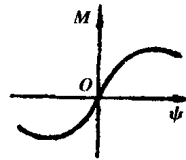
表 1

编号	系统类别	力的特性曲线
1	在平面上受弹簧拉力的重物(I)* 	

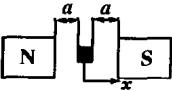
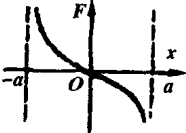

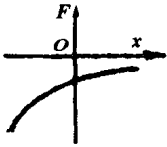
续表 1

编号	系统类别	力的特性曲线
2	置于分段弹簧上的重物(I) 	
3	置于锥形弹簧上的重物(I) 	
4	柔性弹性梁(I) 	
5	在收缩管道中的弹性活塞(I) 	 $F = 4c \int_0^x (f')^2 dx$ 其中 c —— 线性弹簧的刚度系数
6	置于封闭容器中的气体上的重物(I) 	

续表 2

编号	系统类别	力的特性曲线
7	具有固定悬挂点的单摆(Ⅱ) 	 $M = mgl \sin \psi$
8	悬挂轴旋转的单摆(Ⅱ) 	 $M = mgl \sin \psi - m\Omega^2 l^2 \sin \psi \cdot \cos \psi$
9	连通器中的液体(Ⅱ) 	
10	曲面船(浮桥船, 浮船) 垂直偏离平衡位置(Ⅲ) 	
11	同上, 绕平衡位置转动(Ⅲ) 	

续表 3

编号	系统类别	力的特性曲线
12	磁场中的电枢(IV) 	
13	轮箍 A 在固定导线 B 所产生的磁场中(IV) 	


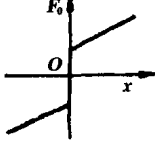

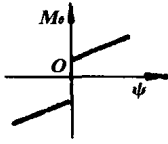
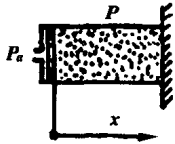
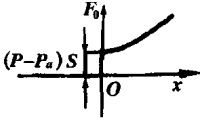
注:括号中罗马数字表示势力的形式

若 F_0 为弹性力,则 dF_0/dq 称为刚度系数。因在非线形系统中该系数和广义坐标 q 有关,所以 dF_0/dq 称为拟刚度系数。当 $q > 0$ 时,如随着 q 的增加,刚度系数增大,则称此弹性力的特性为硬特性;反之,如 q 增加时,刚度系数减小,则称其为软特性。弹性力也可能在 q 变化的某个区间有硬特性,而在另一个区间有软特性。(或表述为 $d^2F_0/dq^2 > 0$ 为硬特性,反之为软特性。)

以 x, y, ψ 表示广义坐标(系统对平衡位置的偏离),用 F 或 M 表示广义力,并规定广义力的符号和广义坐标的符号相反。在以上的例子中,只有当系统偏离平衡位置的位移较大时,势力才可能出现非线性,而在小位移的情况下可认为系统是线性的。

有时尽管位移很小,也必须考虑势力的非线性特性,这样的例子如表 2 所示。

表 2

编号	系统类别	力的特性曲线
1	具有间隙的系统(I) 	
2	具有纵向槽的重型半圆柱体(II) 	
3	由内部压力压向底部的活塞(I) 	 <p>P, P_a——表示内部和大气压力; S——气缸横断面积</p>

2. 非线性阻尼力

当系统振动时,如其中只和机械系统的速度有关的力的功率不恒等于零,则该力称为阻尼力(或简称阻尼)。而陀螺力(与速度有关),因其功率恒等于零,不是阻尼力。一般情况下,当力和速度方向相反的时候,则称该力为阻尼。

阻尼包括:有相对运动零件之间的摩擦力;用铆钉、螺栓和压力连接的结构,当受动载荷时,在接触面之间产生的结构摩擦力;系统构件材料的内摩擦力;系统在气体或液体中振动而产生的介质阻力(迎面阻尼,机翼旋转阻力矩)等。