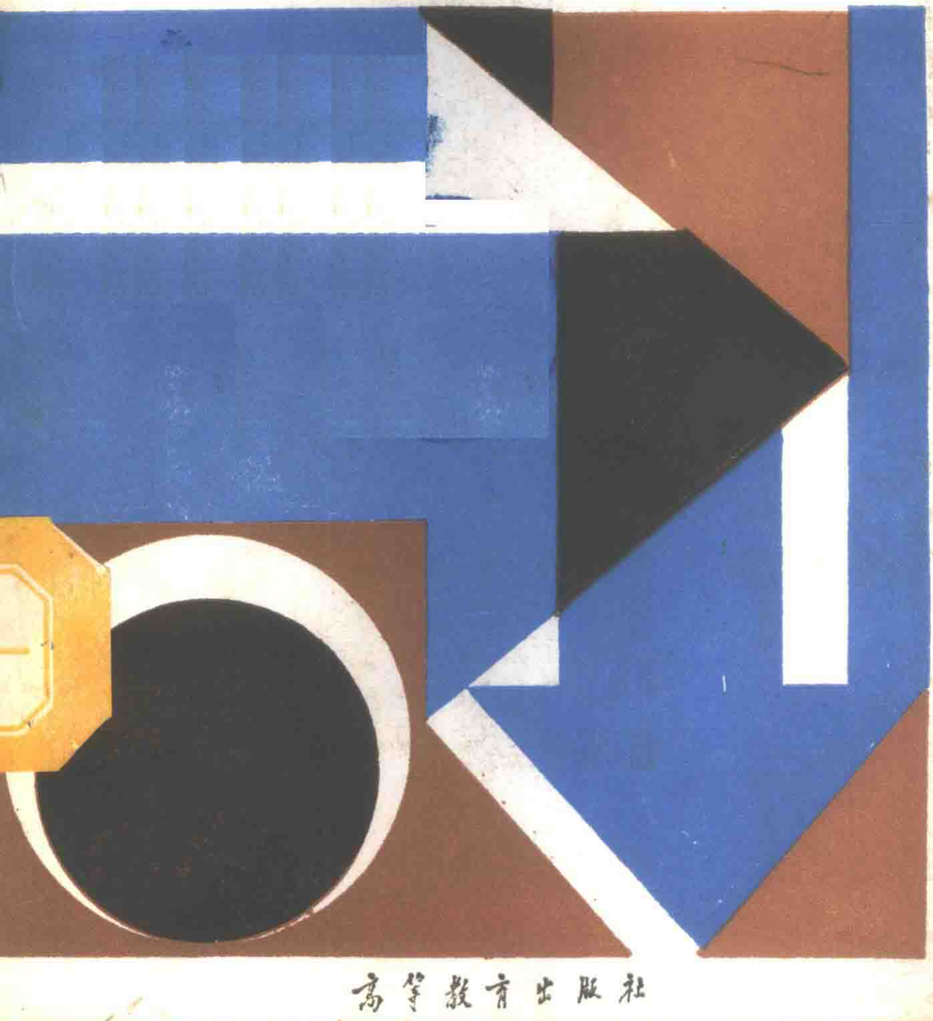
高等学校物理学小丛书

电磁学问题

——分析与思考

张静江



高等教育出版社

内容简介

本书是高等学校物理学小丛书之一册，是编者在每年教学实践的基础上写成的．全书针对高等学校低年级学生学习中的疑难和模糊不清的问题，结合具体例题进行分析，引出正确的思考方法．该书注重提高学生分析问题和解决问题的能力，对初学者准确地掌握基本概念和基本规律是有帮助的．全书内容按一般工科院校电磁学教材的系统分为七章，除最后一章外，每章均有问题和例题两部分．

本书经陈熙谋审查并推荐出版．

本书是高等工业学校普通物理课程的辅助性教材，也适用于电大、职大、夜大等成人高等学校，对自学青年和中学教师也很有参考价值．

高等学校物理学小丛书

电磁学问题

——分析与思考

张静江

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

*

开本787×1092 1/32 印张 4.75 字数102 000

1988年7月第1版 1988年7月第1次印刷

印数00 001—3 480

ISBN 7-04-000144-6/O·253

定价 1.35元

编者的话

初学普通物理《电磁学》时，要碰到许多新概念、新定律和新定理，解题时要用到较多的高等数学。因此，有的同志感到这门课程难学，题难作。有的同志说听课时觉得很明白，拿起题来却不会作，尤其是对一些思考题不知如何下手，对问题的理解总觉得有些似是而非，说不准确。于是把许多精力花在对付习题上，而没有把功夫放在掌握基本概念上。编者曾为辽宁电视大学通讯写过几篇文章，谈"电磁学中一些似是而非的问题"；为上海电视大学的部分学员分析过电磁学中的一些问题；还曾在一篇文章中谈到学习电磁学的方法问题，提出要在掌握物理概念上下功夫，并归纳为三点：(一)从定义开始准确掌握概念，(二)结合基本定律和定理深入掌握概念，(三)把一些似是而非的问题弄明白，从而巩固概念。文章发表后，不时收到一些读者来信，对所谈问题很感兴趣，希望能得到专门讲述这方面问题的书籍。本书就是应读者的希望而编写的。针对一些似是而非的问题，结合实例进行分析。在处理某些较难的例题时，力求让读者不仅学会解某一个难题的方法，还要学会运用正确的物理思想去思考和分析问题，从而在学习和解决问题的能力上有所提高。

由于本人水平所限，书中不当之处在所难免，恳切希望读者批评和指正。

张静江

目　录

第一章　真空中的静电场

基本概念

本章是整个电磁学的基础。在这一章里引入了几个重要的物理概念。如电场强度、电通量、电位（或称电势）等。准确并牢固地掌握这些概念是学好这一章的前提，同时也为后面各章的学习提供良好的基础。对于这些基本概念，除了正面理解它们的定义外，还应该认真思考：为什么要这样定义？换一种说法行不行？有哪些要注意的问题？不同概念之间有什么区别与联系等等。下面结合这些概念作进一步说明。

电场强度 $\mathbf{E}$　电场中某一点的电场强度矢量 $\mathbf{E}$，定义为试验电荷 q_0 在该点所受的力与试验电荷量值之比，即 $\mathbf{E}=\dfrac{\mathbf{F}}{q_0}$。又由库仑定律可知 F 与 q_0 成正比，所以这个比值与 q_0 无关，它是反映电场本身特性的量。这个定义好象很简单，但是，只有把它的基本意思真正搞清楚了，才不会说出“场强 $\mathbf{E}$ 的大小与 q_0 的量值成反比”这样的错话来。

电通量（或称 $\mathbf{E}$ 通量）　电通量的定义式 $d\Phi=\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}$ 也很简单。但记住了定义式不等于就认识了它的意义。许多初学者总爱说“场中这一点的通量，那一点的通量”，这就是没有理解通量这个概念总是和面积相联系的。我们可以说一个面元的通量或一个有限大曲面（包括平面）的通量，或一个闭合曲面的通量，但说电场中某一点的通量却是错误的。

电通量和电场强度这两个概念不同，场强 **E** 是一个矢量点函数，空间每一点都对应一个 **E**．我们应该由定义式开始就注意区别这两个不同的概念．这样，在以后的许多具体问题中就可以少出错误．举一个最简单的例子：空间某一面元$d\mathbf{S}$处，$\mathbf{E}\neq 0$，但若 $d\mathbf{S}$ 的方向（即面元法线的方向）与 **E** 垂直，即二者夹角$\theta=\frac{\pi}{2}$，这样就使得$d\phi=\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}=EdS\cos\theta=0$。由此可见，场强不为零，通量却可以为零．弄清了这两个概念之间的区别与联系，就不至于错误地认为"一面元的电通量为零，则该面元上各点的场强亦必然为零"了。

电位　电位的概念，由定义式开始就应该注意思考：为什么要选定一个参考点才谈得到场中某点的电位？参考点是否可以任意选定？选取无穷远处为电位零点时，为什么要加上一句："这是对有限带电体而言"．有些初学者总认为选无穷远为电位参考点是必须的和普遍成立的，总想用一个统一的结果来表示无限带电体的电位，并问"无限长带电直线的电位到底等于多少？"这就是对"场中某点的电位等于该点与参考点电位之差，参考点的选取是可以任意的"认识不清．对于有限带电体，在一般情况下，多是选无穷远处为电位零点，所以在正电荷场中各点的电位都是正值（即大于零）．但这并不是绝对的．如图 1-1 所示一个均匀带电球体，若规定球面上某一点（如B）为电位零点，还说"A点和C点的电位都比B点的电位高，都是正值"，那就错了．既然电位零点可以任意选取，选B点为电位零点当然是可以的．这样选定后就应有U_A大于U_B，U_A为正值；而U_C却小于U_B，U_C为负值．这是

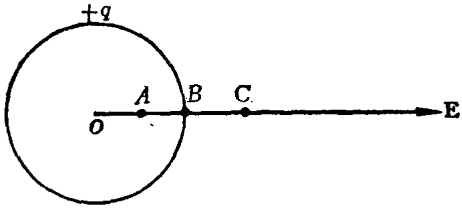


图 1-1

由计算两点间电位差的正负，即由在两点间移动单位正电荷时电场力做功的正负来决定的。亦可简单地由电力线的方向来讨论：因为电力线总是由电位高的地方指向电位低的地方，所以A点比B点电位高，B点又比C点电位高。

对于无限长带电直线，无限长带电圆柱面等，不能选无穷远为参考点，可以选其它合适的点为参考点。所选参考点不同，得出的电位表示式就不同。例如，设有无限长均匀带电直线，线密度为λ，如图1-2所示。求图中P点的电位。已知无限长带电直线的场强的大小为$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$，场强的方向沿$r$指向右（设$\lambda$为正值）。若选无限远处为参考点，则有$P$点的电位

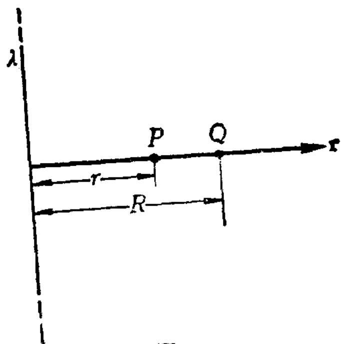


图 1-2

$$U_P=\int_P^{\infty}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}=\int_P^{\infty}Edr$$
$$=\int_r^{\infty}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}(\ln\infty-\ln r)$$

"$\ln\infty$"没有意义，或说碰到了"无限大困难"。这说明在这种情况下选无限远为参考点是不行的。假定选 $r=0$ 处为参考点，则有P点的电位

$$U_P=\int_r^{0}Edr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}(\ln 0-\ln r)$$

"$\ln 0$"还是没有意义，所以选 $r=0$ 处为参考点也不行。现在选与直线的距离为R的Q点为参考点，则P点的电位

$$U_P=\int_P^{Q}Edr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_r^{R}\frac{dr}{r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r}$$

这就是取Q点为参考点时电位的表达式。取R为不同的值时，U_P的值也随之改变。当取$R=1$时，有$U_P=\frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r$。这时若$r>1$，则$U_P<0$，说明$P$点在$Q$点的右边时，$P$点的电位比$Q$点低，且为负值；若$r<1$，则$U_P>0$，说明$P$点在$Q$点的左边时，$P$点的电位比$Q$点高，且为正值。由此例可见，电位的表示式随参考点的不同而异，但在选定合适的参考点后，就可以得出确定的结果。这一结论，无论是对无限带电体，还是对有限带电体都是正确的。

基本定律和定理

在学习基本定律和基本定理时，同样要注意对基本概念的理解。只有清楚地理解了基本概念，才能正确地掌握定律和

定理．下面我们通过两个具体例子来说明．

库仑定律　我们知道，库仑定律是关于静电场的基本实验定律．它总结了两个相对静止的点电荷之间相互作用的规律．点电荷是什么呢？对此问题若不深入思考，而只是从字面上去理解库仑定律的条文，就不可能切实地掌握它，在具体应用时还会出问题．例如，有的同志总是问：一个点电荷在它所在处的电场强度是什么？或者他虽然知道这个问题是没有意义的，但只能从数学上承认（$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$，$r\to0$时$E\to\infty$），而在物理上怎样说明却不清楚．这里就牵涉对点电荷概念的理解问题．所谓"点电荷"，是其本身的线度相对于到观察点的距离足够小，因而可以忽略其形状、大小的带电体．当观察点逼近"点电荷"时，它的形状、大小就不能忽略了，它也就不能再被看作点电荷了．此时要讨论它所在处某一点的场强，就需要把它看成具有一定电荷分布的带电体来进行计算．问题转化了，再把它当作点电荷去求该点的场强当然是没有意义的．

高斯定理　高斯定理是描写电磁场性质的基本定理之一，也是电磁场的场方程之一，由它可以求场强，还可以推证出关于电磁场的许多重要性质和结论．可是有的同志对高斯定理的理解常常不正确，以致在应用它时出现一些错误．譬如，由电场的高斯定理得出"闭合面的总通量为零，面上各点的场强必为零"、"闭合面上各点的场强变了，闭合面上的总通量必然发生变化"等不正确的结论．究其根源，还是对场矢量和通量这两个概念没有分清．如图1－3所示，在一个不带电的导体球外作一个同心球面S论（例如平

行板电容器内部的电场和无限长螺线管内部的磁场的情况）.

一些似是而非的问题

对于一个物理概念，除了从正面准确理解外，往往还需要通过对一些似是而非的问题的分析来加深认识．在学习场强和电位这两个重要物理量时，会碰到许多这种似是而非的问题．下面也举一些例子来说明：

“在负电荷产生的电场中，离此负电荷越近电位越低，场强也越小.”这句话前半句是对的，后半句错了．要注意，电位是标量，只有正负之分，负值的绝对值越大，反映该点电位越低．又电力线总是指向电位降低的方向，所以在负电荷产生的电场中，离负电荷越近电位越低．而场强是矢量，既有大小又有方向．在场中建立一个坐标系，选定某一方向为正以后，若某一点场强为负值，只说明**E**在这坐标轴上的投影为负，亦即只说明该点场强的方向与选定的正方向相反，并不说明该点场强的大小．我们还可联系电力线这个形象化工具，来区别这两个概念．如图1-6所示，电力线的疏密反映场强的大小，所以离场源点电荷（不论电荷是正或负）越近场强越大．

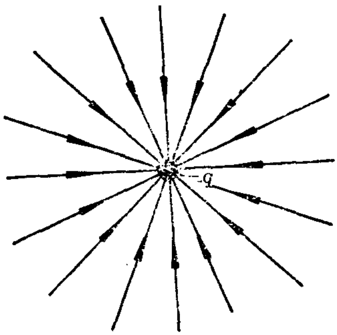


图 1-6

有人根据场强和电位的微分关系式 $\mathbf{E}=-\frac{dU}{dn}\mathbf{n}$，（这里

要面内电荷的代数和没有变化，面外电荷的变化对电通量没有影响。电场强度却不是如此，它是由场中所有的电荷共同激发的。一般来说，场内的电荷分布改变了，场中一点的电场强度就会发生变化。又如，有人由高斯定理出发，“证明”沿任一根电力线上各点的电场强度大小必相等。他是怎样得出这个错误结论的呢？如图 1－5 所示，他作了一个包围这一根电力线的圆柱状高斯面。由于面内没有电荷，所以

$\oiint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}=0$，由此得出 $\iint_{S_1}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}+\iint_{\text{侧面}}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}+\iint_{S_2}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}=0$，

而圆柱侧面无通量，故有

$$\iint_{S_1}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}+\iint_{S_2}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}=-E_1S_1+E_2S_2=0$$。只须取 $S_1=S_2$，就可得 $E_1=E_2$ 的结论。我们分析其错误，还是由于没有分清电场强度和电通量这两个概念。包围一根电力线作一个高斯面，这句话是含糊的。S_1和S_2必须是两个面才谈得到其上的通量，既是面就不可能只通过一根电力线。若认为S_1、S_2已缩小到只通过一根E 线，它们就已缩为两点，这时就无法比较它们的通量了。这个问题是应该引起重视的。否则在学习磁场时还会发生类似问题，即得出“沿任一条磁感应线上各点磁感应强度大小相等”的错误结论。事实上，只有力线是平行线的区域，可以利用高斯定理和环路定理得出场强的大小处处相等，该区域是匀强场的结

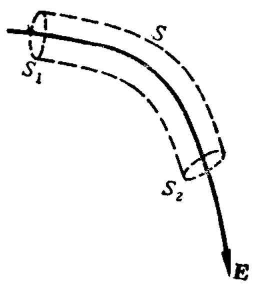


图 1-5

在将一正电荷 q 由 A 点移至 B 点的过程中，向 S 面上的 P 点的电场强度变不变？通过 S 面的电通量变不变？有人认为 P 点的场强变了，所以 S 面的通量也变了；有人则认为 S 面的电通量没有变，P 点的场强也没有变。这两种看法都是不对的。正确的答案是在 q 由 A 到 B 的过程中，P 点的场强增大了；而通过 S 面的电通量没有变化。因为在这过程中 q 始终处于 S 面外，S 面内电荷的代数和没有变化（仍为零）。图 1－4（a）、（b）是电荷 q 分别处于 A 点和 B 点时导体球外附近区域电力线分布的示意图。上述结论由图亦可清楚地见到。总之，要正确解决这些问题，关键在于搞清楚高斯定理所告诉我们的是：闭合面的总电通量由面内电荷的代数和决定。只

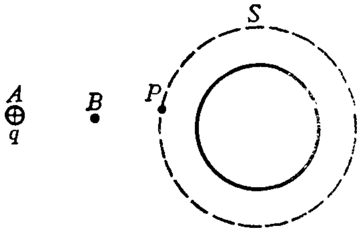


图 1-3

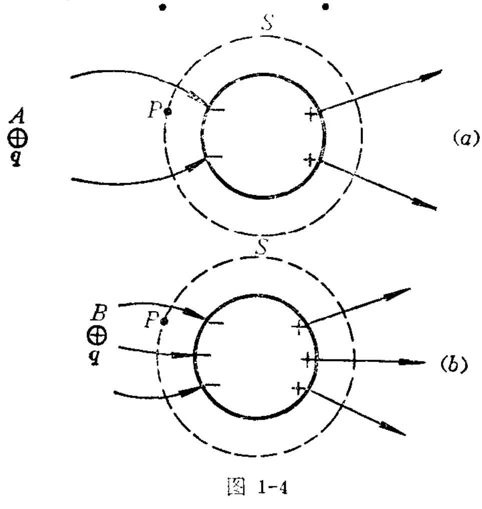


图 1-4

$\mathbf{n}$是等位面的法线方向上的单位矢量。)得出这样的结论:"电位U为零的地方,场强$\mathbf{E}$的大小也必为零," 或 "场强$\mathbf{E}$的大小为零的地方,电位U也必为零。" 这显然是错误的。上式只说明场强的方向与等位面法线方向相反,(按规定,等位面的法线垂直于等位面而指向电位增加的方向。)场强的大小等于沿法线方向电位的变化率。这就是说,电场中一点场强的大小决定于该点电位的"变化率",而不是决定于该点电位本身的大小。电位为零的地方,电位的变化率不一定为零,所以场强也不一定为零;同样,场强为零的地方,只能说明该点电位的变化率为零,而电位本身却不一定为零。况且如前所述,电位零点是任意选取的。这里,还有一个考虑问题的方法:对于一个普遍性的结论,我们只要举出一个反例说明它不成立,就可以将之推翻。对上面某人所得结论,我们可以很容易举出反例:在选取无穷远处为电位参考点的情况下,如图1-7(a)所示,在两个等量异号点电荷的中垂面上的任一点P,电位为零。但场强并不为零;而如图(b)所示,在两个等量同号点电荷的中点O,场强为零。电位显然不为零。这就证明"$U=0$处必有$E=0$"或"$E=0$处必有$U=0$"这两个结论是不能成立的。若在某一区域内,各点的场强都为零,即恒有$\frac{dU}{dn}=0$,这说明各点的电位变化

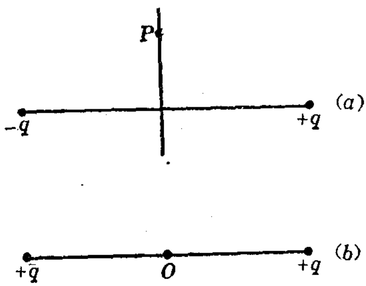


图 1-7

率均为零，电位在此区域内无变化（$U=$常数），故该区域为等位区。但若某一区域内 $E=$常数，则可知 $\frac{dU}{dn}=$常数，这只说明该区域内电位的变化率是常数，即电位差相同的各等位面之间的距离相等，而不能说这个区域是等位区。如图 1-8 所示，平行板电容器两板间是匀强电场，但不是等位区。若将负极板接地，并定作电位零点，设每相邻二等位面间电位差为 1 伏，则正极板上的电位为 4 伏。

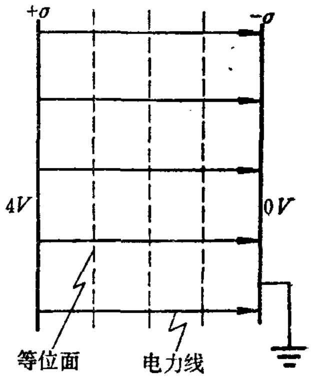


图 1-8

弄清了场强和电位之间的关系后，请判断下面两种说法是否正确：一种说法“等位面上各点的场强大小一定相等”，另一种说法“已知空间某区域电位差相等的各等位面间距离相等，则此区域为匀强电场区。”不难看出，前一种说法是错误的；后一种说法是正确的。

总之，对于一个物理概念，可以通过正反两方面的分析和比较来加深认识，从而准确而牢固地掌握它。

例题 1 半径为 R 的均匀带电圆盘（忽略厚度），电荷面密度为 $\sigma(>0)$。求轴线上距圆盘中心为 x_0 的一点 P 处的电场强度。

解 对于这类问题往往要用直接积分的方法，通常把带电圆盘分成许多同心圆环，然后利用带电圆环轴线上一点的场强公式通过积分来求解。

也可以用另一种直接积分的方法，即把带电圆盘分割成许多小面元，把每一个小面元看作点电荷，利用点电荷场强公式写出一个小面元对 P 点场强的贡献（即 $d\mathbf{E}$），再对所有小面元的场强进行矢量积分（实际上这是按照场强叠加原理对各小面元的场强求矢量和）. 矢量积分，一般应建立坐标系并分别求出各面元在各方向的分量. 但对于许多具有一定对称性的带电体，也可以根据它的对称性，先分析出总场强的方向，然后进行标量积分，这样解决问题要简便些. 就本题而言，如图 1-9 所示，就是沿圆盘的任一条直径取两个对称的面元，二者的面积大小、所带电量、到 P 点的距离等都相等，所以这两个面元在 P 点分别产生场强 $d\mathbf{E}$ 和 $d\mathbf{E}'$，它们的大小相等，方向如图所示. 由于二者与轴线的夹角也相等，均为 θ，合场强必平行于轴线.（也可以设想将 $d\mathbf{E}$ 和 $d\mathbf{E}'$ 分别投影到水平方向和竖直方向，由于竖直方向分量互相抵消，只剩下水平方向的分量.）整个圆盘可以分成许多对这样的面元，它们的合场强都沿水平方向，所以整个圆盘的总场强也沿水平方向，即平行于轴线指向远离圆盘的方向（x 正方向）. 于是，求 E 时就只需对 $d\mathbf{E}$ 沿 x 轴的分量 dE_x 进行积分了.

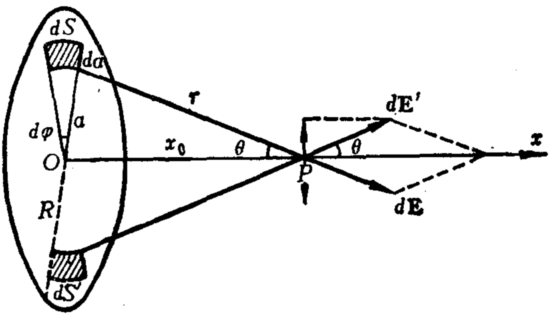


图 1-9

面元dS在P点的场强大小为

$$dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{dq}{r^2}$$

式中$dq=\sigma\, dS$。问题是dS怎样表示？如图中斜线部分所示，取以O为圆心、a和$a+da$为半径的两个同心圆及夹角为$d\varphi$的两条直径所截出来的一个很小的“部分圆环”为面元，则其面积$dS=a\,d\varphi\,da$（近似看作一个矩形，其面积等于二边长$a\,d\varphi$和da的乘积。）代入dE式中，有

$$dE=\frac{\sigma a d\varphi da}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$dE_x=dE\cos\theta=\frac{\sigma a\,d\varphi\,da}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

总场强

$$E=\int dE_x=\iint\frac{\sigma a\,d\varphi\,da\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

由图可见

$$r=\sqrt{a^2+x_0{}^2},\qquad \cos\theta=\frac{x_0}{r}=\frac{x_0}{\sqrt{a^2+x_0^2}}$$

代入积分式，对变量a、φ作二重积分，得

$$E=\iint\frac{\sigma x_0 a\,d\varphi\,da}{4\pi\varepsilon_0(a^2+x_0^2)^{3/2}}=\frac{\sigma x_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^R\frac{a\,da}{(a^2+x_0^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma x_0}{4\pi\varepsilon_0}\left[2\pi\left(\frac{-1}{\sqrt{a^2+x_0^2}}\right)\Big|_0^R\right]$$

$$=\frac{\sigma x_0}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x_0}-\frac{1}{\sqrt{R^2+x_0^2}}\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x_0}{\sqrt{R^2 + x_0^2}}\right]$$

方向沿x轴正向。

显然，与用其它方法所得的结果是一致的。

例题 2 厚度为d的无限大均匀带电板，电荷体密度为$\rho(>0)$。以带电板中心面上一点O为中心，挖出一个半径为$a\left(<\frac{d}{2}\right)$的球形空间，如图 1-10 所示。假设有了此球形空间后不影响板上的电荷分布。

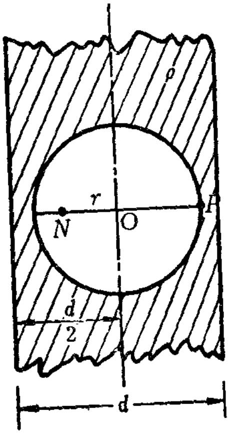


图 1-10

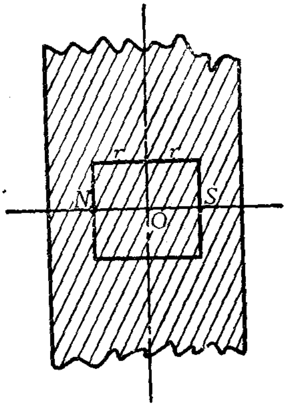


图 1-11

（1）求图中点N处的场强（N点与球心O的距离为r）；

（2）求球心O处的电位（以P点为电位参考零点）

解 此题用直接积分法求解是很困难的。若由场的叠加原理用所谓"挖补法"，将N点的场强看作未挖球形空间的整个均匀带电板在该点的场强，减去半径为a的均匀带电球体在该点的场强，就很容易得出结果。