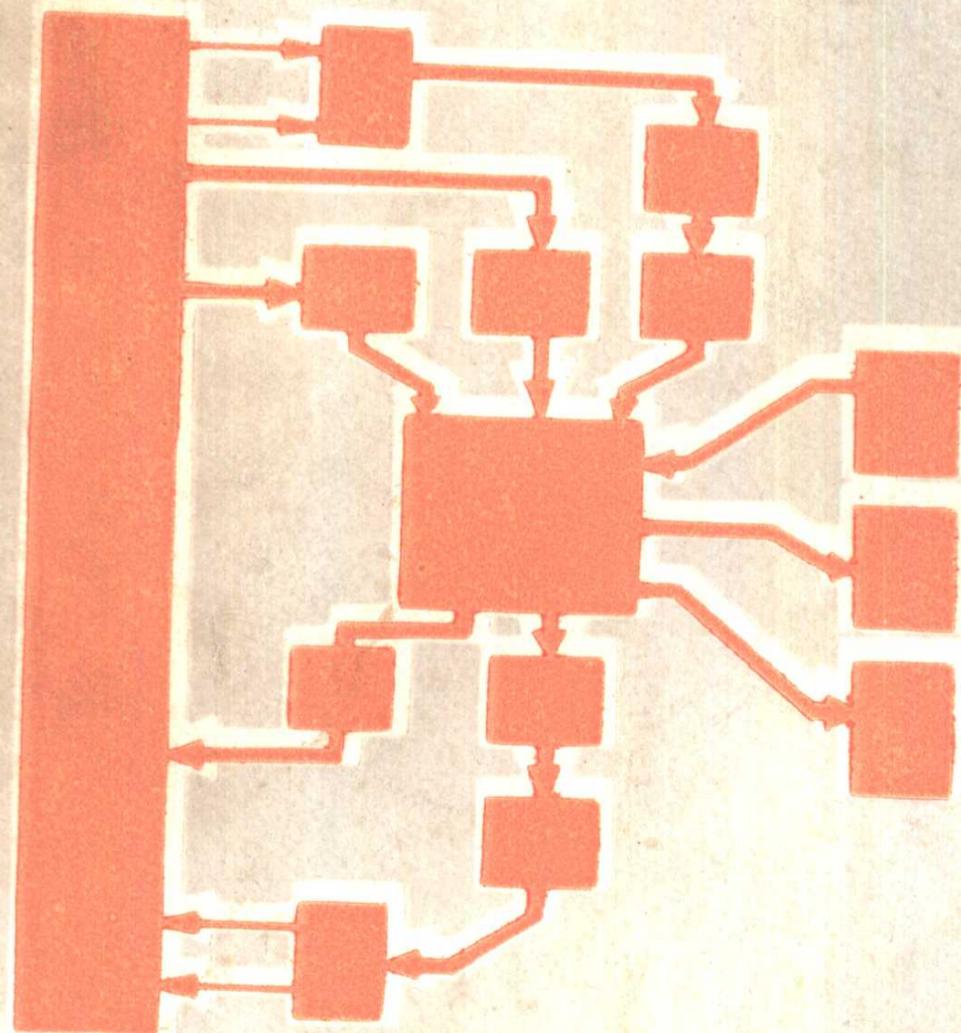


王崑翔 编著

# 选煤厂选矿厂计算机控制



中国矿业大学出版社

TD928.9  
W·466

高等学校教学用书

# 选煤厂选矿厂计算机控制

王 崑 翔

中国矿业大学出版社

(苏)新登字第010号

责任编辑 何其华  
技术设计 关湘雯

高等学校教学用书  
选煤厂选矿厂计算机控制  
王崑翔

---

中国矿业大学出版社出版  
新华书店经销 中国矿业大学印刷厂印刷  
开本787×1092毫米1/16 印张12.625 字数301千字  
1992年3月第一版 1992年3月第一次印刷  
印数：1—2000册

---

ISBN 7-81021-542-6

---

TP·22 定价：3.30元

## 前　　言

选煤、选矿是煤矿、矿山生产的重要环节，它对提高煤炭、矿石的质量起着重要作用。随着科学技术的进步，选煤厂、选矿厂自动化水平在不断提高，采用计算机控制已成为实现选煤厂、选矿厂自动化的重要手段。进入70年代以来，选煤厂、选矿厂计算机控制得到迅猛发展。目前，国内外正推广这项技术。

为了适应国内选煤厂、选矿厂计算机控制的发展，根据《选煤厂、选矿厂计算机控制》课程教学大纲的要求，编写了《选煤厂、选矿厂计算机控制》这本书。教学时数为60学时。

《选煤厂、选矿厂计算机控制》总结了我国近年来新建、改建的由计算机控制管理的选煤厂、选矿厂的经验，并着重讲述了选煤厂、选矿厂计算机控制的理论基础、控制方式，实现控制的手段及几个典型选煤厂、选矿厂计算机控制实例。

《选煤厂、选矿厂计算机控制》是为选矿专业高年级学生编写的教材，但也可作为从事选煤厂、选矿厂自动控制方面的工程技术人员，及自动化专业，选矿专业的研究生的参考用书。

本书在编写过程中得到许多同志的帮助和鼓励，黄章教授审阅了全稿，提出了很多有益的意见，特别是得到兖州兴隆庄煤矿矿长张敬孔高级工程师、总工程师施煌的鼎力相助，在此表示感谢。对书中的缺点和错误欢迎读者批评指正。

中国矿业大学自动化系

王崑翔

1990.5.1

# 目 录

<b>第一章 选煤、选矿厂计算机控制概述</b> .....	( 1 )
1.1 选煤、选矿厂的基本工艺过程 .....	( 1 )
1.2 选矿过程计算机控制的特点 .....	( 2 )
1.3 选矿过程计算机控制的分类 .....	( 2 )
1.4 计算机控制的基本结构 .....	( 4 )
小结.....	( 6 )
习题.....	( 6 )
<b>第二章 选矿(煤)厂计算机控制的理论基础</b> .....	( 7 )
2.1 连续线性系统的数学描述 .....	( 7 )
2.2 线性离散系统的数学描述 .....	( 10 )
2.3 Z 变换 .....	( 15 )
2.4 离散系统的传递函数 .....	( 22 )
2.5 离散控制系统的响应 .....	( 25 )
小结.....	( 31 )
习题.....	( 32 )
<b>第三章 选矿(煤)厂计算机控制的控制规律</b> .....	( 33 )
3.1 PID 控制 .....	( 33 )
3.2 串级控制 .....	( 36 )
3.3 前馈控制 .....	( 38 )
3.4 大滞后补偿控制 .....	( 40 )
3.5 解耦控制 .....	( 41 )
3.6 最优控制 .....	( 48 )
3.7 稳定性分析 .....	( 57 )
小结.....	( 61 )
习题.....	( 61 )
<b>第四章 选矿(煤)厂计算机控制方式</b> .....	( 62 )
4.1 计算机直接数字控制 (DDC) .....	( 62 )
4.2 监督控制 (SCC) .....	( 70 )

4.3 总体分散型计算机控制 (TDC) .....	( 70 )
小结.....	( 74 )
习题.....	( 74 )
<b>第五章 传感器、执行机构、可编程序控制器.....</b>	<b>( 75 )</b>
5.1 传感器.....	( 75 )
5.2 执行机构 .....	( 84 )
5.3 可编程序控制器 .....	( 87 )
小结.....	( 95 )
习题.....	( 95 )
<b>第六章 A 选矿(煤)厂计算机控制.....</b>	<b>( 96 )</b>
6.1 概述 .....	( 96 )
6.2 S <sub>5</sub> 150A (S <sub>5</sub> 机) 可编程序控制器 .....	( 97 )
6.3 S <sub>5</sub> 机的中央装置 .....	( 98 )
6.4 S <sub>5</sub> 机的扩展装置 .....	( 100 )
6.5 10台 S <sub>5</sub> 机可编程序控制器的结构.....	( 103 )
6.6 S <sub>5</sub> 机STEP5 语言及程序设计.....	( 105 )
6.7 S <sub>5</sub> 机与单台被控对象.....	( 108 )
6.8 用S <sub>5</sub> 机系统控制生产工艺过程 .....	( 109 )
6.9 S <sub>5</sub> 机对太斯卡 (TeskA) 选煤的控制.....	( 111 )
6.10 S <sub>5</sub> 机对巴达克 (BATAc) 选煤的控制.....	( 130 )
6.11 用 MC6800 微机监控 A 选煤厂装车站.....	( 144 )
小结.....	( 148 )
习题.....	( 148 )
<b>第七章 B 选矿(铜)厂计算机控制.....</b>	<b>( 149 )</b>
7.1 概述 .....	( 149 )
7.2 选矿过程计算机控制系统 .....	( 150 )
7.3 球磨机—螺旋分级机闭路磨矿流程的计算机 控制 .....	( 153 )
7.4 棒磨机、砾磨机—水力旋流器磨矿流程的 计算机控制 .....	( 156 )
7.5 浮选作业 控制 .....	( 158 )
小结.....	( 164 )
习题.....	( 164 )
<b>第八章 C 选矿(铁)厂计算机控制.....</b>	<b>( 165 )</b>
8.1 铁矿石磨矿分级过程 微机控制 .....	( 165 )
8.2 浓缩池底流矿浆浓度计算机控制 .....	( 168 )
小结.....	( 171 )

习题	(171)
<b>第九章 D选矿(煤)厂计算机控制</b>	<b>(172)</b>
9.1 概述	(172)
9.2 计算机控制系统的功能	(173)
9.3 工艺参数的闭环调节	(176)
9.4 GE 可编程序控制器	(179)
9.5 总体分散型控制系统	(185)
小结	(187)
习题	(187)
<b>附录</b>	<b>(188)</b>
<b>参考文献</b>	<b>(190)</b>

# 第一章 选煤、选矿厂计算机控制概述

## 1.1 选煤、选矿厂的基本工艺过程

选矿厂是加工开采原矿石的工厂，它是由各种不同的作业环节和工艺设备组成，其全部生产过程基本上实现了机械化生产。

目前我国选矿生产工艺过程（以后不作说明时选矿也包括选煤），大致包括以下各主要工艺环节：

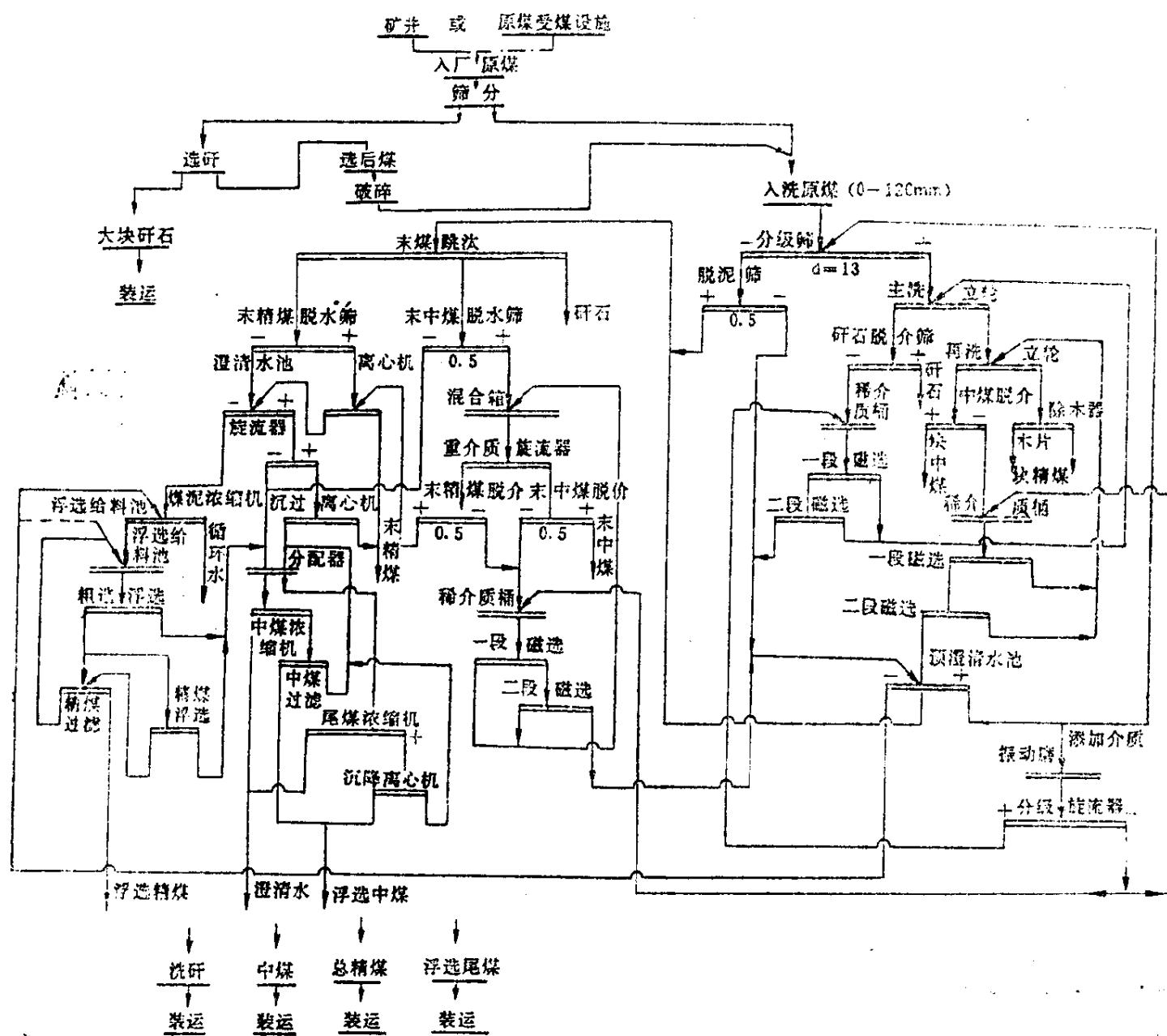


图1-1 某选煤厂工艺流程图

- 1) 原矿的预处理；  
将原矿破碎到某个粒级，混矿，配矿，分装等。
- 2) 选矿与脱水；
- 3) 精矿回收与洗水澄清作业；
- 4) 对入选原矿，中间产品、最终产品进行采样制样，测量或化验分析；
- 5) 产品运销。

图1-1为某选煤厂工艺流程图。其它选矿厂与其工艺过程类似。

## 1.2 选矿过程计算机控制的特点

选矿过程计算机控制的主要目的在于：保持良好的作业条件，使生产过程处于最佳的运行状态，从而保持并达到最好的技术经济指标。选矿过程计算机控制的主要优点是：可提高选矿的技术经济指标，提高选矿设备的处理能力，节约原材料及电力消耗，提高劳动生产率和改善劳动条件，由于计算机控制具有这些优点，所以在一些大型选煤厂、选矿厂均采用了计算机控制。

应当指出的是，在选煤厂、选矿厂计算机控制设计时，应当考虑选矿过程的特点，结合具体条件设计控制系统方案。一般说来，选矿过程的特点是：1) 选矿过程参数的测定往往是在含有粗糙的和磨蚀的固体颗粒矿浆中进行的，因此要求检测仪表和传感器不仅能检测出指定参数的变化，而且要具有抵抗长期磨损的能力。

2) 选矿过程参数多，各个参数又互相影响，因此正确决定被调参数和选择恰当的控制方案难度就较大，如果被调参数选择不当，不管组成怎样的计算机控制调节系统，都达不到预期的调节效果。

3) 选矿工艺过程闭路循环工作较多，闭路过程中的循环负荷由于其数量及性质经常变化不定，给整个过程的稳定调节带来很多困难，大大影响各控制环节的交连关系。

4) 滞后时间较长，为了使调节系统有较高的准确度，必须采用较复杂的调节系统。

5) 选矿过程处理的对象是矿石，矿石的性质是非常复杂多变的，因此需要多次反复试验，以摸清矿石性质变化的规律，找出适合本厂条件的控制方案和参数。

6) 由于选矿过程是一个复杂的物理化学过程，其计算机控制涉及许多领域，因此需要传感器、仪器、仪表、计算机硬、软件人员，选矿工艺、维护人员之间的紧密配合，共同协作。

## 1.3 选矿过程计算机控制的分类

按所使用的机种分：

1. 单板机及工业控制标准总线：Tp801、Tp803、Tp805、STD—BUS 等。
2. 通用微型计算机及小型计算机：Great Wall 机、PDP—11/70 等。
3. 可编程序控制器：GE 系列六、Gould 984、S<sub>5</sub>—150 及 Texas 可编程序控制器等。

按应用的性质分类：根据操作员是否直接参与控制，分为计算机开环控制和闭环控制。

### 1. 开环控制

是按照事先编好的方案对生产过程进行自动控制，而不接收来自被控对象的反馈信号。例如，选矿厂按一定的顺序或时序启动、停车，这就是顺序控制。另一种是计算机对生产过程进行中各个变量，根据需要进行定期的或随机的测量，并对测量信号进行必要的计算和逻辑判断，决定生产过程的方向和数值，这就是巡回检测、数据处理。计算机将结果打印或显示出来，由操作人员根据决定进行生产操作。这就是指导操作控制。顺序控制、指导操作控制均属开环控制。

### 2. 闭环控制

计算机对采集的生产过程各变量信号，进行必要的计算处理和逻辑判断后，自行确定控制方案，并发出必要的控制信号去控制执行机构。这类控制有，直接数字控制、监督控制、计算机分级控制、总体分散型控制等。

#### 1) 直接数字控制即 DDC 控制 (Direct Digital Control)

通过对生产过程的测量，计算和逻辑判断，计算机发出信号直接由于生产过程的自动控制环节或执行机构，进行反馈或前馈控制。一台计算机可以同时控制数十个甚至更多的生产环节。如图1-2所示。

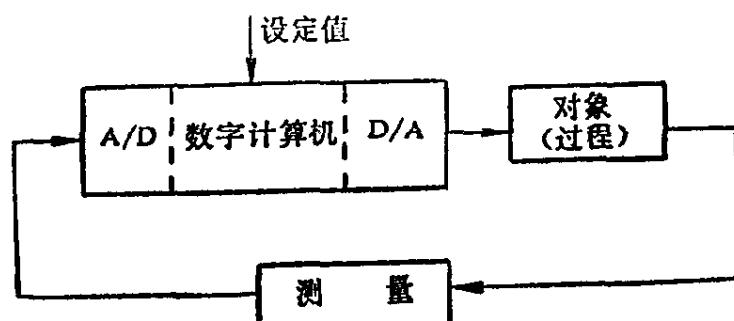


图1-2 计算机直接数字控制(DDC)

#### 2) 监督控制即 SCC 控制 (Supervisory Computer Control)

计算机根据生产过程的状态、环节、原料等因素，运用过程的数学模型，计算出生产过程最优工作条件，并把最优工作条件作为给定值传送给直接数字控制计算机或常规模拟仪表调节系统。

#### 3) 计算机分级控制 (Hierarchical Control) (图1-3)

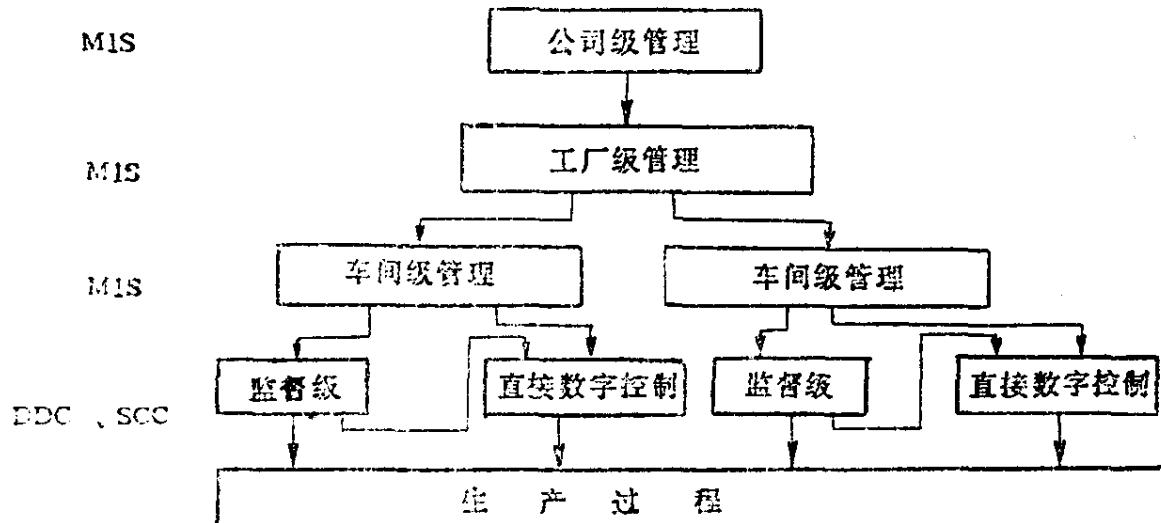


图1-3 计算机分级控制系统

对车间、全厂、全公司三级的生产计划，生产线或生产过程进行调度管理，根据需要可由厂级及车间级指挥监督级工作。

这种控制是计算机控制的最高阶段。管理级是最高级，根据市场的需求，公司内各生产环节的状况向各有关厂矿车间布置任务。监督级根据管理级下达的任务范围及工艺条件去寻找最优工况，而由直接数字控制级去完成对控制变量的调节。

#### 4) 总体分散型计算机控制系统 (Total Distributed Control System)

以前的计算机控制系统，是在中央控制室用一台计算机控制几十到几百个控制回路，一旦计算机故障，整个生产过程就要停顿。随着大规模集成电路和微机的出现，人们改变了原有的设计原则。根据生产工艺过程，每台微机管理一部分工作，如果一台微机故障只影响局部工作。控制局部工作的微机，可用通讯线组成一个整体，进行总体配置，各负其责，这就是总体分散型控制系统。

关于直接数字控制、监督控制、总体分散式控制在 4.1、4.2、4.3，将进一步说明。

### 1.4 计算机控制的基本结构

如图 1-4 所示。

一个微型计算机控制系统包含有软件及硬件两个部分。系统的硬件部分包括以下几部分。

#### 一、数据采集部分

它有三种类型：

##### 1. 模拟信号采集

现场的各种模拟信号，由各种类型的传感器变换成电信号，经过多路切换开关送到模拟数字转换部件，将模拟信号转换成适于计算机处理的数字信号，通过 A 口送入计算机处理。

##### 2. 数字信号采集

现场某些参数通过数字传感器转换成 8 位并行二进制信号（也可以是串行的信号），经由 B 口馈送到微型计算机。

##### 3. 开关量信号采集

来自现场的各种开关信号经过端口 C 馈送到微型计算机。

#### 二、计算机及其外围设备

来自现场的各种信号，经过适当变换之后，在程序控制下，由端口 A-C 送到微机处理器机中，程序控制各端口的起动及它们的工作顺序。计算机还配备有键盘、显示设备及记录打印设备。为了增加存储能力，有的还配备有外存储器硬盘或软盘。

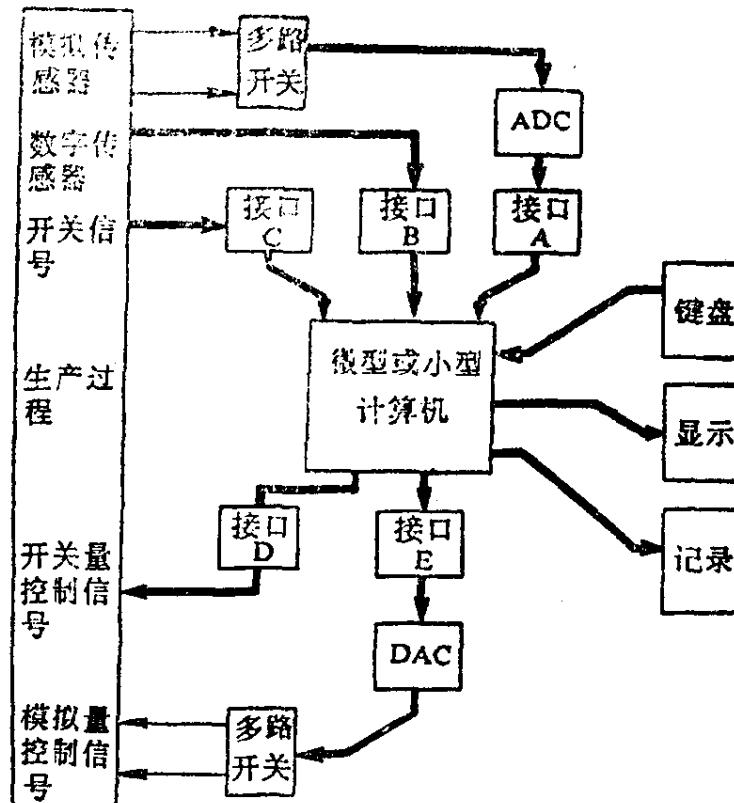


图1-4 计算机控制基本结构

### 三、过程输出部分

它有两种形式的输出信号：

#### 1. 模拟控制信号

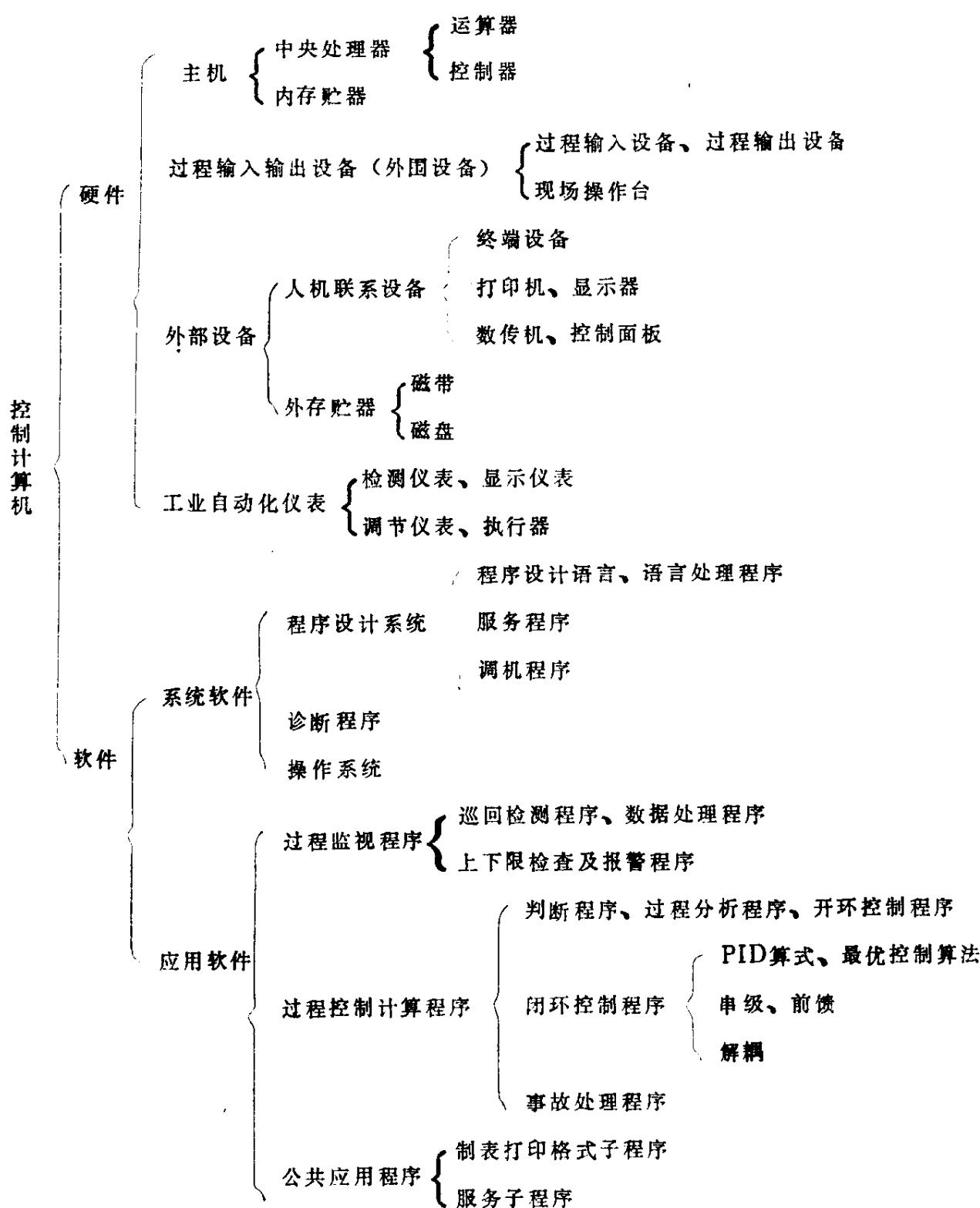
微型计算机产生的控制信号经端口 E 送到数字模拟转换部件还原成模拟信号，通过多路切换开关去驱动执行机构，调节过程的有关参数。

#### 2. 开关量控制信号

微型计算机产生的开关量控制信号经端口 D 驱动现场的有关设备，如马达的起动、开关的通电与断电等。

控制计算机的软、硬件组成见表 1-1。

表 1-1 控制计算机硬件组成



## 小 结

本章简单介绍了选矿厂的生产工艺流程、根据工艺过程指出了计算机控制的特点，确定了计算机控制的基本结构，阐述了计算机控制的分类。

选矿厂主要的工艺环节有原矿的预处理；选矿与脱水；精矿回收与洗水澄清；采样与分析；产品运销。每个工艺环节又含有复杂的工艺流程。选矿对象是矿石，矿石性质又是复杂多变。这些都给计算机控制带来许多问题。如寻找控制规律困难，配置计算机控制系统的硬软件及编程序复杂化。

计算机控制的基本组成应包括硬件及软件部分。硬件有数据采集、计算机及外围设备、过程输入、输出部分。软件应有系统软件、应用软件。

计算机控制一般分为开环控制与闭环控制两大类。

## 习 题

1. 选矿厂计算机控制有哪些特点？
2. 选矿厂计算机控制的基本组成是什么？
3. 选矿厂计算机按性质分几类？各有什么特点？

## 第二章 选矿(煤)厂计算机控制的理论基础

计算机控制就是用数字计算机代替自动控制系统中的控制设备对动态系统进行调节和控制。在控制系统的构成原理方面没有根本的改变。但因计算机只能处理离散的数字信号，所以数字信号处理的方法是实现计算机控制的理论基础之一。

从数学角度看，信号可以表示为一个（或几个）独立变量的函数。如果独立变量是连续的，则为连续信号；如果独立变量是离散的，则为离散信号。如果信号的幅度也是离散的，则为数字信号。在实际研究中，我们往往只分析独立变量为离散的离散信号处理系统，而不是普遍地讨论数字信号处理系统。

计算机的数字控制与一般的数字信号处理不同，计算机的数字控制要求实时处理，使用定点运算和截尾，在有限字长的前提下，主要集中在采样速率的选择， $A/D$ 与 $D/A$ 变换器的选择、变量和系数的合理比例的确定，以及各种控制规律的算法研究上。

### 2.1 连续线性系统的数学描述

一个系统，如果它的输入和输出信号都是连续的，则称为连续系统。如图 2-1 所示。它可表示为：

$$y(t) = T[x(t)]$$

由于讨论的是线性定常系统，因而满足叠加原理，即

如果  $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$ ,  $x_2(t) \rightarrow y_2(t)$

则  $ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$

也符合时不变原理，即

如果  $x(t) \rightarrow y(t)$

则  $x(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0)$

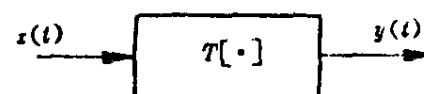


图 2-1 将输入  $x(t)$  映射成输出  $y(t)$  的关系图

在线性定常连续系统时域分析法中，总可以由下述微分方程描述，

$$\sum_{k=0}^N a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{r=1}^M b_r \frac{d^r x(t)}{dt^r} \quad (2-1)$$

#### 1. 脉冲响应

如果系统的输入  $x(t)$  为脉冲函数  $\delta(t)$ ，即

$$x(t) = \delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(t) dt = 1$$

则系统的响应

$$y(t) = T[\delta(t)] = h(t)$$

式中  $h(t)$  为脉冲响应。如果当  $t < 0$  时,  $h(t) = 0$ , 则该系统为因果系统, 是我们讨论的重点。当脉冲响为已知时, 该系统对任意输入  $x(t)$  的响应完全确定。如图2-2所示。

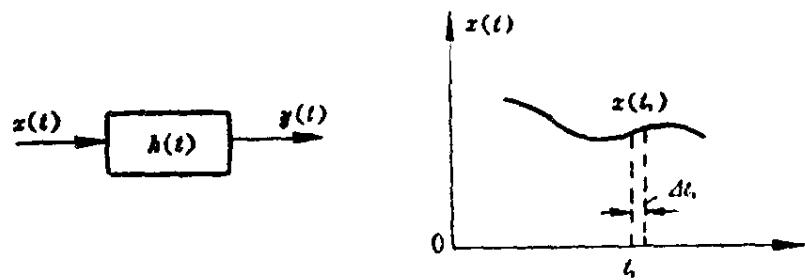


图2-2 以 $\delta(t)$ 函数逼近连续函数 $x(t)$

现在我们把任意函数  $x(t)$  表示成  $\delta(t)$  函数形式, 当  $\Delta t_i$  逼近零时, 可以用  $\sum x(t_i) \Delta t_i$  表示  $x(t)$ , 系统对输入的响应可表示成:

$$\sum_{\Delta t_i \rightarrow 0} x(t_i) \Delta t_i h(t - t_i)$$

可以把它写成如下积分式:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

式中  $\tau$  为积分哑变量。由于  $t < \tau$  时,  $h(t) = 0$ , 故

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau = h(t) * x(t)$$

或

$$y(t) = x(t) * h(t) \quad (2-2)$$

这就是褶积运算。褶积运算, 对处理离散信号, 非常有效。

## 2. 傅氏变换

所谓傅氏变换就是以时间为自变量的“信号”与频率为自变量的“频谱”函数之间的某种变换关系。傅氏变换又称系统的频域分析法, 如果  $x(t) = e^{j\omega t}$ , 则

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{j\omega(t-\tau)} d\tau = e^{j\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= x(t) * H(j\omega) \end{aligned}$$

式中  $H(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$  表示  $h(t)$  的傅氏变换。一般说来, 有下列傅氏变换与反变换对:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \cdots \cdots x(t) \text{ 的傅氏变换}$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \cdots \cdots \text{傅氏逆变换}$$

因为

$$y(t) = x(t) * H(j\omega)$$

所以

$$y(t) e^{-j\omega t} = x(t) e^{-j\omega t} * H(j\omega)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} * H(j\omega) dt$$

故得

$$Y(j\omega) = x(j\omega) * H(j\omega) \quad (2-3)$$

将式(2~3)的时域褶积积分运算变为频域的点乘运算, 简化了分析运算, 这就是在线性连续系统中常用的频域分析法。

### 3. 拉氏变换

所谓拉氏变换，就是把时间域 ( $t$ ) 中的微分、积分运算变为复数域 ( $s = \sigma + j\omega$ ) 中的乘法运算，从而将描述一个系统的时间域中的微分方程，化为复数域中的代数方程，使运算大为简化。

由于傅氏变换  $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$  时有些输入函数，例如脉冲函数  $\delta(t)$ ，阶跃函数  $u(t)$  等不收敛，故引入拉氏变换。其变换关系为

$$X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-st} dt \cdots \text{拉氏变换},$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \oint_s X(s) e^{st} ds \cdots \text{拉氏逆变换}$$

式中  $s = \sigma + j\omega$ ，与傅氏变换式相比较，由于正变换积分式中引入了  $e^{-st}$  一项，当  $\sigma$  取正值时，使得到的变换式对于工程上常用的函数均收敛。

通过拉氏变换，将时域信号  $x(t)$  变换成复频域信号  $x(s)$ 。当  $\sigma = 0$  时，拉氏变换 (LT) 等效于傅氏变换 (FT) 这可用符号形象表示为：

$$X(j\omega) = X(s)|_{s=j\omega}$$

由于使用了拉氏变换，在零初始条件下，描述系统的微分方程式 (2-1) 可以写成

$$\sum_{k=0}^N a_k s^k Y(s) = \sum_{r=0}^M b_r s^r X(s) \quad (2-4)$$

### 4. 传递函数

传递函数是在零初始条件下，系统输出的拉氏变换，与输入的拉氏变换之比，由式 (2-4)：

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{r=0}^M b_r s^r}{\sum_{k=0}^N a_k s^k} = \frac{(s - q_1)(s - q_2) \cdots (s - q_M)}{(s - s_1)(s - s_2) \cdots (s - s_N)} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

零点：  $q_1, q_2, \dots, q_M$

极点：  $s_1, s_2, \dots, s_N$

通常  $N > M$ ，则：

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{s - s_k} \quad (2-5)$$

$$A_k = H(s)|_{s=s_k}$$

$A_k$  为传递函数  $H(s)$  在极点  $s_k$  上的留数。而系统的响应为：

$$h(t) = \sum_{k=1}^N A_k e^{s_k t} \quad (2-6)$$

即每个极点上给出一个指数分量，结果为  $N$  个指数分量的叠加。若系统为稳定的，则  $s_k = \sigma_k + j\omega_k$  中的  $\sigma_k < 0$ 。如果  $h(t)$  为实函数，有以下两种可能：

(i)  $s_k = \sigma_k$  为实数根；

(ii)  $s_k = \sigma_k \pm j\omega_k$  为共轭复数根。

## 2.2 线性离散系统的数学描述

### 1. 离散信号

在离散系统中，信号是用离散时间的数字序列来表示的。序列中的第  $n$  个数字记作  $x(n)$ ，全部信号序列可写为：

$$x(n) = \{x_n(nT)\} \quad -\infty < n < +\infty \quad (2-7)$$

离散信号（即序列）常用图形描述，如图2-3所示。在横坐标中， $x(n)$  仅对整数  $n$  值才有意义，而对于非整数的  $n$  值， $x(n)$  是没有定义的。在离散系统分析中常用的离散序列有：单位取样序列（图2-3a），单位阶跃序列（图2-3b），实指数序列（图2-3c）及正弦序列（图2-3d）。

单位取样序列：

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (2-8)$$

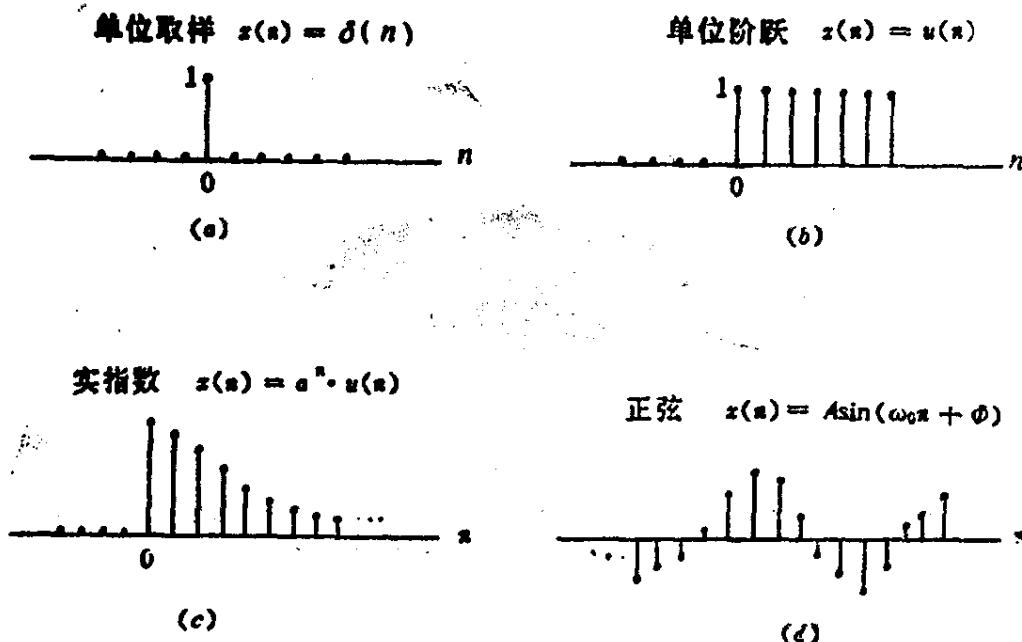


图2-3 常用离散序列

(a) 单位取样；(b) 单位阶跃；(c) 实指数；(d) 正弦

单位阶跃序列：

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (2-9)$$

而单位取样序列与单位阶跃序列之间的关系为：

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (2-10)$$

这种关系由图2-3中的 (a)、(b) 可以看出。

实指数序列可用实数  $a$  表示为

$$x(n) = a^n u(n) \quad (2-11)$$

即

$$x(n) = \begin{cases} a^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (2-12)$$