

层状岩体 破坏机理

鲜学福 谭学术 编著

重庆大学出版社

层状岩体破坏机理

鲜学福 谭学术 编著

重庆大学出版社

内容简介

本书主要根据作者近年来的研究成果以及参阅国内外有关文献资料,较详细地阐述了岩体的强度条件,破坏机理以及破坏的发生发展过程诸问题。对于研究采矿、地质、水工、隧道等地下工程中的岩体强度和稳定性等岩体力学问题具有实用参考价值。

该书是采矿工程、地质工程、岩体力学等研究工作者和工程技术人员的参考资料。可供地质、采矿、水利工程、隧道工程、建筑、力学等专业的研究人员、大专院校教师、研究生、大学生以及工程技术人员参考使用。

全书共分为六章,分别介绍了岩石的强度理论及其特性,层间不具有粘结力层状岩体的强度分析,层间具有粘结力层状岩体的应力应变分析及强度条件、节理岩体强度条件分析,层状岩体的宏观强度及其当量物理力学性质的探讨,影响岩体强度的因素。

此书由鲜学福、谭学术、传志福编著,由李通林主审。

层状岩体破坏机理

鲜学福 谭学术 编著

责任编辑 谢晋洋

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

中国科学技术情报研究所重庆分所印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 10.25 字数: 255千

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

印数: 1—3000

标准书号: ISBN 7-5624-0205-1 定价: 2.09元
P·4 (课)



绪 论

岩体或岩石的强度是指岩体（岩石）在极限破坏条件下所能承担的最大应力。岩体或岩石在简单载荷，如单向拉伸、单向压缩、纯剪切弯曲以及扭转等作用下，相应的岩体或岩石的强度值可以通过实测求出，并建立相对应的强度条件或强度准则。

但是，自然界中的岩体或岩石一般均处于受复杂载荷作用下，难以通过实测的方法求出其极限破坏强度值，并建立相应的强度条件或强度准则。所以，岩体和岩石在复杂受力情况下的强度条件或强度准则需要通过岩体或岩石的强度理论来解决。所谓岩体或岩石的强度理论是指岩体或岩石在复杂受力条件下普遍适用的强度准则，并用以说明岩体或岩石在复杂受力条件下的破坏机理以及破坏发生的普遍规律。

研究岩体或岩石的强度与其研究对象本身的物理力学性质的关系极大。在岩体力学中，岩石是泛指组成地壳的物质材料，它并不涉及生成后经受的各种地质作用从而引起在体态上的改变，如断裂、裂隙、节理、褶皱等等。因此，一般都将岩石材料视作小型完整的块体，按各向同性的均匀连续介质对待。岩石的力学性也仅仅是指这种物质材料本身的力学性，其力学性可通过岩石材料试件测得。所以，岩石可定义为：在一定生成条件下，具有一定的矿物和化学成份，具有一定的结构特征以及构造特征的地壳的基本组成的物质材料。但是，在漫长的地史过程中，岩石将经受各种地质作用，岩石保存了各种各样的永久变形和地质构造形迹，如褶皱、断裂、节理、层理、劈理、隐微裂隙、假整合、不整合等结构弱面。因此岩体是各向异性的非连续介质。特别是在外载荷作用下其结构面附近将产生应力集中现象，并且，由于结构面的内聚力小于岩石的内聚力，所以，岩体中的结构面是易于发生破坏的地方。因此，岩体是一种自然的地质体，它是由岩石和结构面所组成的，即为岩石和结构面的统一体。

由此看来，岩石和岩体是两个既有区别又相互联系的概念。岩石是岩体的组成物质，岩体是岩石和结构面的统一体。因此，岩体的强度特征等力学性并不是岩石的强度特征等力学性，也不是结构面的强度特征等力学性，而应是岩石和结构面强度特征等力学性的综合反映结果，所以，研究岩体的强度条件较之研究岩石的强度条件要复杂得多，困难得多。

目前，关于岩体或岩石的强度研究中，应注意两个比较重要的因素，即各向异性和试样的尺寸问题。试样的尺寸不仅影响到受力后的应力分布，而且也相对地影响试样的均匀和连续程度。对于强度的各向异性，从微观上讲，它可能由于完整岩样中占优势的晶格排列方向，也可能由于具有优势的不连续方向所引起。近十多年来在强度的各向异性的实验研究已有过许多资料，都充分说明其强度规律，特别是抗剪强度或内聚力均随优势方向与主应力之间的夹角变化。但是在这些经验和实验资料基础上总结岩体和岩石各向异性的强度理论还不够。目前仍用材料力学、弹性力学的原理、给出强度条件或强度准则。目前用得最广的仍是莫尔强度理论，该理论对于均质各向同性的岩石介质是比较适用的，计算结果也与实际情况较符合。但是，当岩石材料中有微裂隙、空洞以及粗结晶体时，由莫尔强度理论得出的强度曲线将与实际情况有较大的出入。另外，莫尔强度理论认为，岩石的极限破坏强度只与最大主应力和最小主应力有关，而与中间主应力无关，这与实际情况有时也是不相符合的。并且，莫尔强度理论只能为岩石破坏提供强度条件，而不能对岩石的破坏机理以及破坏的发生

和发展过程进行描述。因此，莫尔强度理论不能说明岩石发生破坏的普遍规律性。由于莫尔强度理论存在着上述不足之处，近年来引用了断裂力学的基本原理来解释岩石受力破坏的机理以及岩石破坏的发生和发展过程，该理论即为格里菲斯脆断性强度理论。事实证明，格里菲斯强度理论对脆性岩石是较实用的。但目前在岩体力学中，格里菲斯强度理论还远不如莫尔强度理论应用广泛。

目前，在岩体力学中除使用莫尔强度理论和格里菲斯强度理论外，有时也还应用最大剪应力强度理论，最大拉应变强度理论以及八面体强度理论，这些强度理论各有优缺点，只适用于一定的条件。

从宏观上讲，地下岩体中由于各种结构弱面的存在，使岩体的强度较明显地显示出各向异性，这是岩体强度与岩石强度较重要的区别之一。但至目前为止，还没有出现较理想的岩体强度理论来描述岩体的破坏机理以及破坏的普遍规律，并同时建立相应的岩体强度条件或强度准则。所以，各向异性岩体的强度理论更有待于岩体力学等研究工作者去探索并建立之。

本书各章节均将岩石看作均质连续各向同性体对待，而将岩体视为宏观各向异性体，但对岩体中的岩石仍按均质连续各向同性体处理。在研究岩体的强度条件时，主要考虑岩体中层理面、节理面等结构弱面的影响。

岩体力学还是一门十分年轻的新兴学科，1956年4月在美国的科罗拉多矿业学院举行的岩体力学讨论会上，才正式开始使用“岩体力学”这一名词，通过讨论，确定了岩体力学的基本轮廓。因此，不管是理论上和实践上，岩体力学这门学科都存在着不够完善和不够完备的地方，还有待于加强岩体力学的研究工作。

岩体强度或岩石强度是岩体力学中的重要内容之一，该问题与生产实际有着十分密切的联系，例如地下建筑物、矿山巷道、采矿工作面、铁道隧洞等地下工程中遇到的岩体稳定性问题以及动力现象问题（岩石垮塌、围岩破碎、岩爆、煤与岩石突出、煤与瓦斯突出等）都直接或间接的与岩体强度或岩石强度问题有关，所以，对岩体强度或岩石强度问题的研究，有着十分普遍的生产实际意义。加强和不断发展岩体或岩石强度的研究应该引起岩体力学等研究工作者的高度重视。特别是随着地下工程的不断增加，以及地下工程向地层深部岩体发展，岩体或岩石强度等力学性的研究将会显出更大的重要性和必要性。

目 录

绪论	(1)
第一章 岩石的强度理论及其特性	(1)
§1-1 概述	(1)
§1-2 莫尔强度理论	(1)
一、岩石单元体的莫尔应力圆	(1)
二、莫尔强度理论	(3)
三、莫尔强度曲线的简化	(4)
§1-3 库仑强度理论	(13)
§1-4 格里菲斯强度理论	(16)
一、格里菲斯强度理论概念	(16)
二、岩石中裂隙孔壁的切应力极限	(16)
三、格里菲斯强度准则	(19)
四、岩石中裂隙的扩展	(22)
五、格里菲斯强度曲线	(24)
六、修正的格里菲斯强度理论	(25)
§1-5 其它强度理论	(27)
一、八面体强度理论	(27)
二、最大拉应变强度理论	(29)
三、最大剪应力强度理论	(29)
§1-6 岩石强度测定及其特性	(30)
一、基本概念	(30)
二、单向抗压强度的测定及其影响因素	(36)
三、单向抗拉强度的测定	(35)
四、抗剪强度的测定及剪切强度曲线	(36)
五、岩石的三轴抗压强度	(37)
六、岩石的基本破坏类型	(39)
第二章 层间不具有粘结力层状岩体的强度分析	(40)
§2-1 概述	(40)
§2-2 水平层状岩体的单轴抗压强度	(40)
一、水平层状岩体的应力分析	(40)
二、水平层状岩体的强度条件分析	(43)
§2-3 水平层状岩体的三轴抗压强度	(46)
一、水平层状岩体的三维应力分析	(46)
二、按莫尔强度理论分析层状岩体的强度	(50)
三、按最大剪应力理论分析层状岩体的强度	(52)
§2-4 倾斜层状岩体的应力及三轴抗压强度	(54)

一、倾斜层状岩体中岩石交界层面处的应力	(54)
二、倾斜层状岩体的强度条件分析	(60)
第三章 层间具有粘结力层状岩体的应力应变分析及强度条件	(63)
§3-1 概述	(63)
§3-2 水平层状岩体的单轴抗压强度	(63)
一、岩石交界层面处的应力应变分析计算	(63)
二、岩石交界层面处以外区域岩石的应力状态	(66)
三、岩体强度条件	(66)
§3-3 水平层状岩体的三轴抗压强度	(71)
一、层状岩体的应力应变分析	(71)
二、层状岩体强度条件讨论	(76)
§3-4 倾斜层状岩体的应力应变及其强度	(79)
一、倾斜层状岩体应力应变的计算原理	(79)
二、岩石交界层面处的应力应变分析计算	(81)
三、岩石交界层面处以外岩石的应力应变	(85)
四、结论及分析	(85)
§3-5 层状岩体的单轴和三轴抗压强度试验研究	(86)
一、岩体试件及实验	(86)
二、单轴抗压强度实验结果及其分析讨论	(87)
三、三轴抗压强度实验结果及其分析讨论	(91)
第四章 节理岩体强度条件分析	(97)
§4-1 概述	(97)
§4-2 具有内聚力节理岩体的强度	(99)
一、节理强度曲线	(99)
二、单节理岩体的强度条件	(100)
三、单组节理岩体的强度条件	(104)
四、多组节理岩体的强度条件	(106)
§4-3 无内聚力节理岩体的强度	(108)
一、单组节理岩体强度	(108)
二、多组节理岩体强度	(110)
三、节理摩擦角	(111)
§4-4 节理岩体强度的试验研究及其分析	(114)
一、单组节理岩体强度的各向异性	(114)
二、多组节理岩体强度的“各向同性”	(116)
第五章 层状岩体的宏观强度及其当量物理力学性质的探讨	(117)
§5-1 层状岩体宏观强度条件的基本概念	(117)
§5-2 层状岩体的宏观强度理论	(118)
一、层状岩体的基本强度	(118)
二、最大应力强度理论	(120)
三、最大应变强度理论	(121)

§5-3 层状岩体的当量物理力学性质计算.....	(122)
一、层状岩体的当量弹性模量.....	(122)
二、层状岩体的当量泊松比.....	(125)
三、层状岩体的当量剪切弹性模量.....	(128)
第六章 影响岩体强度的因素.....	(130)
§6-1 层状岩体的宏观热膨胀应力.....	(130)
一、层状岩体的热膨胀系数.....	(130)
二、层状岩体的热膨胀应力.....	(132)
§6-2 层状岩体的微观热膨胀应力及对岩体强度的影响.....	(135)
一、层状岩体中岩石交界层面处的热膨胀应力.....	(135)
二、层状岩体中岩石交界层面处区域以外的热膨胀应力.....	(139)
三、全约束条件下层状岩体的热膨胀应力.....	(139)
四、热膨胀效应对层状岩体的强度影响.....	(141)
§6-3 湿膨胀效应及对层状岩体强度的影响.....	(142)
一、层状岩体的湿膨胀系数.....	(142)
二、层状岩体的湿膨胀应力.....	(145)
三、层状岩体的微观湿膨胀应力.....	(146)
四、全约束条件下层状岩体的湿膨胀应力.....	(149)
五、湿膨胀效应对层状岩体强度的影响.....	(149)
§6-4 影响岩体强度的其它因素.....	(150)
一、岩体的孔隙.....	(150)
二、岩体中的水.....	(151)
三、气体和瓦斯的影响.....	(152)
四、地震应力的影响.....	(153)
主要参考文献资料.....	(155)

第一章 岩石的强度理论及其特性

§1-1 概 述

岩石在不同类型的载荷作用下,将具有完全不同的极限强度值,岩石在简单载荷作用下,例如在单向拉应力、单向压应力、纯剪切等简单载荷作用下,可以通过实验的方法直接测定其相应的极限强度,并建立相应的强度条件或破坏准则。但是,地下岩石的受力是十分复杂的,一般并非受简单载荷的作用,而岩石所处的位置不同,其所受的载荷也不相同。并且,考虑到岩石荷载之间的匹配、组合以及数值上的变动可以是无穷无尽的,要直接测定其对应的极限破坏强度并建立相对应的强度条件或强度准则是十分困难的。所以,要研究岩石在复杂受力条件下产生破坏的原因,探究其破坏机理以及普遍破坏的规律,就必须建立岩石在复杂受力条件下普遍适用的强度条件或强度准则,这就是岩石强度理论所研究的内容。

基于对岩石破坏机理的认识不相同,于是有各种不同的岩石强度理论。但事实上,由于岩石本身的结构特征、构造特征、力学性质(弹性或塑性等)、载荷类别、加载方式(静载荷或动载荷等)及其它条件的差异,岩石的破坏状态和破坏规律也是完全不同的。所以,不能单用某一种岩石强度理论来解释所有岩石的破坏机理以及普遍破坏的规律等问题。而需要对具体问题具体研究,从而寻求符合实际的岩石强度理论。

地下岩石是组成地壳的物质或材料,在岩石力学中,它并不涉及其生成以后经受的各种地质作用而引起在体态上的改变,如断裂、褶皱、裂隙、节理、层理等等。因此,通常都把岩石视为完整连续的小型块体,作为连续介质对待。岩石的力学性也仅仅是指岩石材料本身的力学性,它是通过由岩石材料所做成的试件来测定的。所以,本章将所研究的岩石均看作均匀连续介质,且各个方向的力学性均相同。另外,考虑到岩石力学的惯例,将拉应力符号规定为负,而将压应力符号规定为正;与此相应的拉应变为负,压应变为正。剪应力则规定为使受力物体沿逆时针方向转动为正,反之为负。三个主应力的大小为 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ (以后各章均按此规定)。

本章主要介绍岩石力学中的主要强度理论,即莫尔强度理论,库仑强度理论以及格里菲斯强度理论,同时也对其它强度理论作一定的简介。本章还对岩石强度的测定方法以及强度特性诸问题也作了介绍。

§1-2 莫尔强度理论

一、岩石单元体的莫尔应力圆

地下岩石一般均处于三向应力状态。设地下岩石在三个主应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 作用下,如果三个主应力的关系为:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad (1-1)$$

则在三个主剪切面上出现的三个剪应力极值分别如下:

$$\begin{cases} \tau_{1,2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \\ \tau_{1,3} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \\ \tau_{2,3} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \end{cases} \quad (1-2)$$

由上式可以看到，在三个剪应力极值中，以 $\tau_{1,3}$ 的数值最大。

在岩石力学中，如果认为岩石的破坏是由剪应力所引起的，则岩石的强度只与最大剪应力 $\tau_{1,3}$ 有关，即与最大主应力 σ_1 和最小主应力 σ_3 有关，而与中间主应力 σ_2 无关。在此情况下，地下岩石的三维应力状态就可以简化为二维应力状态。地下岩石平面受力单元体如图1-1所示，该单元体ABCD中与最大主应力平面交成 α 角的任一斜面BE上的正应力 σ 及剪应力 τ 可按静力平衡原理求得，即

$$\sum F_x = 0; \quad \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha \quad (1-3)$$

$$\sum F_y = 0; \quad \tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \quad (1-4)$$

再由(1-3)、(1-4)式可得以下表达式：

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \quad (1-5)$$

显然，(1-5)式是关于 σ 、 τ 的圆方程式，其中 σ 为横轴， τ 为纵轴，圆心坐标为 $\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, 0 \right)$ ，

半径为 $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ ，如图1-2所示。该图即图1-1所示平面岩石受力单元体的莫尔应力圆，其

圆周上任一点P的横坐标即表示该单元体一个对应斜面上的正应力 σ ，纵坐标则表示该斜面上的剪应力 τ 。平面岩石单元体与莫尔应力圆之间的对应关系是，当单元体任一斜面的外法线与最大主应力 σ_1 之间的夹角（或该斜面与最大主应力 σ_1 作用平面之间的夹角）为 α 时，则其莫

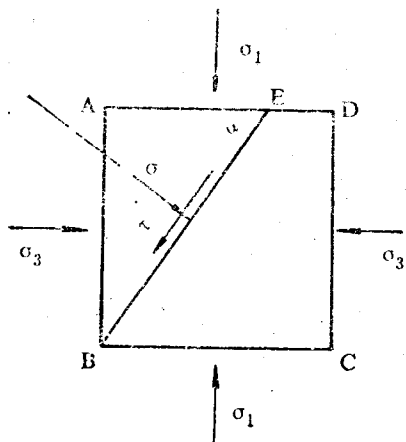


图1-1

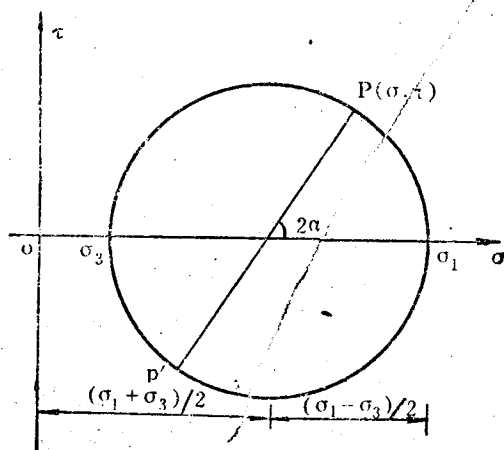


图1-2

尔应力圆周上的对应点和圆心的连结线与 σ 轴之间的圆心角为 2α 。由此可以看到,当已知某平面岩石单元体所受的最大主应力 σ_1 和最小主应力 σ_3 时,即可作出该岩石单元体的莫尔应力圆,并且通过莫尔应力圆求出岩石单元体中任意斜面上的正应力和剪应力;反之,当已知岩石单元体中各面上的正应力及剪应力如图1-3所示,即相当于已知莫尔应力圆上的P点及P'点,也可作出其莫尔应力圆,并且通过莫尔应力圆求出其主应力的方向和大小。

二、莫尔强度理论

莫尔强度理论是一种剪切破坏理论,该理论认为岩石在单向拉应力、单向压应力、三向压应力以及三向压一拉应力等作用下,如果岩石发生破坏,其破坏原因是由于岩石中所出现的最大有效剪应力而引起的。

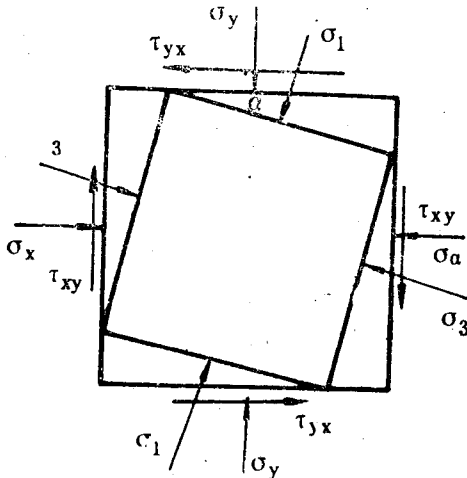


图1-3

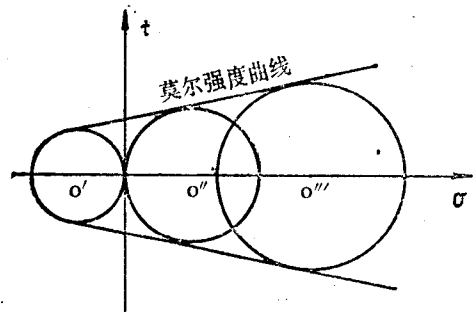


图1-4

岩石的莫尔强度曲线一般是通过三轴试验机来测定的,即对某种岩石的若干个试件,在三轴试验机上顺序改变围压(即 $\sigma_3=\sigma_2$)的应力数值,进行一系列的三向抗压强度试验,并将各次试验的极限莫尔应力圆绘在同一个 σ - τ 坐标系中,再补入其单向受拉和单向受压时的极限莫尔应力圆,则这些极限莫尔应力圆的外公切线就是该种岩石的莫尔强度包络线,或叫莫尔强度曲线,见图1-4。显然,如果对该种岩石所作的试验次数足够多,其极限莫尔应力圆足够密集,则莫尔强度包络线上任意一点都是该种岩石的一个极限莫尔应力圆的切点,即表示该种岩石的一种极限应力平衡状态。所以,岩石的极限莫尔强度包络线就是该种岩石在各种应力状态下的强度曲线。当按岩石实际受力情况而绘出的莫尔应力圆在其极限莫尔强度包络线以内时,该岩石处于安全状态,即不致发生破坏。但是,当按岩石实际受力情况而绘出的莫尔应力圆与其极限莫尔强度包络线相切时,该岩石处于不安全状态,即岩石开始发生破坏,其切点和圆心的连线与 σ 轴之间夹角的二分之一即为岩石破裂面与最大主应力作用面之间夹角。

极限莫尔强度包络线上的所有点,实际上是表明了岩石在一切极限应力状态下破裂面上正应力 σ 与剪切应力 τ 之间的对应关系,其函数关系可表示如下:

$$\tau_j = f(\sigma_j) \quad (1-6)$$

(1-6)式即为岩石极限莫尔强度的一般表达式。不同种岩石的极限莫尔强度包络线不相同,所以,其极限莫尔强度表达形式也不会相同。当岩石中某斜面上的剪应力具有以下关系时:

$$\tau < \tau_j \quad (1-7)$$

$$\tau = \tau_j \quad (1-8)$$

则 (1-7) 式表示该岩石某斜面处于安全状态, 而 (1-8) 式表示该岩石某斜面处于极限应力平衡状态, 即岩石开始沿该斜面发生破坏。

由莫尔强度理论可以看出以下物理力学意义:

1° 岩石的强度是随受力条件而变化的, 其侧向压应力 σ_3 越高, 则其轴向抗压强度也就越大, 即岩石的强度越大。

2° 岩石在三向受压时, 其极限破坏强度只与最大主应力 σ_1 和最小主应力 σ_3 有关, 而与中间主应力 σ_2 无关。

3° 岩石在三向等压下, 其莫尔应力圆为 σ 轴上的一个点圆。显然, 该点圆不会与莫尔强度曲线相切, 因此, 处于三向等压状态下的岩石不会发生破坏。

4° 岩石在外力作用下如果发生破坏, 其破裂面位置不与最大剪应力面位置相重合, 而是取决于极限莫尔应力圆与莫尔强度曲线相切处的位置 (见图 1-5), 即在满足以下条件:

$$\tau_j = (k + \sigma_j) \tan \varphi = k + \sigma_j \tan \varphi$$

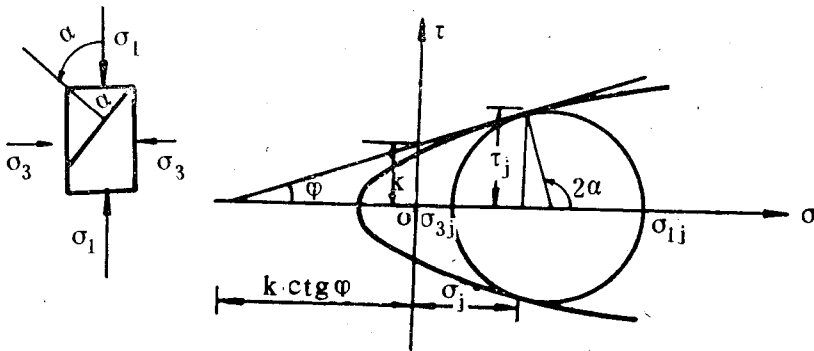


图1-5

(式中: k 表示破裂面上岩石的内聚力, 或叫粘结力; φ 表示破裂面上岩石的内摩擦角。) 时的断面上破裂, 该断面亦称为最大有效剪切面。这说明岩石的破裂不仅与破裂面上的剪应力有关, 还与破裂面上的正应力以及表示岩性的内聚力、内摩擦角有关。换言之, 岩石的破坏是由于破裂面上出现的剪应力达到岩石本身的内聚力和破裂面上的极限内摩擦力之和时所引起的。

5° 莫尔强度曲线在受压区内能够完善的反映岩石在各种应力状态下的强度特性, 也能反映单拉和拉-压应力状态下的强度特性, 但在受拉区内不能说明岩石在多向拉伸时的强度特性。不过地下岩石一般很少处于多向拉伸应力状态, 所以, 岩石的莫尔强度曲线具有较为普遍的工程实际意义。

三、莫尔强度曲线的简化

由上可知, 岩石莫尔强度理论对其强度曲线的几何形状不作任何假定, 完全是通过实验结果来绘制的。可以看出, 由于各种岩石的内聚力 k 和内摩擦角 φ 具有不同的数值, 所以, 各种岩石的极限莫尔强度包络曲线不会相同。试验表明, 不同种岩石随着侧压力的增加, 其莫尔强度曲线的发展趋势比较接近。另外, 在较高应力区, 坚硬致密的岩石, 其莫尔强度曲线的斜率随主应力的增大而变化较为平缓, 而疏松多孔的岩石, 其莫尔强度曲线的斜率多具有

较为明显的随主应力的增大而减小的趋势。可以想见,如果仅凭实测来确定岩石的莫尔强度曲线,就必须作大量的岩石强度试验工作。为了大幅度地减少岩石强度的试验工作,并能较好的反映岩石的强度特性,就必须掌握和研究岩石强度曲线的变化规律,因此有效地对岩石的强度曲线进行简化是十分必要的。

目前,岩石的莫尔强度曲线的简化类型主要有直线型、双曲线型、抛物线型、摆线型等等。一般认为直线型莫尔强度曲线比较简单,便于使用,能在一定程度上反映岩石的强度特性;而双曲线型则能较好地说明岩石的实际强度特性。所以,这两种简化的莫尔强度曲线得到广泛地应用。

1. 直线型莫尔强度曲线 由图1-5可以看到。通过实测得到的莫尔强度曲线,其内聚力 k 和内摩擦角 φ 是随岩石应力状态变化而变化的。按照莫尔强度理论,如果将岩石的内聚力 k 和内摩擦角 φ 都看作常数,即不随岩石的应力状态发生改变,则岩石的莫尔强度曲线可以简化为一条直线,其极限应力平衡状态为:

$$\tau_j = k + \sigma_j \tan \varphi \quad (1-9)$$

(1-9)式即为直线型莫尔强度曲线表达式,它是用破裂面上的正应力和剪应力来表示的。如果用两个外主应力 σ_{1j} , σ_{3j} 来表示,可按图1-6推导得到:

$$\sin \varphi = \frac{(\sigma_{1j} - \sigma_{3j})/2}{[k \tan \varphi + (\sigma_{1j} + \sigma_{3j})/2]}$$

$$\frac{\sigma_{1j} - \sigma_{3j}}{2} = [k \tan \varphi + \frac{\sigma_{1j} + \sigma_{3j}}{2}] \sin \varphi$$

$$\sigma_{1j} - \sigma_{3j} = 2k \cos \varphi + \sigma_{1j} \sin \varphi + \sigma_{3j} \sin \varphi$$

$$\sigma_{1j}(1 - \sin \varphi) = \sigma_{3j}(1 + \sin \varphi) + 2k \cos \varphi$$

∴

$$\sigma_{1j} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_{3j} + \frac{2k \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (1-10)$$

式中: σ_{1j} 、 σ_{3j} 分别表示岩石处于极限应力平衡状态时所对应的两个极限主应力。

公式(1-9)和(1-10)均为直线型莫尔强度曲线表达式,只不过表达形式不同而已。当岩石中的应力满足(1-9)式或(1-10)式时,该岩石即处于极限应力平衡状态,开始发生破坏。由上述直线型莫尔强度曲线表达式,可作以下讨论:

1° 公式(1-9)、(1-10)中,任一式都只有两个未知数,即岩石的内聚力 k 和内摩擦角 φ ,因此对任何一种岩石,只需进行两次强度试验,就可以由(1-9)式或(1-10)式求出 k 、 φ ,从而求出该种岩石的直线型莫尔强度曲线及其表达式。

2° 岩石的极限莫尔应力圆心和莫尔强度曲线的切点连线与 σ 轴之间夹角成 $90^\circ + \varphi$ 的角度,即

$$2\alpha = 90^\circ + \varphi, \alpha = 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \quad (1-11)$$

这说明岩石破裂面(即最大有效剪切面)与最大主应力作用面之间的夹角始终保持为 $45^\circ + \varphi/2$ 。

3° 在(1-9)式和(1-10)式中,令岩石的内聚力 $k=0$,则有

$$\tau_j = \sigma_j \tan \varphi \quad (1-12)$$

$$\sigma_{1j} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_{3j} \quad (1-13)$$

以上两式表示粒间不具有内聚力的松散岩石的直线型莫尔强度曲线。

4° 由 (1-10) 式, 当 $\sigma_{3j} = 0$ 时, 则有

$$\sigma_{1j} = \frac{2k \csc \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (1-14)$$

上式表示岩石单压时的莫尔强度曲线。

2. 双直线型莫尔强度曲线 分析各种岩石实测得到的莫尔强度曲线, 可以发现, 其原点附近岩石的强度曲线斜率较大, 而远离原点附近的地方, 其强度曲线的斜率较少, 并且变化较为平缓。所以, 为了使直线型莫尔强度曲线能更好地表示岩石的强度特性, 可将强度曲线分为高、低两个应力区, 即分别用两条不同斜率的直线来表示, 这就是所谓的双直线型莫尔强度曲线 (见图 1-7)。由图 1-7 可得双直线型强度曲线的两种表达式分别为:

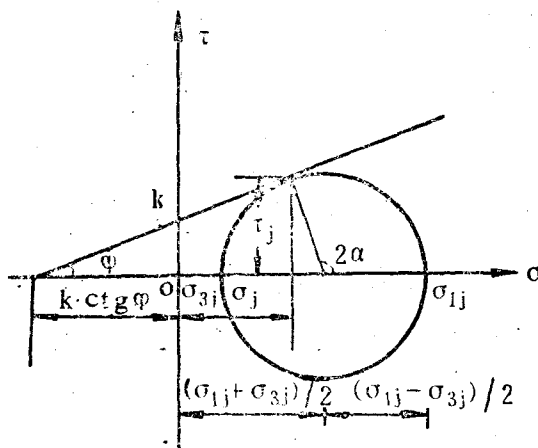


图1-6

$$\begin{cases} \tau_j = k_1 + \sigma_j \tan \varphi_1 & (\sigma < \sigma_0) \\ \tau_j = k_2 + \sigma_j \tan \varphi_2 & (\sigma \geq \sigma_0) \end{cases} \quad (1-15)$$

$$\begin{cases} \sigma_{1j} = \frac{1 + \sin \varphi_1}{1 - \sin \varphi_1} \sigma_{3j} + \frac{2k_1 \csc \varphi_1}{1 - \sin \varphi_1} & (\sigma < \sigma_0) \\ \sigma_{1j} = \frac{1 + \sin \varphi_2}{1 - \sin \varphi_2} \sigma_{3j} + \frac{2k_2 \csc \varphi_2}{1 - \sin \varphi_2} & (\sigma \geq \sigma_0) \end{cases} \quad (1-16)$$

式中: k_1 、 φ_1 分别表示岩石在低应力区段时的内聚力和内摩擦角; k_2 、 φ_2 分别表示岩石在高应力区段时的内聚力和内摩擦角。

由 (1-15) 式和 (1-16) 式可以看到, 任一式中均有 4 个未知数 k_1 、 φ_1 、 k_2 、 φ_2 , 因此要确定某种岩石的双直线型莫尔强度曲线, 需对该种岩石进行四次强度试验, 即分别在低、高应力区各进行两次强度试验。

由 (1-15) 式和 (1-16) 式还可以看到, 在低应力区, 岩石中破裂面与最大主应力作用面之间的夹角为:

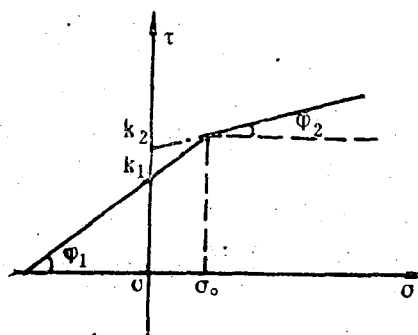


图1-7

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \quad (1-17)$$

而在高应力区, 其破裂面与最大主应力作用面之间的夹角为:

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \quad (1-18)$$

几种岩石在低、高应力区的内聚力和内摩擦角见表1-1,由该表可以看到,各种岩石在低、高应力区内的内聚力和内摩擦角具有明显不同的差异。

表 1-1

岩石种类	适用区域 (kg/cm ²)	内聚力 k (kg/cm ²)	内摩擦角 φ (度)
灰绿色 铝土矿	$\sigma \leq 700$	260	51°30′
紫红色 铝土矿	$\sigma > 700$	800	23°20′
红色 砂岩	$\sigma \leq 500$	230	59°40′
致密 砂岩	$\sigma > 500$	1350	27°30′
大理岩	$\sigma \leq 1000$	260	44°30′
白云质 灰岩	$\sigma > 1000$	800	28°
	$\sigma \leq 1900$	450	48°
	$\sigma > 1900$	1800	21°
	$\sigma \leq 195$	95	66°
	$\sigma > 195$	400	29°50′
	$\sigma \leq 400$	250	62°
	$\sigma > 400$	700	37°

3. 双曲线型莫尔强度曲线 由实验测得的莫尔强度曲线可知,在其受拉区内一般都表示出较为明显的弯曲特性。显然,直线型莫尔强度曲线和双直线型莫尔强度曲线不具有此特征,并且,直线型和双直线型莫尔强度曲线不能与单拉极限莫尔应力圆在其顶点相切。所以,直线型和双直线型莫尔强度不能较好地反映岩石的强度特性、特别是不能反映受拉区内的强度特性。为了弥补该强度曲线的不足之处,于是有人提出用双曲线型双莫尔强度曲线来解决直线型和双直线型莫尔强度曲线存在的问题。

双曲线的标准方程如下

$$\frac{\sigma^2}{a^2} - \frac{\tau^2}{b^2} = 1 \quad (1-19)$$

式中: a 、 b 分别表示双曲线的实半轴和虚半轴; σ 、 τ 分别表示横轴和纵轴。

对应于(1-19)式的双曲线如图1-8所示。如果用参数 t 表示(1-19)式,则得标准方程如下:

$$\begin{cases} \sigma = ach2t \\ \tau = bsh2t \end{cases} \quad (1-20)$$

图1-9表示岩石的双曲线型莫尔强度曲线。由图1-8和图1-9的对比可以看到,满足岩石

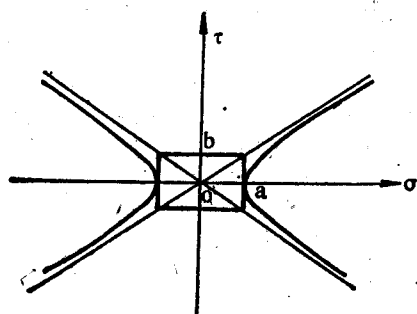


图1-8

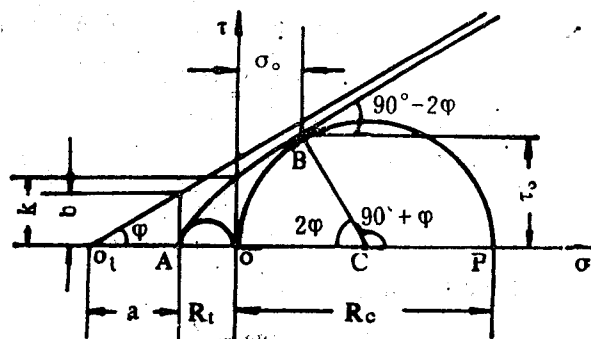


图1-9

强度特性的双曲线型莫尔强度曲线方程应具备以下条件:

1° 保持坐标轴 σ 不变, 平移 τ 轴从 O_1 到 O , 使原双曲线的顶点 A 移到新坐标原点 O 的距离 OA 等于岩石的单向抗拉强度 R_t 。

2° 使双曲线顶点 A 的曲率半径与岩石的单拉极限莫尔应力圆的曲率半径相等, 即

$$R_A = \frac{R_t}{2} \quad (1-21)$$

从而使双曲线的顶点 A 与单拉极限莫尔应力圆在此点相切。

3° 使岩石的单压极限莫尔应力圆与双曲线相切, 其切点为 B , 并且切点 B 处双曲线的斜率 K'_B 等于单压极限莫尔应力圆在该点的斜率 K'_B 。从而使该双曲线在高压应力区内, 其与极限莫尔应力圆切点 B 的幅角 $\angle EC_1P$ 约等于 $90^\circ + \varphi$ 。

能满足以上三个条件的双曲线即为所求表示岩石强度特性的双曲线型莫尔强度曲线。现作以下推导。

1° 为了满足第一个条件, 可将双曲线的标准方程 (1-19) 和 (1-20) 分别变为:

$$\frac{(\sigma + a + R_t)^2}{a^2} - \frac{\tau^2}{b^2} = 1 \quad (1-22)$$

$$\begin{cases} \sigma + R_t = a(\text{ch}2t - 1) \\ \tau = b\text{sh}2t \end{cases} \quad (1-23)$$

(1-22) 和 (1-23) 式分别为满足第一条件的直角坐标式和参数式双曲线方程。

2° 为了满足第二个条件, 可作如下考虑: 因为任何曲线的曲率半径为:

$$R(t) = \frac{[(\sigma'_t)^2 + (\tau'_t)^2]^{\frac{3}{2}}}{|\sigma'_t \tau''_{tt} - \sigma''_{tt} \tau'_t|} \quad (1-24)$$

将(1-23)式代入上式经计算整理后可得:

$$R(t) = \frac{[(2a\text{sh}2t)^2 + (2b\text{ch}2t)^2]^{\frac{3}{2}}}{8ab} \quad (1-25)$$

由图1-9以及 (1-23) 式, 可得双曲线在顶点 A 处的条件如下:

$$\begin{cases} \text{当 } \sigma = -R_t & \rightarrow \text{ch}2t = 1 \\ \text{当 } \tau = 0 & \rightarrow \text{sh}2t = 0 \end{cases} \quad (1-26)$$

将上述条件代入(1-25)式, 可得双曲线在 A 点的曲率半径为:

$$R_A = \frac{(2b)^3}{8ab} = \frac{b^2}{a} \quad (1-27)$$

而单拉极限莫尔应力圆的曲率半径为 $R_t/2$, 于是由 (1-21) 式和 (1-27) 式可得:

$$R_t = \frac{2b^2}{a} \quad (1-28)$$

又由图1-9可以看出:

$$\text{tg}\varphi = \frac{b}{a} \quad (1-29)$$

联立 (1-28) 式和 (1-29) 式, 并求解得:

$$\begin{cases} a = \frac{R_t}{2\lg^2\varphi} \\ b = \frac{R_t}{2\lg\varphi} \end{cases} \quad (1-30)$$

将 (1-30) 式代入 (1-23) 式, 可得:

$$\begin{cases} \sigma + R_t = \frac{R_t}{2\lg^2\varphi} (\operatorname{ch}2t - 1) \\ \tau = \frac{R_t}{2\lg\varphi} \operatorname{sh}2t \end{cases} \quad (1-31)$$

(1-31) 式即为满足第一、第二条件的双曲线参数式方程。同样, 将 (1-30) 式代入 (1-22) 式, 可得满足第一、第二条件的双曲线直角坐标式方程如下:

$$\tau^2 = (\sigma + R_t)^2 \lg\varphi + (\sigma + R_t) R_t \quad (1-32)$$

3° 为了满足第三个条件, 可作以下考虑: 设切点 B 的坐标为 (σ_0, τ_0) , 其对应的参数 t 为 t_0 。于是, 由 (1-31) 式, 可得双曲线的斜率方程如下:

$$k(t) = \frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{\tau'_t}{\sigma'_t} = \frac{\frac{R_t}{\lg\varphi} \operatorname{ch}2t}{\frac{R_t}{\lg^2\varphi} \operatorname{sh}2t} = \lg\varphi \operatorname{cth}2t \quad (1-33)$$

因此, 由上式可得双曲线在 B 点的斜率为

$$k'_B = k(t_0) = \lg\varphi \operatorname{cth}2t_0 \quad (1-34)$$

而单压极限莫尔应力圆在 B 点的斜率由图 1-9 可以得到:

$$k'_B = \lg(90^\circ - 2\psi) = \operatorname{ctg}2\psi \quad (1-35)$$

令

$$k'_t = k'_B \quad (1-36)$$

则得:

$$\lg\varphi = \frac{\operatorname{ctg}2\psi}{\operatorname{cth}2t_0} \quad (1-37)$$

由图 1-9 可知: 岩石的单压强度 R_c 之半为:

$$EC_0 = OC_0 = \frac{R_c}{2}$$

所以有:

$$\sin 2\psi = \frac{\tau_0}{\sigma_0 + \tau_0 \operatorname{ctg}2\psi} \quad \text{即} \quad \frac{\tau_0}{\sin 2\psi} = \sigma_0 + \tau_0 \operatorname{ctg}2\psi \quad (1-38)$$

由 (1-31) 式, 可得切点 B 的坐标值分别为: