

大學用書

教育統計法

郭文新著

正中書局印行

G45-
G828

大 學 用 書

教 育 統 計 法

郭 文 新 著

正 中 書 局 印 行



版權所有

翻印必究

中華民國五十六年十月臺初版
中華民國六十六年十一月臺五版

大學
用書 教育統計法

全一冊 基本定價 一元六角

(外埠酌加運費滙費)

著 者 郭 文 新
發 行 人 黎 元 譽
發 行 印 刷 正 中 書 局

(臺灣臺北市衡陽路二十號)

海外總經銷 集 成 圖 書 公 司
(香港九龍油麻地北海街七號)

海 風 書 店
(日本東京都千代田區神田神保町一丁目五六番地)

東 海 書 店
(日本京都市左京區田中門前町九八番地)

新聞局出版事業登記證 局版臺業字第〇一九九號(6117)勝
(1000)

前 言

本書係採集美國著名師範學院及大學教育學院現用統計學教科書，選擇適用簡明部份編輯而成。

本書可分三部份，第一部份包括九章爲敘述統計，第二部份包括六章爲推論統計和普通計算測驗差異，第三部份包括三章含有三個項目；（一）各種相關係數統計技術。（二）測驗解釋統計理論（證明正確性，可靠性和項目分析技術）。（三）通常使用的非變數統計技術。

正規假設求證法爲演算之重要步驟，取樣資料可靠與否關係整個統計結果的正確性，所以取樣、假設、求證必須符合原則，細心計算。

統計學書籍、種類繁多、計算法亦各有差異，但正確的演算結果，大致相同，本書係採最簡化的數學步驟，盡可能縮短計算程序，求明確的分析，適用於統計的目的。

各種計算公式，爲配合求證過程的需要，所設置之演算手段，學習者務必盡可能加深記憶，才能求得迅速確實的統計效果。

計算時，小數點以下數字的取捨，通常依資料的重要性而定。如原始資料，或既定之精確數字或其他重要資料，盡可能演算到小數點以下四位或五位數。一般資料祇計算至小數點以下二位或三位數即可。

作者在美國求學時，深知美國各級學校教師對統計技術，頗爲熟悉，對學生成績考核，智力和心理的記載分析，均沿用統計法，極爲客觀，而合乎科學原則。並無主觀籠統、含糊、約略、之弊端，這或許是美國師範院校課程中，統計學被列爲必修科。本書問世，希望促進我國教育更進步更發展。

本書翻譯之英文統計學名詞係依據教育部於民國卅三年五月公布的統計學名詞爲準。

本書末了，備有附錄，計有手搖計算機計算法，各類附表，公式一覽，符號一覽，和習題答案，供給學習者作必要的參考。

本書承程法泌，路君約二位教授協助，特此誌謝。

郭文新 五十六年二月
於臺北市

H-1 21/04

教育統計法

目 次

第一章	導言	1
第二章	複習數學基礎	4
第三章	次數分配和圖解	15
第四章	平均數	32
第五章	離勢	45
第六章	百分位數和標準分	62
第七章	常態曲線	73
第八章	皮爾遜相關係數	83
第九章	直線迴歸	93
第十章	二項分配和機率	107
第十一章	抽樣和演繹	118
第十二章	測驗各平均數間差異	124
第十三章	測驗皮爾遜 r 相關係數的顯著差	143
第十四章	χ^2 -CHI 平方	149
第十五章	二次動差的單純分類分析	162
第十六章	其他相關的統計技術	173
第十七章	可靠性和特效	193
第十八章	自由分配統計	202
參考書目		215
附 錄		217
(壹)	手搖計算機基本計算法	217
(貳)	附表	223

附表一	自 1 至 1000 之平方數, 平方根和整數的逆數等	223
附表二	常態曲線中標準分單位區域分類	248
附表三	機率“ t ”的分配	257
附表四	χ^2 的分配	258
附表五	百分之五(上列)和百分之一(下列)點於“F”的分配	260
附表六	“ r ”值的顯著差異平準	266
附表七	“ r ”“ Z ”之值	267
附表八	“ r_{rel} ”估計 ad/bc 的各種值	268
附表九	威爾寇克遜對偶配合標記等級 T 測驗的鑑定值	269
附表十	緬·費廷倪“U”測驗的鑑定值	270
附表十一	威爾·吳爾福 Runs 測驗於 .05 顯著差異平準鑑定 各種 r 值	274
附表十二	三組樣本“H”值顯著差於百分之十, 百分之五, 和百 分之一, 平準	276
附表十三	肯德爾氏調和一致係數“W”值顯著差於百分之二 十, 百分之十, 百分之五, 和百分之一, 平準	277
(叁)	公式一覽	279
(肆)	符號一覽	285
(伍)	習題答案	290

插圖目次

圖 2.1	繼續的數字顯示較高限和較低限的等級數字	11
圖 3.1	多邊形次數分配圖	19
圖 3.2	於同一城市內三個學校幼稚園兒童智力測驗得分次數分配圖	21
圖 3.3	甲乙丙三校智力測驗得分分配次數百分比圖	21
圖 3.4	修勻曲線圖	23
圖 3.5	正偏斜曲線	24
圖 3.6	負偏斜曲線	24
圖 3.7	雙峯曲線	25
圖 3.8	常態曲線	25
圖 3.9	直方圖	26
圖 3.10	棒條百分比比例圖	27
圖 3.11	圓瓣百分比比例圖	28
圖 4.1	顯示三種不同計算中央傾向數的情況於正偏斜曲線分配圖上	38
圖 4.2	顯示三種不同計算中央傾向數的情況於負偏斜曲線分配圖上	38
圖 5.1	常態曲線與四分位差的關係	47
圖 5.2	顯示標準差單位和常態曲線	54
圖 6.1	累積百分比比例或肩形曲線圖	64
圖 6.2	百分位數與未加整理歸類得分對等情形	65
圖 6.3	長方形之百分位數分配	65
圖 6.4	百分位數相等於各種標準差單位	66
圖 6.5	標準分的各種分配形式	68
圖 7.1	顯示常態曲線區域內從平均數至各標準差單位之狀況	74
圖 7.2	顯示常態曲線區域中兩點距離於平均數的同一邊上, 所佔的百分比	75
圖 7.3	顯示於常態曲線區域中之兩點距離分立於平均數的兩邊上, 所佔的百分比	76
圖 7.4	於常態分配中某得分所佔之百分比個案情形	77
圖 7.5	常態曲線分配中 C_{10} 上下所顯示百分比比例區域	78
圖 7.6	多邊形和常態化曲線比較圖	81
圖 8.1	正相關	84
圖 8.2	負相關	84

圖 8.3	高度相關.....	85
圖 8.4	低度相關.....	86
圖 8.5	曲線迴歸相關.....	86
圖 9.1	X,Y 變數的正直線比例.....	99
圖 9.2	X,Y 變數的負直線比例.....	100
圖 9.3	兩直線迴歸關係情形.....	102
圖 10.1	顯示求 26 個是非測驗題的得分 20 或更多的機率.....	114
圖 10.2	顯示求 26 個是非測驗題獲得 18 個正確分數的機率.....	115
圖 11.1	顯示抽樣平均數等於 70 時, 假設人口總數平均數與抽樣分配的關係.....	120
圖 11.2	顯示抽樣分配의 各種 P 之值.....	123
圖 12.1	依百分之五平準測定曲線兩尾端區域與標準分對比.....	127
圖 12.2	依百分之五平準測定常態曲線一尾端比例數與標準分對比情形.....	127
圖 13.1	顯示 r 值等於 0.00 和 $\pm .90$ 時的抽樣分配曲線的形態, 比照 Z 之統計法, Z 值等於 0.00 和 ± 1.47 時的抽樣分配曲線的形態.....	143

插 表 目 次

表 3.1	某班地理考試分數	15
表 3.2	處理次數分配	16
表 3.3	處理次數分配	17
表 3.4	甲、乙校兒童智力測驗得分次數統計	20
表 3.5	修勻曲線資料	22
表 3.6	(假設)臺北市大安、古亭兩區所屬十個國民學校五十二至五十三學年度退學學生比例表	26
表 4.1	計算已經分類資料的平均數	33
表 4.2	計算已分類資料中之平均數和中位數	34
表 4.3	計算各類百分位數	40
表 5.1	計算四分位差	46
表 5.2	計算平均差	49
表 5.3	以未歸類資料計算標準差	50
表 5.4	從未加歸類的得分直接計算標準差	51
表 5.5	從 40 個得分中求標準差之程序	52
表 5.6	簡化資料之各種方法	56
表 5.7	簡化已歸類資料之程序	58
表 6.1	求累積次數分配, 比例數和百分比	62
表 6.2	使用標準分比較和綜合各項得分	69
表 7.1	常態化百分位數設置資料	78
表 7.2	常態化得分的分配	80
表 8.1	從平均數的差數求皮爾遜 r	87
表 8.2	從未加整理歸類的得分計算 r	89
表 8.3	某國校六年級 35 名學生之算術和常識測驗成績	90
表 8.4	用散布表解計算 r 法	91
表 10.1	顯示八個硬幣擲下, 所出現各種正面和反面的二項式的機率	109
表 10.2	帕首三角形	110
表 10.3	計算二項式的分配變數	111
表 12.1	兩組 20 個案得分和變數	128
表 12.2	測驗有關資料的兩平均數間的差異	131

表 12.3 用“ t ”測驗兩組個案得分·····	135
表 12.4 顯示 120 名學生答覆兩項測驗题目的比例·····	140
表 14.1 顯示 CHI 平方於 2×2 表中·····	151
表 14.2 設計 3 列 3 行之“O”“E”兩列聯表, 以 O 表之數字, 求 E 表各數·····	152
表 14.3 演算葉脫氏兩個相關公式的資料·····	153
表 14.4 CHI 平方於較大之列聯表中·····	155
表 14.5 測驗適當的次數分配·····	158
表 15.1 舉例說明二次動差單純分類分析·····	163
表 15.2 二次動差分析的各種資料·····	166
表 15.3 兩組數字的二次動差分析·····	168
表 15.4 依據表 15.3 資料分析二次動差·····	168
表 15.5 計算二次動差單純分類分析·····	170
表 16.1 二數列相關 r_{pb} 和 r_b 計算表·····	173
表 16.2 為 100 名較高分者, 和 100 名較低分者對某特定試題答覆正誤統計·····	177
表 16.3 處理 100 名學生答覆某項試題的資料作為求四元相關係數 (r_{tet}) 之依據·····	180
表 16.4 計算「斯皮爾門」分類等級順序相關係數·····	181
表 16.5 計算 10 個案計劃的五項鑑定分類之調和一致係數·····	183
表 16.6 45 名中學生的自治能力和智力測驗成績·····	184
表 16.7 45 名中學生自治能力和智力得分散佈區域·····	185
表 16.8 計算表 16.6 資料之關係比率·····	186
表 17.1 r 和 K 間的關係·····	198
表 18.1 標記測驗·····	202
表 18.2 說明威爾寇克遜對偶配合標記等級測驗·····	204
表 18.3 兩組得分之中數測驗·····	205
表 18.4 說明兩組小數獨立抽樣應用·····	207
表 18.5 應用 Mann-Whitney U-Test 計算較大資料·····	208
表 18.6 Wald-Wolfowitz Runs Test 兩組獨立資料·····	211
表 18.7 Kruskal-Wallis H 測驗·····	212

第一章 導 言

本統計法適用於教育、心理、和社會學系的學生。

學生有權詢問，為什麼要學習這種科目？下列五種特別理由，似乎為全世界公認的教育價值。

1. 日常的用途：統計學有直接和實際的用途，它們能幫助人們辦理事務，迅速而精確；它們協助教師們處理學生的成績；它們協助心理學家解釋測驗和觀察的結果；社會學家鑑定資料必須使用它們。

統計法，如今成為所有人文科學的工作伴侶之一，它們能協助上述各專業方面的工作辦得更確實而有效。

2. 問題的解決：通常研究處理一項有限的等級比例，並非探求理論，而是發現重要資料去解決實際問題，我們可以問這樣一些問題，「如何能改善種種考試？」「這組分子的情緒最低？」「這個方法比那個方法更好？」「這個質量變化有無關係到別一個？」諸如此類的問題能藉統計的有效資料獲得解決。

3. 理論的研究：人文科學隨時代的進步，演變的更為複雜，理論上的發展資料，有統一的成效，搜集、歸納、比較研究、求得結論，可以否定測驗和觀察。自然科學不便於它們自己計算，很久以前已被放棄，由統計可求得廣大範圍的教育、心理、社會和經濟的理論資料。

4. 理解和使用的研究：老練的能手，常常忽略他的專業，他必須保持時代技術的進步，必須明瞭解決問題的報告和理論的研究，於人文科學裏，必須知道某些，統計學的名詞、意義、和特殊方法的使用，事實上，所有研究工作並非全部完善，鑑定的負擔完全落在評閱者身上，統計本身不是真正的說謊者，而是一種報告，它們會被誤用或錯誤的解釋，如果評閱者瞭解它們，它們會告訴其正確與否。

5. 高度的榮譽心：很多學生對搜集和分析資料感到十分興趣，或

且是因爲這些活動是經常近乎極端自豪,和非常的專誠。

人的天性,希望實現自己的設計,當一個混亂無章的事實,被求得其條理順序和合法的相互關係的結果,將是令人感到非常興奮,當你成功地完成一項難題,其經驗將沖淡了你對類似難題的看法,當這些被解決難題中,關係社會重要的案件,由完整的答案而帶來了人類的福祉,那將更令人興奮萬千。如果這些難題太容易解決,它們將失去興趣,如果它們被誇張得太困難來恐嚇學習者,那將是一大悲劇。

什麼是統計學應用的範圍？

教師們和社會科學工作者蒐集許多不同類型的資料,用統計法來編類,鑑定辨別這些資料是否正確,更進一步,可能求出相關的係數。

教育心理,和社會學家可能考慮那些效果可獲自這些資料?這些效果有何價值?下面列舉一些可能的例子:

1. 決定平均數,顯示各組所表現的中數。
2. 決定各種測驗,平均數指出各等級比例相關的中點。
3. 繪製各種圖型,表解和形勢 (Graphs, tables and figures)

使更容易清楚地表示一類或多類的自然趨勢。

4. 將初步蒐集不成熟的資料變成有系統有意義的比例,最要重者有百分位數 (Centiles or Percentiles) 和標準單位 (Standard scores or Standard unit) 如果處理教室內的學生成績,可以變化這些初步資料進入優劣的等級,如甲、乙、丙、丁、或 A, B, C, D、如果處理職業測驗 (Vocational tests), 可以編入各種職業等級,對於社會學者中可分別編製其組織及會員。

5. 決定相關係數各種形式的測驗,獲得最有效用者,自抽出的一些樣本中可以求出智力測驗和教室測驗比例的相關係數,至於才能、興趣、年齡和身體的發展,及其他心理學和社會學等有效的測驗,均可用類似的方法。

6. 決定可靠的測驗法,於同一個體,使用二種不同的測驗方法,相同或不同的設計,求出二者之中的關係或差異之數,或用其他方法計算,獲得較可靠而有效的答案。

7. 決定確實根據的測驗，必須有統計上的確實依據，相關比例之係數可以再減少至最低限度，稱為標準測驗，例如智力測驗通常依據學生年級所指之平均數為可靠，如果智力測驗正確，優秀者將獲得較高的成績，可以接受高等教育。

8. 用一種或多種混合測驗，可預測其未來的現象或行為，這是大概的測定，依據其主要結果相關的活動，求得相關係數最少之值。

9. 採集個別行為的樣本，作為依據，加以統計、計算、推論龐大的人口，這種採集樣本的統計推論是主要的近代研究法 (Modern research) 之一，這種統計方法於小規模團體，或樣本採自同一團體的資料是被限制使用。

10. 比較各種演算差異的結果，可以看出是否有顯著差 (Significant)，這是研究發展上最重要的新法，也可以說是一種新的評閱技術，假設抽選兩組學生作一學期或一學年的實驗，一組沿照原有的教學法教導，另一組安排新式的實驗教學，至學期或學年終了，兩組舉行同樣的考試，依據兩組考試的成績作一統計，求出兩組的差異，再算出其差異數是否合乎統計學上的「顯著差」，其差異數含有各種機會。演算測驗差異的推論法為統計學之一部份，稱為「抽樣統計」(Sampling statistics)，其他部份所述稱為「說明統計」(Descriptive Statistics)，近代實驗研究的範圍，自植物學至動物學均適用「抽樣統計」。

統計學上的名詞眾多，其計算方法大同小異，主要在求得「真實的確證」(Verifiable truth)。

更重要問題是精密度(Precision)和精確(Accuracy)，按筆者的經驗大多數學生演算錯誤並非用錯原則，而祇是不注意那些「加」「減」的簡單工作。

統計學是一個大主題包括許多小主題的累積，一個項目關連到另外一個項目，第二項建立在第一項的基礎上。假如建立統計學的知識於不完整的基礎上，那將會動搖的。

問題將發現在最後幾章上，這些將幫助你鍛鍊你，而鞏固你的進步基礎。

第二章 複習數學基礎

本章內容包括兩項：一項是複習算術和代數，另一項是討論統計的基本觀念，很多錯誤發生在統計學上，是因為缺乏統計學的知識及很簡單的算術問題。所以本章將很快地複習一些統計學的基本規則，俾警惕學習者注意正確的計算法。

複 習 算 術

「小數點」(Decimals)

「加」(Addition) 和「減」(Subtraction)，小數點，於加數和被加數或減數和被減數上，必須上下相對。

例如： $3.094 + 235.67 + 45.7$

$$\begin{array}{r} 3.094 \\ 235.67 \\ + 45.7 \\ \hline 284.464 \end{array}$$

「乘」(Multiplication) 乘數和被乘數的小數點位數必須總和計算在答數上。

例如：

$$\begin{array}{r} 1.072 \\ \times .02 \\ \hline .02144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .00007 \\ \times .2 \\ \hline .000014 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.2 \\ \times 1.2 \\ \hline 1.44 \end{array}$$

「除」(Division) 除數與被除數的小數點位數必須化為相等。

例如：

$$\frac{.012}{.3} = .04$$

$$\frac{2.0648}{.2} = 10.324$$

$$\frac{.008}{8} = .001$$

「分數」(Fractions)

「加」和「減」，兩個以上的分數加或減，首先必須將各數的分母化為相同。

例如：

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$2\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{11}{4} + \frac{2}{4} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{8} - \frac{3}{16} = \frac{6}{16} - \frac{3}{16} = \frac{3}{16}$$

$$\frac{x}{y} + \frac{a}{b} = \frac{xh}{yb} + \frac{ya}{yb} = \frac{xh+ya}{yb}$$

「乘」，分子相乘，分母相乘，所得之答數予以化簡。

例如：

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{6}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{96}{360} = \frac{4}{15}$$

分數相乘，為節省時間，亦可採分子與其他分母對除法，予以化簡。

例如：

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

「除」，分數除法，首先顛倒除數 (Divisor)，然後乘被除數 (Dividend) 照乘法求其答數。

例如：

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

$$2\frac{3}{4} \div \frac{11}{7} = \frac{11}{4} \times \frac{7}{11} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

$$\frac{x}{y} \div \frac{a}{b} = \frac{x}{y} \times \frac{b}{a} = \frac{xb}{ya}$$

負數 (Negative Numbers)

「加」負數相加，依普通方式，是置負(“-”)號於答數之前。

例如：

$$(-6) + (-8) + (-12) = -26$$

當兩種混合數相加，即正數加負數或負數加正數，先由大數減小數，然後於剩餘之答數前加大數原有的符號(正號或負號)。

例如：

- 6	-22	56	19
<u>8</u>	<u>28</u>	<u>-72</u>	<u>-30</u>
2	6	-16	-11

兩數以上的不同符號相加，首先集所有的正數在一起，再集所有的負數在一起，兩項相加如上法。

例如：

$$\begin{aligned}
 & (-4) + (-7) + (8) + (13) + (-12) + (-5) \\
 &= (8) + (13) + (-4) + (-7) + (-12) + (-5) \\
 &= (21) + (-28) \\
 &= -7
 \end{aligned}$$

「減」，減數的符號改變(負號改正號)再按照「加」法程序計算。

例如：

12	-22	-4.48
<u>- (-8)</u>	<u>- (-8)</u>	<u>- (-8.24)</u>
20	-14	3.76

「乘」，兩數(乘數和被乘數)的符號相同，不論正號或負號其所產生的答數為正號，如果符號不同，即一數為正號，另一數為負號，其所產生的答數為負號。

例如：

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 2 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} -6 \\ \times (-2) \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \times (-2) \\ \hline -12 \end{array} \quad \begin{array}{r} -6 \\ \times (2) \\ \hline -12 \end{array}$$

「除」如乘法，除數和被除數的符號相同，不論正號或負號，相除所得之商(Quotient)通常為正號，如果兩數的符號不同，相除所得之商則為負號。

例如：

$$\frac{6}{2}=3 \quad \frac{-6}{-2}=3 \quad \frac{6}{-2}=-3 \quad \frac{-6}{2}=-3$$

“0”的運用，任何數字乘“0”，它的答數是0，

例如：

$$2 \times 0 = 0$$

$$(.5)(3.55)(0)(4976) = 0$$

任何數字加“0”或減“0”，其原來的數字不變。

求平方根(Square Root) 統計工作上，許多場合需要開方根，學生必須熟練這項工作，於附錄內附表一包括自1至1000之開方根，下列說明通常開方根的程序。

例一：求144平方根

$$\begin{array}{r} 12 \\ \sqrt{144} \\ 1 \\ \hline 2 \overline{) 44} \\ 44 \\ \overline{) 44} \end{array}$$

自小數點開始向左移動，每兩個數字(Pairs)作為一個被除組，移至最後，可能剩下一個數字組。從左首位組開始考慮什麼數字平方，其值不超過這組數字，而且最接近這組數字，於此情況“1”乃為最大之平方數，將1置於左首位組下減之，然後將平方根1置於左首組上端平方根號之上，謂之首商。再移下第二組數44。以「20倍首商加次商乘次商」之值