

综合治理和利用 矿床大面积地下水

经验汇编

煤炭工业出版社

综合治理和利用 矿床大面积地下水经验汇编

冶金部、石油部、化工部、煤炭部、国家地质总局综合治理地下水办公室

煤炭工业出版社

综合治理和利用
矿床大面积地下水经验汇编

冶金部、石油部、化工部、煤炭部、国家地质总局综合治理地下水办公室

*

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平北路16号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本787×1092¹/₁₆ 印张 18

字数 432 千字 印数1—5,160

1979年6月第1版 1979年6月第1次印刷

书号15035·2199 定价1.90元

前 言

冶金部、石油部、化工部、煤炭部、国家地质总局综合治理地下水办公室于一九七七年二月二十七日至三月六日，在广东马安煤矿召开了全国第一次“综合治理和 利用 矿 床大面积地下水”的经验交流会。会上交流了建国二十八年来各部门综合治理和利用地下水方面的经验，其中包括水文地质勘探与涌水量计算，地下水的综合治理和利用，新的勘探手段和技术等。根据大会的要求，决定选出部分材料予以汇编，供从事这方面工作的同志学习参考。

当前全国人民正在积极响应华主席“树雄心、立壮志、向科学技术现代化进军”的号召，为在本世纪内把我国建设成为农业、工业、国防和科学技术现代化的伟大的社会主义强国，为实现新时期的总任务，以巨人的步伐开始新的长征。我们综合治理和利用地下水的工作，要克服一切艰难险阻，不断攀登科学技术的高峰，为社会主义革命和建设作出新的贡献。

冶金部、石油部、化工部、煤炭部、国家地质总局综合治水办公室

一九七八年

目 录

用有限单元法预测王窑矿区矿坑涌水量的方法探讨·····	1
边界附近地下水不稳定井流试验数据的分析方法·····	29
解非稳定渗流问题的R-C电网络模拟方法·····	42
解地下水平面非稳定渗流的积分离散法·····	58
二次场衰减法水文地质测井在王场矿区的试验·····	75
对“矿山盆地”未来矿区排水与供水问题的几点看法·····	90
山东矿山裂隙岩溶型矿区水文地质勘探方法及几点体会·····	101
杨二庄铁矿水文地质勘探的体会·····	123
湖南水口山铅锌矿水文地质勘探方法及勘探程度初步总结·····	134
元宝山露天水文地质勘探经验总结·····	151
石炭铜矿矿床疏干经验·····	160
湖南水口山铅锌矿矿床疏干塌陷预测及防治·····	166
凡口矿的矿床疏干·····	180
运用岩溶发育规律和矿井涌水特征开展综合防治矿井水害工作·····	194
焦作煤田地下水的防治与利用·····	207
贾汪矿区太原群灰岩岩溶发育规律及矿井防治水方法·····	224
井筒过砾岩含水层的经验与教训·····	234
应用潜水泵排矿井巷道水·····	241
硬质聚氯乙烯、聚丙烯及玻璃钢井管、滤水管·····	254
钻孔无线电波透视仪及其探测岩溶水的试验研究·····	268

用有限单元法预测王窑矿区 矿坑涌水量的方法探讨

地科院水文地质工程地质研究所
河北省地质局十二地质队、北京大学数学系

一、前言

“有限单元法”是解地下水运动偏微分方程数值解的一种方法，是解决复杂水文地质计算问题较有效的方法之一。

在国外，“有限单元法”在水文地质学上的应用开始于七十年代，但主要用于供水计算。在矿坑涌水量计算上应用“有限单元法”的实例至今尚未见到过。

一九七五年由河北省地质局第十二队、地质科学院水文地质工程地质研究所及北京大学数学系组成三结合科研小组，用“有限单元法”对王窑矿区矿坑涌水量进行了计算，取得了较好的成果和一些经验。

通过计算我们体会到“有限单元法”具有较多的优点：第一，它适用于一般水文地质边界条件，而不必将边界条件简化；第二，适用于富水性均一及不均一的地区；第三，适用于地下水动力类型（承压潜水）复杂的地区；第四，不仅能算出涌水量而且可以算出不同疏干水平，不同时间的地下水面；第五，它比“有限差分法”具有更大的灵活性。

本文是对该矿区计算的总结，错误之处，希读者批评指正。

二、基本原理和方法（水位预报方法）

（一）基本思想

当地下水的垂直流速很小可忽略时，地下水的运动可用以下方程描述：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D\frac{\partial h}{\partial y}\right) + F = E\frac{\partial h}{\partial t}$$

其中，
$$D = \begin{cases} T(\text{即 } M \cdot K) \cdots \cdots (\text{在承压区}) \\ K(h - B) \cdots \cdots (\text{在无压区}) \end{cases} \quad E = \begin{cases} S \cdots \cdots (\text{在承压区}) \\ \mu \cdots \cdots (\text{在无压区}) \end{cases}$$

T ：承压含水层导水系数（米²/日）； M ：含水层厚度（米）； K ：渗透系数（米/日）； h ：含水层水头标高（米）； B ：含水层底板标高（米）； S ：承压含水层储水系数； μ ：无压含水层给水度； F ：单位时间内单位面积上垂直补给含水层的水量（米/日）； t ：时间。

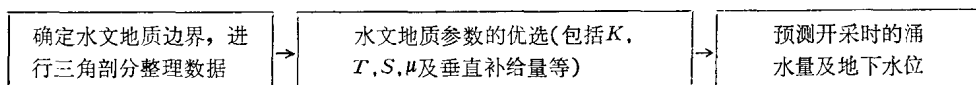
上述方程是建立在达西定律基础上的，是描述任一时刻的含水层水头分布的二阶偏微

分方程。要用解析方法求解是比较困难的,只有在边界条件比较简单和水位降深比较小时才是可能的,当边界条件复杂或潜水水位降深较大(特别是矿区大疏干时)用解析解很困难。

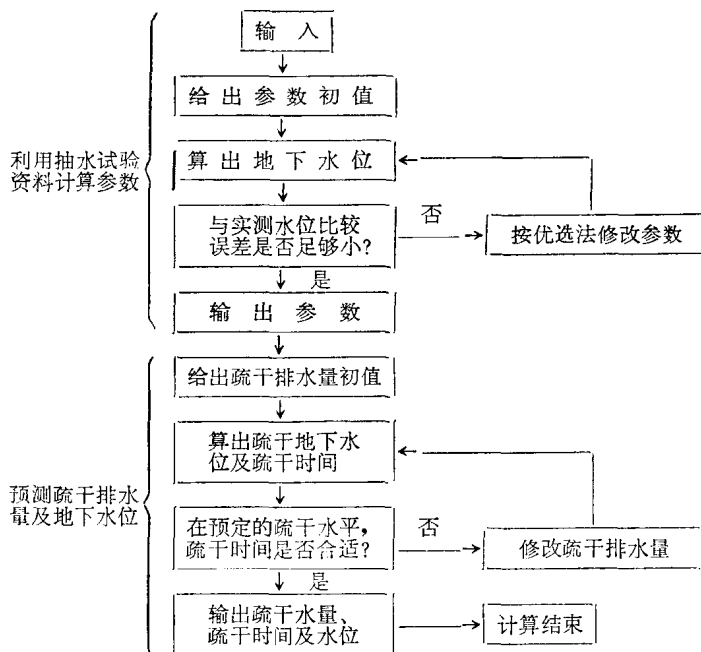
“有限单元法”就是解上述偏微分方程的一种数值解方法。

这个方法分为两大步:第一步把偏微分方程变成常微分方程组;第二步是求常微分方程组的近似解,最后归结为解线性代数方程组。

用有限单元法进行矿坑涌水量预测的基本步骤是:



参数的优选或矿坑涌水量的预测都是以水位预报为基础的。整个计算过程的框图如下:



为了减少计算时间,可以按三、四个假定疏干水量算至预定降深水平后,划出该疏干水平的 $Q-t$ 曲线,即可按需要选出合适的疏干排水量。

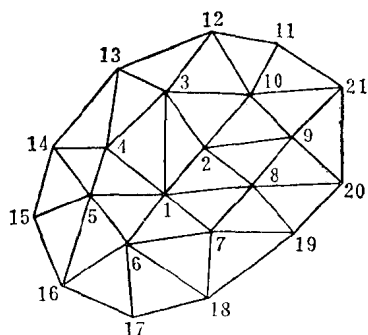


图 1 三角剖分示意图

1~10为内节点; 11~21为边界节点

(二) 水位预报方法

这是“有限单元法”中最基本的方法。

首先,把计算区域划分为许多小三角形,三角形的顶点叫“节点”,位于边界线上的节点叫“边界节点”(或外节点),其它叫“内节点”(图1)。把计算的时间段划分为许多小的时间段

$$t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$$

以下的量是已知的:

- 1) 必要的水文地质参数。
- 2) 每一个节点(内节点及边界节点)的初水位。

3) 边界点分为第一类及第二类的, 对第一类边界点在 $t_1, t_2, \dots, t_n$ 时的水位 $h^{(1)}, h^{(2)}, \dots, h^{(n)}$ 是已知的; 对第二类边界点, 与该点相连的两段边界在这几个小时时间段里 (单位时间的) 进水量 $q^{(1)}, q^{(2)}, \dots, q^{(n)}$ 是已知的。

4) 抽水井的位置及每一口井在每一个小时时间段里的抽水量 (单位时间的) 是已知的。

所谓“水位预报”就是在这些已知条件下, 要求出每一个内节点和第二类边界节点在 $t_1, t_2, \dots, t_n$ 每一时刻的水位。计算是逐段进行的, 先算出第一个时间段的末水位, 以此作为第二个时间段的初水位, 用同样的方法算出第二, 三, $\dots$ 直到第 n 个时间段的末水位。

1. 水头 $h(x, y, t)$ 在一个三角形上的近似表示

在某一固定的时刻 t , h 是 x, y 两个变量的函数, 它一般是一个曲面, 但在一个三角形上可近似的当作一个平面, 即

$$h \approx a + bx + cy \quad (\text{平面方程})$$

其中, a, b, c 是 t 的函数, 在不同的三角形中是不同的。

如第 p 个三角形顶点号码是 i, j, k , 其坐标为 $(x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_k, y_k)$, 用 h_i, h_j, h_k 表示这三个节点上的水头, 它们也应是 t 的函数。则 h 在 Δp 上的近似表示式 $h \approx a_p + b_p x + c_p y$ 以 $(x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_k, y_k)$ 代入, 得一线性方程组

$$h_i = a_p + b_p x_i + c_p y_i$$

$$h_j = a_p + b_p x_j + c_p y_j$$

$$h_k = a_p + b_p x_k + c_p y_k$$

把它写成矩阵形式

$$\begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_p \\ b_p \\ c_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_i \\ h_j \\ h_k \end{pmatrix}$$

$$\text{其中, } \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix} \text{ 称坐标矩阵}$$

两边乘以坐标矩阵的逆,

$$\begin{pmatrix} a_p \\ b_p \\ c_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} h_i \\ h_j \\ h_k \end{pmatrix}$$

$$\text{设 } \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} a_i^p & a_j^p & a_k^p \\ b_i^p & b_j^p & b_k^p \\ c_i^p & c_j^p & c_k^p \end{pmatrix}$$

则

$$a_i^p = (x_j y_k - x_k y_j) / 2 |\Delta p| \quad |\Delta p| \text{ 为 } \Delta p \text{ 之面积}$$

$$b_i^p = (y_j - y_k) / 2 |\Delta p|$$

$$c_i^p = (x_k - x_j) / 2 |\Delta p|$$

$$a_j^p = (x_k y_i - x_i y_k) / 2 |\Delta p|$$

$$b_j^p = (y_k - y_i) / 2 |\Delta p|$$

$$c_j^p = (x_i - x_k) / 2 |\Delta p|$$

$$a_k^p = (x_i y_j - x_j y_i) / 2 |\Delta p|$$

$$b_k^p = (y_i - y_j) / 2 |\Delta p|$$

$$c_k^p = (x_j - x_i) / 2 |\Delta p|$$

因此在 Δp 上

$$\begin{aligned} h &\approx a_p + b_p x + c_p y = (1, x, y) \begin{pmatrix} a_p \\ b_p \\ c_p \end{pmatrix} = (1, x, y) \begin{pmatrix} a_i^p & a_j^p & a_k^p \\ b_i^p & b_j^p & b_k^p \\ c_i^p & c_j^p & c_k^p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_i \\ h_j \\ h_k \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_i^p + b_i^p x + c_i^p y \\ a_j^p + b_j^p x + c_j^p y \\ a_k^p + b_k^p x + c_k^p y \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} h_i \\ h_j \\ h_k \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore h \approx (a_i^p + b_i^p x + c_i^p y) h_i + (a_j^p + b_j^p x + c_j^p y) h_j + (a_k^p + b_k^p x + c_k^p y) h_k$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} \approx b_i^p h_i + b_j^p h_j + b_k^p h_k$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} \approx c_i^p h_i + c_j^p h_j + c_k^p h_k$$

2. 权函数

一个函数在某一个多边形 G 的节点 l 上为 1，在它的周围的每一节点上都为 0 而中间

是线性地变化时，此函数的近似表达式叫做（相应于 l 节点的）权函数，用 $\Omega_l(x, y)$ 来标记。权函数的图形像一顶尖顶带棱由几片三角形拼接而成的帽子，如图 2。

设 Δp 的顶点为 i, j, k 。它的坐标矩阵及其逆矩阵的乘积为单位矩阵

$$\begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_i^p & a_j^p & a_k^p \\ b_i^p & b_j^p & b_k^p \\ c_i^p & c_j^p & c_k^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

这就告诉我们线性函数 $a_i^p + b_i^p x + c_i^p y$ 在

(x_i, y_i) 取值 1，在 (x_j, y_j) ， (x_k, y_k) 取值 0，所以它正是权函数 Ω_i 在 Δp 的表示式，

即

$$\Omega_i = a_i^p + b_i^p x + c_i^p y$$

同理，

$$\Omega_j = a_j^p + b_j^p x + c_j^p y$$

$$\Omega_k = a_k^p + b_k^p x + c_k^p y$$

$$\frac{\partial \Omega_i}{\partial x} = b_i^p, \quad \frac{\partial \Omega_i}{\partial y} = c_i^p$$

$$\frac{\partial \Omega_j}{\partial x} = b_j^p, \quad \frac{\partial \Omega_j}{\partial y} = c_j^p$$

$$\frac{\partial \Omega_k}{\partial x} = b_k^p, \quad \frac{\partial \Omega_k}{\partial y} = c_k^p$$

$\therefore h$ 的表达式，在 Δp 上又可写成

$$h \approx \Omega_i(x, y) h_i + \Omega_j(x, y) h_j + \Omega_k(x, y) h_k$$

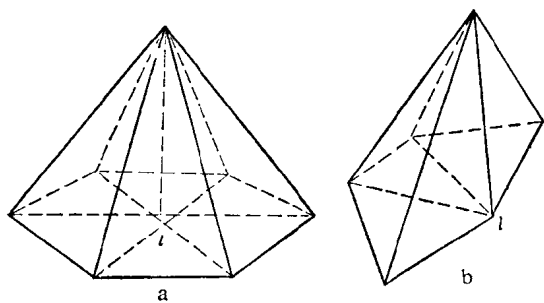


图 2 权函数图象

$a-l$ —内节点； $b-l$ —边界节点

3. 相应于内节点的方程

为了叙述的方便,我们先假定含水层没有垂直补给,即地下水运动的方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D\frac{\partial h}{\partial y}\right) = E\frac{\partial h}{\partial t}$$

假定在每一个三角形内, D 及 E 为常数。当此三角形为承压水时, D 表示平均导水系数(T), E 表示承压储水系数(S); 若处于无压状态时,

$$D = K\left(\frac{h_i^{(0)} + h_j^{(0)} + h_k^{(0)}}{3} - B\right)$$

其中, K : 平均渗透系数; B : 平均底板标高; E 表示无压含水层给水度(μ)。

设 Δp 为多边形 G 中的一个三角形, i, j, k 为 Δp 之顶点 (内节点)。现列第 i 点方程

由 $\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D\frac{\partial h}{\partial y}\right) = E\frac{\partial h}{\partial t}$ 两边乘以 Ω_i , 并在 G 上积分

$$\begin{aligned} & \iint_G \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D\frac{\partial h}{\partial y}\right) \right] \Omega_i dx dy = \iint_G E \frac{\partial h}{\partial t} \Omega_i dx dy \\ & \iint_G \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial h}{\partial x}\right) \Omega_i \right] + \left[\frac{\partial}{\partial y}\left(D\frac{\partial h}{\partial y}\right) \Omega_i \right] \right\} - \\ & - \left[D \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \Omega_i}{\partial x} + D \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \Omega_i}{\partial y} \right] dx dy = \iint_G E \frac{\partial h}{\partial t} \Omega_i dx dy \end{aligned}$$

对其中第一项应用格林公式

$$\begin{aligned} & \iint_G \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial h}{\partial x}\right) \Omega_i \right] + \left[\frac{\partial}{\partial y}\left(D\frac{\partial h}{\partial y}\right) \Omega_i \right] dx dy = \oint_L D \frac{\partial h}{\partial y} \Omega_i dx + D \frac{\partial h}{\partial x} \Omega_i dy \\ & = \oint_L D \Omega_i \left(-\frac{\partial h}{\partial y} dx + \frac{\partial h}{\partial x} dy \right) = \oint_L D \Omega_i \left(\frac{\partial h}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial h}{\partial y} \cos \beta \right) dL \\ & = \oint_L D \Omega_i \frac{\partial h}{\partial n} dL = 0 \end{aligned}$$

L : 表示 G 的边界, $\vec{n}$ 表示 L 的外法向,

$\vec{n} = (\cos \alpha, \cos \beta)$, Ω_i 在 L 上为 0

$$\begin{aligned} \therefore & - \iint_G \left(D \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \Omega_i}{\partial x} + D \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \Omega_i}{\partial y} \right) dx dy = \iint_G E \frac{\partial h}{\partial t} \Omega_i dx dy \\ & \iint_G \left(D \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \Omega_i}{\partial x} + D \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \Omega_i}{\partial y} \right) dx dy + \iint_G E \frac{\partial h}{\partial t} \Omega_i dx dy = 0 \end{aligned}$$

由于 h 及 $\Omega_i(x, y)$ 在不同的三角形上有不同的表示式, 所以上式积分必须分三角形逐个进行计算, 在第 Δp , 据前

$$\Omega_i = a_i^p + b_i^p x + c_i^p y, \quad \frac{\partial \Omega_i}{\partial x} = b_i^p, \quad \frac{\partial \Omega_i}{\partial y} = c_i^p$$

$$h = (a_i^p + b_i^p x + c_i^p y)h_i + (a_j^p + b_j^p x + c_j^p y)h_j + (a_k^p + b_k^p x + c_k^p y)h_k$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = b_i^p h_i + b_j^p h_j + b_k^p h_k$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} = c_i^p h_i + c_j^p h_j + c_k^p h_k$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial h}{\partial t} &= (a_i^p + b_i^p x + c_i^p y) \frac{\partial h_i}{\partial t} + (a_j^p + b_j^p x + c_j^p y) \frac{\partial h_j}{\partial t} + (a_k^p + b_k^p x + c_k^p y) \frac{\partial h_k}{\partial t} \\ &= \Omega_i \frac{\partial h_i}{\partial t} + \Omega_j \frac{\partial h_j}{\partial t} + \Omega_k \frac{\partial h_k}{\partial t}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \iint_{\Delta p} D \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \Omega_i}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \Omega_i}{\partial y} \right) dx dy &= \iint_{\Delta p} D_p [(b_i^p h_i + b_j^p h_j + b_k^p h_k) b_i^p + \\ &\quad + (c_i^p h_i + c_j^p h_j + c_k^p h_k) c_i^p] dx dy \\ &= D_p \cdot |\Delta p| \cdot \{ [(b_i^p)^2 + (c_i^p)^2] h_i + [b_i^p b_j^p + c_i^p c_j^p] h_j + [b_i^p b_k^p + c_i^p c_k^p] h_k \} \\ \iint_{\Delta p} E \frac{\partial h}{\partial t} \Omega_i dx dy &= E_p \iint_{\Delta p} \left(\Omega_i \frac{\partial h_i}{\partial t} + \Omega_j \frac{\partial h_j}{\partial t} + \Omega_k \frac{\partial h_k}{\partial t} \right) \Omega_i dx dy \\ &= E_p \left(\frac{dh_i}{dt} \iint_{\Delta p} \Omega_i^2 dx dy + \frac{dh_j}{dt} \iint_{\Delta p} \Omega_i \Omega_j dx dy + \frac{dh_k}{dt} \iint_{\Delta p} \Omega_i \Omega_k dx dy \right) \\ &= E_p \left(\frac{dh_i}{dt} \cdot \left| \frac{\Delta p}{6} \right| + \frac{dh_j}{dt} \cdot \left| \frac{\Delta p}{12} \right| + \frac{dh_k}{dt} \cdot \left| \frac{\Delta p}{12} \right| \right) \\ &= \frac{1}{12} E_p |\Delta p| \left(2 \frac{dh_i}{dt} + \frac{dh_j}{dt} + \frac{dh_k}{dt} \right)\end{aligned}$$

因此, 在 Δp 上 i 点的方程为:

$$\begin{aligned}|\Delta p| \cdot D_p \cdot \{ [(b_i^p)^2 + (c_i^p)^2] h_i + [b_i^p b_j^p + c_i^p c_j^p] h_j + [b_i^p b_k^p + c_i^p c_k^p] h_k \} + \\ + \frac{1}{12} E_p |\Delta p| \cdot \left(2 \frac{dh_i}{dt} + \frac{dh_j}{dt} + \frac{dh_k}{dt} \right) = 0\end{aligned}$$

用同样方法可以列出 i 点在 G 中其它三角形上的方程, 综合在一起, 使其等于 0, 就是 i 点的方程。

4. 相应于第二类边界节点的方程

对第二类边界节点(j), 其它相同, 仅 $\oint_L D \Omega_j \frac{\partial h}{\partial n} dL \neq 0$ 。如图3所示, 设多边形周界 L 由 w 及 $r_1 + r_2$ 组成 (r_1, r_2 为第二类边界), 则在 w 上 $\Omega_j = 0$

$$\therefore \oint_L D \Omega_j \frac{\partial h}{\partial n} dL = \int_{r_1 + r_2} D \Omega_j \frac{\partial h}{\partial n} dL$$

如单宽流量 $D \frac{\partial h}{\partial n}$ 在 r_1 及 r_2 都为常数, 则

$$\begin{aligned}\int_{r_1 + r_2} D \Omega_j \frac{\partial h}{\partial n} dL &= D \frac{\partial h}{\partial n} \int_{r_1} \Omega_j dL + D \frac{\partial h}{\partial n} \int_{r_2} \Omega_j dL \\ &= \frac{1}{2} \left(D \frac{\partial h}{\partial n} \cdot \overline{r_1} + D \frac{\partial h}{\partial n} \overline{r_2} \right) = \frac{1}{2} (q_1 + q_2) = \frac{1}{2} q_j\end{aligned}$$

所以第二类节点方程的左端组成和内节点的方程一样, 而右端则为 $\frac{1}{2} q_j$ 。

5. 垂直补给

如 Δp (节点 i, j, k 均为内节点) 有垂直补给时, 则方程变为

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D\frac{\partial h}{\partial y}\right) + F = S\frac{\partial h}{\partial t}$$

在建立 i 点方程时, 要计算积分

$$\iint_{\Delta p} F \Omega_i dx dy = F \iint_{\Delta p} \Omega_i dx dy = \frac{1}{3} F |\Delta p| \quad (\text{设 } F \text{ 为常数})$$

在 i 节点的方程右端加上 $1/3 F |\Delta p|$, 对 j 及 k 节点的方程右端同样加上 $1/3 F |\Delta p|$ 。

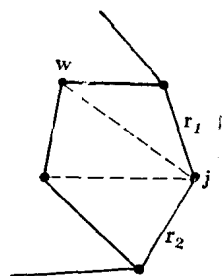


图 3

6. 井

把井想像为一个很小面积 (井口) 上的一个负垂直补给。设 Δp 上有一井 W , 其坐标为 x_w, y_w , 在 Δt 时间内单位时间的抽水量为 Q_w , 那么在井口这一小块面积上, 单位时间单位面积上的垂直补给量为

$$-\frac{Q_w}{\text{井面积}}, \text{ 即 } F(x, y) = \begin{cases} -\frac{Q_w}{\text{井面积}} & \cdots \cdots \text{井口处} \\ 0 & \cdots \cdots \cdots \Delta p \text{ 其它地方} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \therefore \iint_{\Delta p} F(x, y) \Omega_i(x, y) dx dy &= - \iint_{\text{井口}} \frac{Q_w}{\text{井面积}} \Omega_i(x, y) dx dy \\ &= -\frac{Q_w}{\text{井面积}} \Omega_i(x_w, y_w) \iint_{\text{井口}} dx dy \\ &= -Q_w \Omega_i(x_w, y_w) = -Q_w (a_i^p + b_i^p x_w + c_i^p y_w) \end{aligned}$$

同理,

$$\begin{aligned} \iint_{\Delta p} F(x, y) \Omega_j(x, y) dx dy &= -Q_w (a_j^p + b_j^p x_w + c_j^p y_w) \\ \iint_{\Delta p} F(x, y) \Omega_k(x, y) dx dy &= -Q_w (a_k^p + b_k^p x_w + c_k^p y_w) \end{aligned}$$

所以当 Δp 内有一井 W 时, 若 i, j, k 节点均非第一类边界节点, 应分别从 i, j, k 三节点方程的右端减去 $Q_w (a_i^p + b_i^p x_w + c_i^p y_w)$, $Q_w (a_j^p + b_j^p x_w + c_j^p y_w)$, $Q_w (a_k^p + b_k^p x_w + c_k^p y_w)$ 。

当井位于节点上如 (x_i, y_i) , 因 $\Omega_i(x_i, y_i) = 1$

$$\therefore \iint_{\Delta p} F(x, y) \Omega_i(x, y) dx dy = -Q_w$$

即在 i 节点方程右端减去 Q_w

7. 常微分方程组

对每一个三角形的每一个节点都列出方程后, 综合在一起, 就组成了一个常微分方程组, 形如:

$$\begin{aligned} b_{1,1} h_1 + b_{1,2} h_2 + \cdots + b_{1,M} h_M + \cdots + b_{1,N} h_N + \\ + d_{1,1} \frac{dh_1}{dt} + d_{1,2} \frac{dh_2}{dt} + \cdots + d_{1,M} \frac{dh_M}{dt} + \cdots + d_{1,N} \frac{dh_N}{dt} = c_1' \\ b_{2,1} h_1 + b_{2,2} h_2 + \cdots + b_{2,M} h_M + \cdots + b_{2,N} h_N + \\ + d_{2,1} \frac{dh_1}{dt} + d_{2,2} \frac{dh_2}{dt} + \cdots + d_{2,M} \frac{dh_M}{dt} + \cdots + d_{2,N} \frac{dh_N}{dt} = c_2' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dots\dots\dots \\ & b_{M,1}h_1 + b_{M,2}h_2 + \dots\dots + b_{M,M}h_M + \dots\dots + b_{M,N}h_N + \\ & + d_{M,1}\frac{dh_1}{dt} + d_{M,2}\frac{dh_2}{dt} + \dots\dots + d_{M,M}\frac{dh_M}{dt} + \dots\dots + d_{M,N}\frac{dh_N}{dt} = c'_M \end{aligned}$$

也可写成矩阵形式

$$\begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} \cdots b_{1,M} \cdots b_{1,N} \\ b_{2,1} & b_{2,2} \cdots b_{2,M} \cdots b_{2,N} \\ \dots\dots\dots \\ b_{M,1} & b_{M,2} \cdots b_{M,M} \cdots b_{M,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \\ \vdots \\ h_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} \cdots d_{1,M} \cdots d_{1,N} \\ d_{2,1} & d_{2,2} \cdots d_{2,M} \cdots d_{2,N} \\ \dots\dots\dots \\ d_{M,1} & d_{M,2} \cdots d_{M,M} \cdots d_{M,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{dh_1}{dt} \\ \frac{dh_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dh_M}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dh_N}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c'_1 \\ c'_2 \\ \vdots \\ c'_M \end{pmatrix}$$

其中, $h_1, h_2, \dots\dots h_M$ 是未知函数, $h_{M+1}, \dots\dots, h_N$ 是第一类边界节点上的水头, 是已知的。

也可写成

$$B_j \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \\ \vdots \\ h_N \end{pmatrix} + D_j \begin{pmatrix} \frac{dh_1}{dt} \\ \frac{dh_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dh_M}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dh_N}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c'_1 \\ c'_2 \\ \vdots \\ c'_M \end{pmatrix}$$

$$\text{此处, } B_j = \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} \cdots b_{1,M} \cdots b_{1,N} \\ b_{2,1} & b_{2,2} \cdots b_{2,M} \cdots b_{2,N} \\ \dots\dots\dots \\ b_{M,1} & b_{M,2} \cdots b_{M,M} \cdots b_{M,N} \end{pmatrix}, \quad D_j = \begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} \cdots d_{1,M} \cdots d_{1,N} \\ d_{2,1} & d_{2,2} \cdots d_{2,M} \cdots d_{2,N} \\ \dots\dots\dots \\ d_{M,1} & d_{M,2} \cdots d_{M,M} \cdots d_{M,N} \end{pmatrix}$$

8. 从常微分方程组到线性方程组

从上得到常微分方程组之后两边乘以 dt 并从 $t=t_0$ 到 $t_1=t_0+\Delta t$ 积分

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} B_j \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \\ \vdots \\ h_N \end{pmatrix} dt + \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} D_j \begin{pmatrix} \frac{dh_1}{dt} \\ \frac{dh_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dh_M}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dh_N}{dt} \end{pmatrix} dt = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \begin{pmatrix} c'_1 \\ c'_2 \\ \vdots \\ c'_M \end{pmatrix} dt$$

$$B_j \begin{pmatrix} \int_{t_0}^{t_1} h_1 dt \\ \int_{t_0}^{t_1} h_2 dt \\ \vdots \\ \int_{t_0}^{t_1} h_M dt \\ \vdots \\ \int_{t_0}^{t_1} h_N dt \end{pmatrix} + D_j \begin{pmatrix} \int_{t_0}^{t_1} \frac{dh_1}{dt} dt \\ \int_{t_0}^{t_1} \frac{dh_2}{dt} dt \\ \vdots \\ \int_{t_0}^{t_1} \frac{dh_M}{dt} dt \\ \vdots \\ \int_{t_0}^{t_1} \frac{dh_N}{dt} dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1' \\ c_2' \\ \vdots \\ c_M' \end{pmatrix} \Delta t$$

其中, $\int_{t_0}^{t_1} \frac{dh_1}{dt} dt = h_1^{(1)} - h_1^{(0)}$, $\int_{t_0}^{t_1} \frac{dh_2}{dt} dt = h_2^{(1)} - h_2^{(0)}$, ..., $\int_{t_0}^{t_1} \frac{dh_N}{dt} dt = h_N^{(1)} - h_N^{(0)}$ 。

用梯形法算 $\int_{t_0}^{t_1} h_1 dt = \frac{h_1^{(1)} + h_1^{(0)}}{2} \Delta t$, $\int_{t_0}^{t_1} h_N dt = \frac{h_N^{(1)} + h_N^{(0)}}{2} \Delta t$ 方程组即变为

$$\frac{\Delta t}{2} B_j \begin{pmatrix} h_1^{(1)} + h_1^{(0)} \\ h_2^{(1)} + h_2^{(0)} \\ \vdots \\ h_M^{(1)} + h_M^{(0)} \\ \vdots \\ h_N^{(1)} + h_N^{(0)} \end{pmatrix} + D_j \begin{pmatrix} h_1^{(1)} - h_1^{(0)} \\ h_2^{(1)} - h_2^{(0)} \\ \vdots \\ h_M^{(1)} - h_M^{(0)} \\ \vdots \\ h_N^{(1)} - h_N^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1' \\ c_2' \\ \vdots \\ c_M' \end{pmatrix} \Delta t$$

$$\left(\frac{1}{2} B_j + \frac{1}{\Delta t} D_j \right) \begin{pmatrix} h_1^{(1)} \\ h_2^{(1)} \\ \vdots \\ h_M^{(1)} \\ \vdots \\ h_N^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1' \\ c_2' \\ \vdots \\ c_M' \end{pmatrix} + \left(\frac{D_j}{\Delta t} - \frac{B_j}{2} \right) \begin{pmatrix} h_1^{(0)} \\ h_2^{(0)} \\ \vdots \\ h_M^{(0)} \\ \vdots \\ h_N^{(0)} \end{pmatrix}$$

把左端 $h_{M+1}^{(1)}$, $h_{M+2}^{(1)}$, ..., $h_N^{(1)}$ (第一类边界节点末水位) 在矩阵中相应元素的乘积移

到右边去, 最后形成矩阵 $A \cdot \begin{pmatrix} h_1^{(1)} \\ h_2^{(1)} \\ \vdots \\ h_M^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_M \end{pmatrix}$ [注] 此处, A 为 M 行 M 列矩阵, $c_1, c_2, \dots, c_M$ 为常数项, 不是前述 c_i, c_j, c_k 。

设 $H = \begin{pmatrix} h_1^{(1)} \\ h_2^{(1)} \\ \vdots \\ h_M^{(1)} \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_M \end{pmatrix}$ 则 $A \cdot H = C$

9. 方程组的解法

我们采用的是迭代法或消元法。

迭代法又分为两种, 即简单迭代法及赛德尔迭代法。

1) 简单迭代法——如前所述, 无压水方程组本来是非线性方程组, 因为在 Δp 中本

来应该是 $D = \left(\frac{h_i + h_j + h_k}{3} - B \right) K$, 这样7) 中的 B_j 矩阵元素中应包含水头 h , 即形成的方程组中应包含 $h_i h_j$, $h_i h_k$, $h_j h_k$, $\dots$, h_i^2 , h_j^2 , h_k^2 , $\dots$ 等项, 是个非线性方程组。

用简单迭代法解决这个问题。第一步是用已知初水位 $h_i^{(0)}$, $h_j^{(0)}$, $h_k^{(0)}$ 代替未知数 h_i , h_j , h_k , 即 $D = \left(\frac{h_i^{(0)} + h_j^{(0)} + h_k^{(0)}}{3} - B \right) K$ 代入后, B_j 矩阵就完全变成常数矩阵, 整个方程组即变成 8) 所述的线性方程组。解此方程组, 得到第一次近似解, 即 $h_i^{(1)}$, $h_j^{(1)}$, $\dots$, $h_M^{(1)}$ 的第一次近似值。再以此近似值代入 A 中相应未知数, 解方程组得到第二次近似解, 如此循环做下去, 直到前后两次近似解相差甚微, 达到计算的精度要求, 就把最后的近似解作为方程组的解。

2) 赛德尔迭代法——设线性方程组, 形如

$$A \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_M \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,M} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{M,1} & a_{M,2} & \dots & a_{M,M} \end{pmatrix}$$

系数矩阵 A 是对称正定的。用赛德尔迭代法求解的过程是:

(1) 先给出未知数的一组初值 $h_1^{(0)}$, $h_2^{(0)}$, $\dots$, $h_M^{(0)}$

(2) 从初值出发由以下的计算过程算出方程组的第一次近似解:

$$\begin{aligned} h_1^{(1)} &= [c_1 - (a_{1,2}h_2^{(0)} + a_{1,3}h_3^{(0)} + \dots + a_{1,M}h_M^{(0)})] / a_{1,1} \\ h_2^{(1)} &= [c_2 - a_{2,1}h_1^{(1)} - (a_{2,3}h_3^{(0)} + a_{2,4}h_4^{(0)} + \dots + a_{2,M}h_M^{(0)})] / a_{2,2} \\ &\dots\dots\dots \\ h_M^{(1)} &= [c_M - (a_{M,1}h_1^{(1)} + a_{M,2}h_2^{(1)} + \dots + a_{M,M-1}h_{M-1}^{(1)})] / a_{M,M} \end{aligned}$$

(3) 从第一次近似解出发按同样方法算出第二次近似解:

$$h_l^{(2)} = \left[c_l - \sum_{i=1}^{l-1} a_{l,i}h_i^{(2)} - \sum_{i=l+1}^M a_{l,i}h_i^{(1)} \right] / a_{l,l} \quad (l=1, 2, \dots, M)$$

又从第二次近似值出发用同样方法算出第三次近似解, 如此循环下去, 直到前后二次近似解相差甚微, 达到精度要求, 就把最后一次的近似解作为线性方程组的解。

关于“消元法”一般都理解, 在此从简。

三、矿区水文地质条件简述

矿区属砂嘎岩类型铁矿, 产于中奥陶统石灰岩中。中奥陶统石灰岩(主要为 O_2^2 及 O_2^3) 为主要含水层。溶蚀裂隙、小溶洞(小于 0.2 米)比较发育。含水层结构以溶蚀裂隙为主, 小溶洞、溶孔次之(极个别地段可能有通道), 两者相互连通, 构成了具有统一地下水面的统一含水体。含水层厚度约 200 余米。

在矿区内, 水力坡度极为平缓, 仅为 1/10000。矿区抽水试验时曾作流速试验, 实际流速为 96 米/日。故认为地下水运动基本上符合渗流的线性运动规律。

含水层富水性很强, 如在本矿区抽水, 抽水量达 20000~24000 吨/日, 距抽水孔 15~1000 米范围内的观测孔最大下降仅达 4.0 米左右。在邻近的中关矿(离本矿 7.5 公里)抽

水, 抽水量达51000~60000吨/日, 观测孔最大降深8.3~8.6米。

含水层传导性很强, 抽水试验过程中, 矿区内观测孔水位基本上是同步、等幅、等速下降。在中关矿抽水下降8米多时, 本矿观测孔下降2米多。

地下水来源于区域南部, 经矿区后流向中关矿, 向东北方向迳流, 在东北端以巨大的泉群形式出露, 泉水流量一般为4~6米³/秒, 最小为3.14米³/秒, 最大为11.52米³/秒。

地下水动态受降水制约, 反映“集中补给、常年消耗”的特征。即每年7~10月降雨后地下水获得补给, 水位回升, 由十一月至次年六月为旱季, 水位逐渐下降。根据长期动态资料分析, 7~10年出现一次最低水位, 随后7~10年一遇的大洪水来临, 地下水位猛升到最高水位, 如一九七三年六月三十日水位最低, 紧接着雨季来临, 历时117天, 地下水位大量上升, 区域由南往北(至泉群)上升的幅度由大至小, 由南而北上升幅度: 70米(南端)→67米(本矿)→50米(中关矿)……→数米(泉群), 其中有5天, 日上升幅度为1.68米(南端)→1.65米(本矿)→1.30米(中关矿)……→很小(泉群)。地下水动态的这种特征, 在矿坑涌水量计算中必须考虑到。

边界条件:

1. 西侧——有火成岩体(相对隔水)南北向延伸, 为隔水边界;
2. 东侧及东南侧——中奥陶统石灰岩深埋千米以下, 地下迳流不畅, 又有火成岩体穿插及阻水断层阻拦, 为隔水边界;
3. 南侧——南河河床下有岩体, 作为隔水边界, 但靠西边一段有区域进水口, 作为定水头处理;
4. 北侧——泉群一带作定水头处理, 其西有隔水边界;
5. 中部——有一大火成岩体, 作为隔水边界(见图16)

四、水文地质参数的计算

这次计算利用本矿区抽水资料算出了矿区内部潜水给水度(μ), 渗透系数(K)及承压水储水系数(S)、导水系数(T); 利用邻近的中关矿抽水资料计算了大区承压水的储水系数(S)及导水系数(T)值。然后根据这些计算选用了区域参数值。

(一) 矿区内部参数的计算

1. 计算方法

利用矿区观测孔ZK115、ZK31、ZK45、ZK60、ZK57、ZK120、ZK28等孔联成一封闭区域, 组成第一类边界。把该区分分为456个三角形, 节点共236个, 其中1~184为内节点, 185~236为第一类边界节点, 观测孔、抽水孔都放在节点上。根据原来抽水时潜水、承压水的分界线在整个抽水期间变动不大的情况(因抽水降深较小), 以三角形的边线(折线)代替潜水、承压水分界线(见图4)。

由等水位线图给出每个节点的初水位, 并由观测资料(及插值)给出每个边界节点在每个计算时间段的末水位。在折线以东的三角形按承压水计算, 折线以西的三角形按潜水计算。给出 μ 、 K 、 S 、 T 初值, 按前述水位预报方法算出地下水位, 其结果与实际观测水位对比, 若误差较大, 则调整参数继续计算, 直到误差达到允许精度时为止。

在解方程组时用赛德尔迭代法, 解非线性方程组时用迭代法。在系数矩阵的存贮上用“压缩存贮”的办法。

在计算中,发现 ZK38孔 至 ZK115孔一线,抽水前及抽水期间地下水始终往外流(不流向降落漏斗)(见图 5),用一般计算方法预测的水位与实际观测水位总是误差很大,以后从 ZK38至ZK115一线作为一个岩溶排水通道处理,给一个往外排水量 (按 $Q = KF \frac{H_2 - H_1}{R_{1-2}}$ 算), 计算结果, 预测的地下水位与实测的水位很吻合。

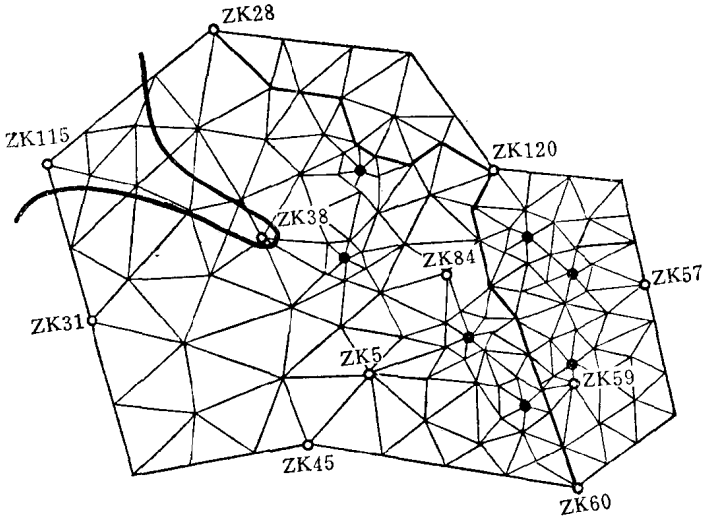


图 4 矿区内三角剖分

潜水承压水分界线 (东为承压、西为潜水)
有岩溶管道分布区 (备注: 节点及三角形均为示意性) ●抽水孔 ○观测孔

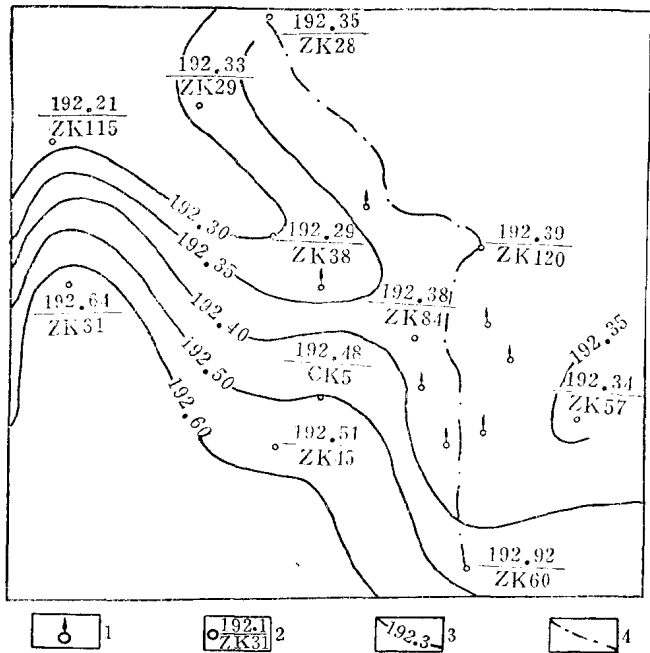


图 5 王窑矿区内抽水前等水位线示意图

1—抽水孔; 2—观测孔 水位标高
孔号; 3—等水位线; 4—承压水与潜水分界线