鋼筋混凝土樓盖計算

（續集）

丁大鈞編

科学技術出版社

鋼筋混凝土楼盖計算

續 集

丁 大 鈞 編

科 学 技 術 出 版 社

內 容 提 要

本書詳述均載下圓形板的計算及構造，介紹各种对称荷載下的圓形和环形板，以及均載下半圓形和三角形板的計算；此外还討論了阳台和悬楼的構造及計算，并重点地叙述几种典型裝配式楼板和楼梯的構造及按强度和撓度的計算。

本書可作專业学校的敎学参考書及供結構設計人員参考之用。

鋼筋混凝土楼盖計算(續集)

編 者 丁大鈞

*

科 学 技 術 出 版 社 出 版

（上海建國西路 336 弄 1 号）

上海市書刊出版業營業許可証出 079 号

中科藝文聯合厂印刷　新華書店上海发行所总經售

*

統一書号：15119·465

开本 787×1092 耗 1/21 · 印張 4 2/3 · 字數 84,000

1957 年 3 月第 1 版

1957 年 3 月第 1 次印刷　印數 1—6,500

定价：(10) 0.75 元

續 集 序

最近約两年来，編者在指导同学作毕业設計的过程中，深切感覺到前編“鋼筋混凝土楼盖計算”一書尙有續編的必要，于是抽暇握管，陆續編写了三章，約九万言。这里所討論的問題，有些是毕业設計所接触到的，也有的是实际工程中所碰到的。

編写时除参考下列資料外，还参考了些标准图。

書中重要名詞系参考科学院最近出版的“結構名詞”一書訂正，与前書略有出入，如“荷重”改为“荷載”。又書中例題所采用的安全系数則系遵照中建部新規范(規結-6-55)所訂。

有些讀者已購了前書，为了减輕他們的負担，故此三章作为續集另印單行本出版。

限于編者的业务水平，舛錯在所难免，尙望讀者們热心指正，以便陆續修訂。

丁大鈞于南京工学院　1956.8.

主要参考資料

❶ Е. Е. Линович: Расчет и Конструирование частей гражданских зданий, Киев 1955。

❷ К. В. Сахновский: Железобетонные Сооружения, II, ОНТИ, 1935。

❸ Kurt Beyer: Die Statik im Stahlbetonbau, Zweite Auflage, Berlin, 1948。

❹ S. Timoshenko: Theory of Plates and Shells, New York and London, 1940。

❺ 顧子聪等譯:鋼筋混凝土双孔鋪板技术規程(ТУ-57-48)及鋼筋混凝土双孔鋪板应用規程(И-114-48),建筑工程出版社,1955。

❻ 丁大鈞等編譯:鋼筋混凝土抗裂性,剛性及强度的計算,前大东版,1954。

目　录

第 八 章

圆形、环形及三角形板

(8·1) 薄板弯曲的极座标方程式

在討論圓形板对称弯曲时可采用极座标。对圓形板弯曲的一般情況，应用极座标亦是很方便的。

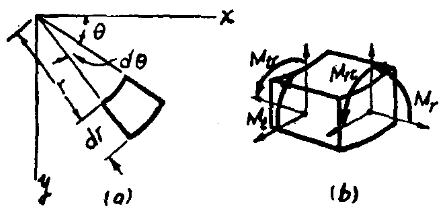


图 8·1

假定取 r 及 θ 的座标如图8·1·a所示，則极座标与狄卡尔座标之間的关系如下：

$$r^2=x^2+y^2; \qquad \theta=\tan^{-1}\frac{y}{x} \tag{8·1}$$

因此求得：

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial r}{\partial x}=\frac{x}{r}=\cos\theta; &&\frac{\partial r}{\partial y}=\frac{y}{r}=\sin\theta\\ &\frac{\partial\theta}{\partial x}=-\frac{y}{r^2}=-\frac{\sin\theta}{r}; &&\frac{\partial\theta}{\partial y}=\frac{x}{r^2}=\frac{\cos\theta}{r}\end{aligned}\right\} \tag{8·2}$$

利用上式，求得板的撓曲面在 x 方向內的斜度：

$$\frac{\partial w}{\partial x}=\frac{\partial w}{\partial r}\cdot\frac{\partial r}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial\theta}\cdot\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{\partial w}{\partial r}\cos\theta-\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial\theta}\cdot\sin\theta \tag{8·3}$$

同样可写出在 y 方向內的斜度。为了求得用极座标表示的曲率算式，必需写出二次导微式。再重复示于公式(8·3)內的运算，得

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\left(\frac{\partial}{\partial r}\cos\theta-\frac{1}{r}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial r}\cos\theta-\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial\theta}\sin\theta\right)=\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\cos^2\theta$$

$$-2\frac{\partial^2 w}{\partial\theta\partial r}\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}+\frac{\partial w}{\partial r}\frac{\sin^2\theta}{r}+2\frac{\partial w}{\partial\theta}\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\frac{\sin^2\theta}{r^2} \tag{8·4}$$

同样可求得

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\sin^2\theta+2\frac{\partial^2 w}{\partial\theta\partial r}\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}+\frac{\partial w}{\partial r}\frac{\cos^2\theta}{r}-2\frac{\partial w}{\partial\theta}\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\frac{\cos^2\theta}{r^2} \tag{8·5}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\sin\theta\cos\theta+\frac{\partial^2 w}{\partial r\partial\theta}\frac{\cos 2\theta}{r}-\frac{\partial w}{\partial\theta}\frac{\cos 2\theta}{r^2}-\frac{\partial w}{\partial r}\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}-\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2} \tag{8·6}$$

經过座标的这样换算后，得

$$\Delta w=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2} \tag{8·7}$$

再重复这种运算，則承受垂直荷載的薄板，其撓曲面微分方程式(3·16)[1]將化成下列形式的极座标:

$$\Delta\Delta w=\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\right)=\frac{q}{D} \tag{8·8}$$

茲試研究自一板中用形成 $d\theta$ 角的两相鄰軸平面及半徑各为 r 及 $r+dr$ 的两圓筒形平面割出的微体(图8·1·b)；用 M_r，M_t 及 M_{rt} 表示作用在微体單位長度上的弯矩及扭矩，并取其正向如图所示。为了用板的撓度 w 表示这些力矩，假定 x 軸与半徑 r 重合。力矩 M_r，M_t 及 M_{rt} 于是与在相同点的 M_x，M_y 及 M_{xy} 有着相同的值；將 $\theta=0$ 代入公式(8·4)，(8·5)及(8·6)，得[2]

$$\left.\begin{aligned}
M_r&=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{\theta=0}=-D\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\right)\right]\\
M_t&=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_{\theta=0}=-D\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\right)\\
M_{rt}&=D(1-\mu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)_{\theta=0}=D(1-\mu)\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2 w}{\partial r\partial\theta}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial w}{\partial\theta}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{8·9}$$

同样可求得剪力[3]:

[1] 参看上集 P. 69。

[2] 参看上集 P. 69，公式(3·15)。

[3] 参看上集 P. 68(b)及(c)式。

$$Q_r = -D\frac{\partial}{\partial r}(\Delta w); \qquad Q_t = -D\frac{\partial(\Delta w)}{r\partial\theta} \tag{8·10}$$

(8·2) 均布荷載的圓形板

(a) 計算公式及图表

当荷载对板中心对称分布时，撓度 w 与 θ 无关，公式(8·8)可写成：

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left\{r\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right)\right]\right\} = \frac{q}{D} \tag{8·11}$$

將上式两边各乘以 r，积分，得

$$r\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right)\right] = \frac{qr^2}{2D} + C_1 \tag{8·12}$$

亦卽

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right)\right] = \frac{qr}{2D} + \frac{C_1}{r} \tag{8·12·a}$$

从公式(8·7)及(8·10)可証明

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right)\right] = -\frac{Q_r}{D} \tag{8·13}$$

当 $r=0$ 时，$Q_r=0$；于是 $C_1=0$。

將公式(8·12·a)作第二次积分，得

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right) = \frac{qr^2}{4D} + C_2 \tag{8·14}$$

再將上式两边各乘以 r，再积分，得

$$r\frac{dw}{dr} = \frac{qr^4}{16D} + \frac{C_2r^2}{2} + C_3 \tag{8·15}$$

亦卽

$$\frac{dw}{dr} = \frac{qr^3}{16D} + \frac{C_2r}{2} + \frac{C_3}{r} \tag{8·15·a}$$

最后积分，得

$$w = \frac{qr^4}{64D} + \frac{C_2r^2}{4} + C_3\ln\frac{r}{a} + C_4 \tag{8·16}$$

当 $r=0$ 时，$\frac{dw}{dr}=0$；于是得 $C_3=0$；

当 $r=a$ 时，$M_r=0$，卽

$$\frac{d^2w}{dr^2}+\mu\frac{1}{r}\frac{dw}{dr}=\frac{3qa^2}{16D}+\frac{C_2}{2}+\mu\frac{1}{a}\left(\frac{qa^3}{16D}+\frac{C_2a}{2}\right)$$

$$C_2=-\frac{qa^2}{8(1+\mu)D}(3+\mu) \tag{8·17}$$

当 $r=a$ 时，$w=0$，即

$$\frac{qa^4}{64D}-\frac{qa^4}{32(1+\mu)D}(3+\mu)+C_4=0$$

$$C_4=\frac{(5+\mu)qa^4}{64(1+\mu)D} \tag{8·18}$$

于是得

$$w=\frac{qr^4}{64D}-\frac{qa^2r^2}{32(1+\mu)D}(3+\mu)+\frac{(5+\mu)qa^4}{64(1+\mu)D}$$

$$=\frac{q(a^2-r^2)}{64D}\left[\frac{5+\mu}{1+\mu}a^2-r^2\right] \tag{8·19}$$

$$M_r=\frac{q}{16}(3+\mu)(a^2-r^2) \tag{8.20}$$

$$M_t=\frac{q}{16}\left[a^2(3+\mu)-r^2(1+3\mu)\right] \tag{8·21}$$

最大力矩发生于板中心处：

$$M_r=M_t=\frac{3+\mu}{16}qa^2 \tag{8·22}$$

当四周固定时，因 $\left.Q_r\right]_{r=0}=0$ 及 $\left.\frac{dw}{dr}\right]_{r=0}=0$，故 $C_1=C_3=0$；

当 $r=a$ 时；$\left.\frac{dw}{dr}\right]_{r=a}=\frac{qa^3}{16D}+\frac{C_2a}{2}=0$

$$C_2=-\frac{qa^2}{8D} \tag{8·23}$$

当 $r=a$ 时；$w=\frac{qa^4}{64D}-\frac{qa^4}{32D}+C_4=0$

$$C_4=\frac{qa^4}{64D} \tag{8·24}$$

代入公式(8·16)，得

$$w=\frac{qr^4}{64D}-\frac{qa^2r^2}{32D}+\frac{qa^4}{64D}=\frac{q}{64D}(a^2-r^2)^2 \tag{8·25}$$

$$M_r = \frac{q}{16}[a^2(1+\mu) - r^2(3+\mu)] \tag{8·26}$$

$$M_t = \frac{q}{16}[a^2(1+\mu) - r^2(1+3\mu)] \tag{8·27}$$

当 $r=a$ 时，求得板支座边界处：

$$M_r = -\frac{qa^2}{8}\text{；}M_t = -\mu\frac{qa^2}{8} \tag{8·28}$$

当 $r=0$ 时，求得板中心处：

$$M_r = M_t = \frac{qa^2}{16}(1+\mu) \tag{8·29}$$

令

$$\left.\begin{aligned} M_r &= c_r qa^2 \\ M_t &= c_t qa^2 \end{aligned}\right\} \tag{8·30}$$

根据公式(8·20)，(8·21)以及(8·26)，(8·27)，用 $\mu=\frac{1}{6}$，算出各种 $\frac{r}{a}$ 值时的系

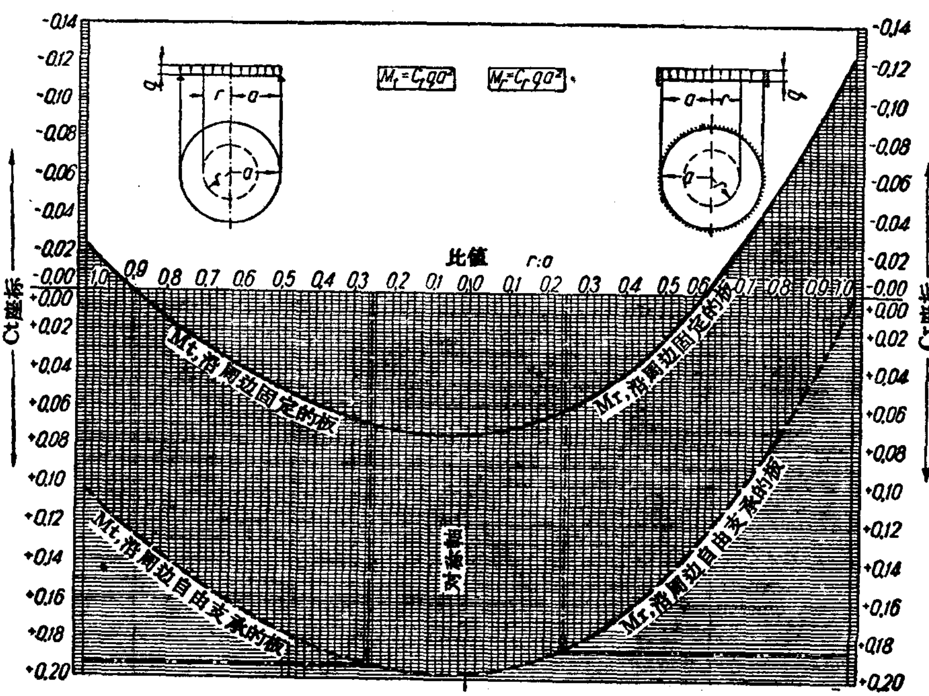
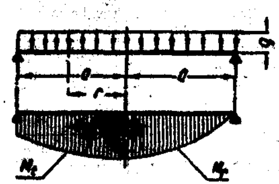
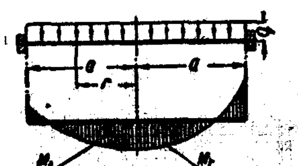


图 8·2　系数 c_r 及 c_t 的图表

表8·1 承受均布荷載的圆形板弯矩系数 c_r 及 c_t

荷載草图及力矩图形	c_i	比值 $r:a$											
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	乘数
	c_r	0.198	0.195	0.190	0.178	0.166	0.148	0.128	0.102	0.072	0.038	0.000	qa^2
	c_t	0.198	0.197	0.194	0.190	0.183	0.174	0.164	0.153	0.139	0.124	0.104	
	c_r	0.073	0.071	0.065	0.056	0.041	0.023	0.002	−0.025	−0.054	−0.088	−0.125	
	c_t	0.073	0.072	0.069	0.065	0.058	0.049	0.040	0.027	0.013	−0.004	−0.021	

数 c_r 及 c_t 列于表 8·1❶。

系数 c_r 及 c_t 亦可从图 8·2 查得，这时当 $r:a$ 不符合表 8·1 中所列数值时，可不必用插入法。

剪力 Q 的值可不必求出，因为在板中剪应力照例小于容許数值。

(б) 圓形板的構造

圓形板的厚度当周边簡支时，建議采取不小于 $\frac{1}{35}\sim\frac{1}{40}d$，而当周边固定时，采取不小于 $\frac{1}{40}\sim\frac{1}{45}d$（$d$——板的直徑）。当 $\frac{h}{d}$ 在这种比值时，板的撓度通常不超过規范所規定者。

根据鋼筋混凝土結構配筋原則，受力鋼筋应沿力矩作用方向配置以承担由这些力矩所引起的拉力。在矩形或方形板內，这項原則照例是能遵守的；在圓形板內，这項条件不一定常能遵守。圓形板的配筋有：

(i) 輻射-环向的；

(ii) 两向及三向的。

輻射-环向配筋（图8·3）是这样組成的；沿半徑方向設置承担輻向力矩 M_r 所引起的拉力的輻向鋼筋；而沿环向，設置承担由切向力矩 M_t 所引起的拉力的环向鋼筋。

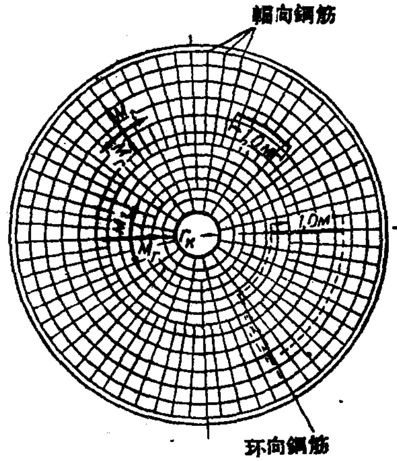


图 8·3 圓形板輻射-环向配筋

輻向鋼筋不在板的中心交叉，而在距中心 r_u 处切断（$r_u=0.05\sim0.10\,d$）。在 r_u 环形范圍內，板用矩形鋼筋网配筋，其間距及直徑等于在板中心处环向鋼筋間距及直徑。

在板的任意点。环向截面單位長度上的輻向鋼筋截面面积 $F_{a,r}$ 及在輻向截面單

❶ 此表系 E. E. Линович: Расчет и конструирование частей гражданских зданий, 1955, p. 296. таб. 106 所列；亦有利用 $\mu=0$ 算出 c_r 及 c_t 系数者，可参看 В. И. Литвиненко: Железобетонные бункеры и силосы, 1953, p. 159, таб. 37.

位長度上的环向鋼筋截面面积 $F_{a,k}$ 按作用在該点的力矩值 M_r 及 M_t 分别用下列公式确定之:

$$F_{a,r}=\frac{kM_r}{\sigma_T z} \tag{8·31}$$

$$F_{a,k}=\frac{kM_t}{\sigma_T z} \tag{8·32}$$

式中 z——力臂長度, $z=\gamma h_0$。

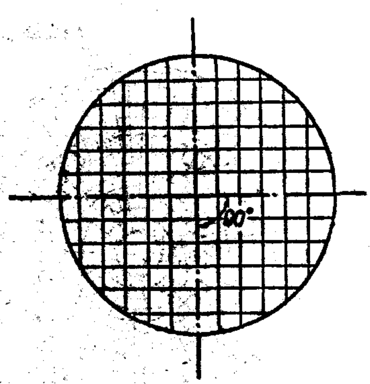
环向及輻向鋼筋采取相同的直徑;同时根据力矩图形变化其間距。

当确定环向及輻向鋼筋时, M_t 及 M_r 图形通常被分成相同的区段, 按每区段的最大力矩,求出輻向及环向截面每公尺內的鋼筋截面、直徑及根数。

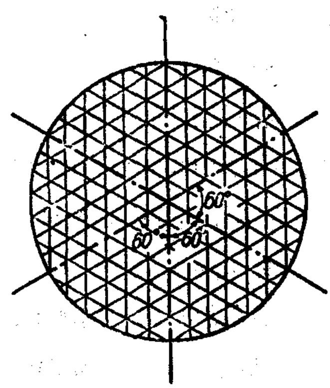
輻向鋼筋在环形支座上每公尺內的最少根数,考虑到需將其向上弯起一半,采取不少于 6 根。

根据板的支承条件(力矩的符号),板在支座上亦用环向及輻向鋼筋进行配筋。

两向及三向配筋 是这样組成的, 即鋼筋在两相互垂直的方向內設置 (图 8·4·a),或在平行于位置成 60° 角的三根直徑的方向內配置(图 8·4·b)。



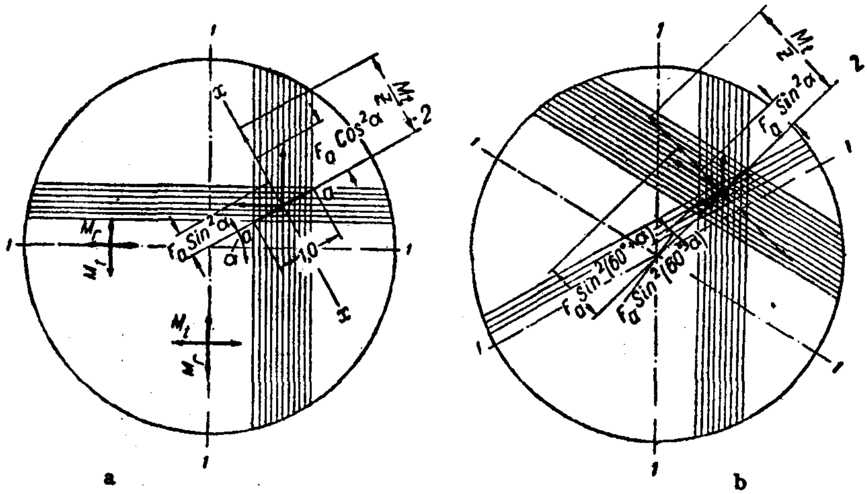
a——两向



b——三向

图 8·4 圓形板的配筋

当两向配筋时 (图 8·5·a), 仅两互相垂直的直徑 1-1 上的鋼筋符合弯矩的方向。在該二直徑上的点內, 由輻向力矩引起的拉力由沿該直徑方向的鋼筋承担, 而由切向力矩所引起的拉力則由另一方向的鋼筋承担。在与直徑 1-1 成 α 及 $90°-\alpha$



a——两向鋼筋　　b——三向鋼筋

图 8·5 力沿各向的分布

角的任意其他半徑 2–2 上的点內，由力矩所引起的拉力則由两向鋼筋承担。在每一方向單位長度內，鋼筋的横截面面积按下式确定❶：

$$F_a=\frac{kM_t}{\sigma_T z} \tag{8·33}$$

当三向配筋时（图 8·5·b），在板內任意点的力矩由所有三向鋼筋承担。在每一方向單位長度內鋼筋的横截面面积按下式求得：

$$F_a=\frac{kM_t}{1.5\sigma_T z} \tag{8·34}$$

从公式(8·33)及(8·34)可見，在整个板內，当两向及三向配筋时，必需用以承担跨度力矩的鋼筋总截面面积（鋼筋用量）是相同的。但是最好采用两向配筋，因为施工較为簡單，同时共用的力臂長度大于三向者。

在支座上的配筋与板的支承条件有关。当簡支时，在支座上的輻向力矩等于

❶ 在半徑 2–2 上切取 $a-a$ 段，其長度等于單位 1，并使发生在該段的切向力 $\frac{M_t}{z}$（使用荷載下的力）等于交該單位長度半徑的两向鋼筋所能承担的力的投影：

$$k\frac{M_t}{z}=F_a\cos\alpha\,\sigma_T\cos\alpha+F_a\sin\alpha\,\sigma_T\sin\alpha=F_a\,\sigma_T(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=F_a\,\sigma_T$$

在跨中按切向力矩选擇鋼筋，因为在跨中板的任意点，切向力矩大于輻向力矩。

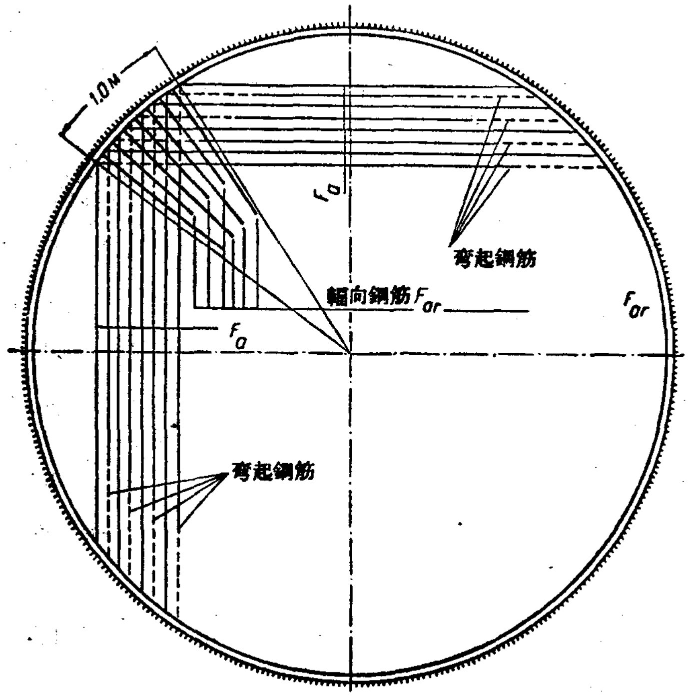


图 8·6　沿周边固定的圓形板的配筋

零；切向力矩为正的而由延至支座处的跨度鋼筋承担。当板固定时，在支座上輻向及切向力矩为負的，在板的上部区域内引起拉力而該項拉力則由自跨中弯起的鋼筋及在支座上板的受拉区域内加置的附加輻向短鋼筋承担(图 8·6)。

分析了圓形板的上述配筋方法后，建議当简支时采用两向配筋体系，因为当沒有支座力矩时，在跨中設置于两互相垂直方向内的鋼筋承担了所有的拉力，而且施工是很簡單的。

沿周边固定的圓形板，其中輻向支座力矩大于跨度力矩而且符号是負的，应用輻射-环向体系配筋，因其工作較确切和要求較少的金属消耗。这种板的中心部分，可用两向鋼筋网配筋。

例 8·1　計算一沿周边简支的鋼筋混凝土圓形板，已知(图 8·7)：板的支承半徑 $a=3.50$ 公尺；計算荷載 650 公斤/平方公尺均布于全板上；混凝土标号 $R=140$ 級，用 尢 3 号鋼。