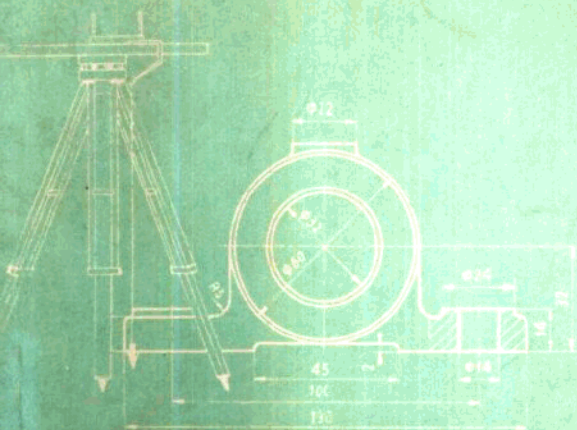




北京市中学课本

数学

SHUXUE



第二册

上册

北京市中学课本

数 学

第 二 册

上 册

北京市教育局教材编写组编

*

北京人民教育出版社出版

北京市新华书店发行

北京印刷三厂印刷

*

1972年1月第1版 1977年1月第5版

1977年1月第1次印刷

书号: K7071·48 定价: 0.22 元

毛主席语录

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

学生也是这样，以学为主，兼学别样，即不但学文，也要学工、学农、学军，也要批判资产阶级。学制要缩短，教育要革命，资产阶级知识分子统治我们学校的现象，再也不能继续下去了。

目 录

第七章 分 式

一 因式分解	1
1. 提取公因式法	1
2. 应用公式法	7
习题一	14
二 分式	16
1. 分式和它的基本性质	16
2. 约分和分式的乘除法	22
3. 通分和分式的加减法	30
4. 繁分式	36
三 综合练习	38
习题二	46
小结	49

第八章 全等三角形

一 三角形的画法	52
1. 已知三边, 画三角形	52
2. 已知两边和夹角, 画三角形	54
3. 已知两角和夹边, 画三角形	55
二 全等三角形	58
1. 全等三角形	58
2. 三角形全等的判定	64
3. 角的平分线和线段的垂直平分线	71
4. 等腰三角形和等边三角形	78

三	平行四边形.....	83
1.	平行四边形的性质	83
2.	平行四边形的判定	85
3.	矩形、菱形	90
四	轴对称图形.....	93
五	综合练习.....	98
	习题	103
	小结	110

第七章 分 式

一 因式分解

在进行分数的约分和通分时，常常需要把一个整数分解成几个因数相乘的形式。例如，把 15 分解成 3×5 ，把 42 分解成 $2 \times 3 \times 7$ ，其中，3 和 5 都是 15 的因数，2、3、7 都是 42 的因数。

在分式运算中，也常常需要把一个多项式分解成几个整式相乘的形式。例如，把 $a^2 - b^2$ 分解成 $(a+b)(a-b)$ ，其中， $a+b$ 和 $a-b$ 都是 $a^2 - b^2$ 的因式。

把一个多项式分解成几个整式相乘的形式，叫做多项式的因式分解。下面我们介绍几种因式分解的方法。

1. 提取公因式法

我们已经学过

$$m(a+b+c) = ma + mb + mc, \quad (1)$$

反过来，得

$$\underline{ma + mb + mc = m(a+b+c)}. \quad (2)$$

在 $ma + mb + mc$ 中, 各项都含有相同的因式 m , m 叫做 $ma + mb + mc$ 各项的公因式. 由上面的等式(2)知道, 如果一个多项式的各项有公因式, 就可以把这个公因式提到括号外边, 作为整个式子的一个因式. 这种分解因式的方法, 叫做提取公因式法.

例 1 把下列各式分解因式:

$$(1) ax - ay; \quad (2) 10x^3 - 2x^2 + 4x;$$

$$(3) a^2 - a^2x; \quad (4) -16a^2 - 4a^3;$$

$$(5) -6y^3 + 9y^2 - 3y.$$

解: (1) $ax - ay = a(x - y)$;

$$(2) 10x^3 - 2x^2 + 4x = 2x(5x^2 - x + 2);$$

$$(3) \because a^2 = a^2 \times 1,$$

$$\therefore a^2 - a^2x = a^2(1 - x);$$

$$(4) -16a^2 - 4a^3 = -4a^2(4 + a);$$

$$(5) -6y^3 + 9y^2 - 3y = -3y(2y^2 - 3y + 1).$$

注意: 利用提取公因式法进行因式分解时, 如果多项式的第一项的系数是负数, 一般把“-”号提到括号外边, 使括号里边第一项的系数是正数, 这时, 括号里边所有各项都要变号, 如例 1(4)、(5)那样.

例 2 把下列各式分解因式:

$$(1) 5(3x + 1) - 5y(3x + 1);$$

$$(2) a(x - y) + b(y - x);$$

$$(3) \quad 2c(a-b)^2 - 8(b-a)^2.$$

解: (1) $5(3x+1) - 5y(3x+1)$

$$= 5(3x+1)(1-y);$$

$$(2) \quad \because y-x = -x+y = -(x-y),$$

$$\therefore a(x-y) + b(y-x)$$

$$= a(x-y) - b(x-y)$$

$$= (x-y)(a-b);$$

$$(3) \quad \because (b-a)^2 = (a-b)^2,$$

$$\therefore 2c(a-b)^2 - 8(b-a)^2$$

$$= 2c(a-b)^2 - 8(a-b)^2$$

$$= 2(a-b)^2(c-4).$$

例3 把下列各式分解因式:

$$(1) \quad am + bm + an + bn;$$

$$(2) \quad 4ax - 4bx - a + b;$$

$$(3) \quad x^3 + 3x^2 + 3x + 9.$$

解: (1) 在式子 $am + bm + an + bn$ 中, 它的各项没有公因式. 但是, 如果把它的前两项分成一组, 后两项分成一组, 分别提取公因式 m 和 n 后, 可以得到

$$m(a+b) + n(a+b).$$

这时, $a+b$ 又是 $m(a+b)$ 和 $n(a+b)$ 的公因式, 因此, 又可以提取公因式 $a+b$.

$$\begin{aligned}
 \therefore \quad & am + bm + an + bn \\
 &= (am + bm) + (an + bn) \\
 &= m(a + b) + n(a + b) \\
 &= (a + b)(m + n);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 4ax - 4bx - a + b \\
 &= (4ax - 4bx) - (a - b) \\
 &= 4x(a - b) - (a - b) \\
 &= (a - b)(4x - 1);
 \end{aligned}$$

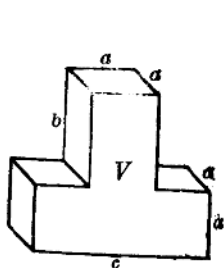
$$\begin{aligned}
 (3) \quad & x^3 + 3x^2 + 3x + 9 \\
 &= (x^3 + 3x^2) + (3x + 9) \\
 &= x^2(x + 3) + 3(x + 3) \\
 &= (x + 3)(x^2 + 3).
 \end{aligned}$$

例 4 计算 $357 \times 85 + 357 \times 39 + 357 \times 176$.

$$\begin{aligned}
 \text{解:} \quad & 357 \times 85 + 357 \times 39 + 357 \times 176 \\
 &= 357(85 + 39 + 176) \\
 &= 357 \times 300 \\
 &= 107100.
 \end{aligned}$$

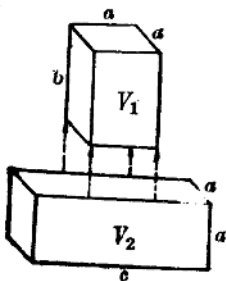
例 5 图 7-1[1]是一个工件的示意图, 求它的体积 V ; 并计算当 $a=5$ 厘米, $b=7$ 厘米, $c=13$ 厘米时, V 的值.

解: 整个工件可以看作是由两个长方体组成的(图 7-1[2]), 它们的体积分别为 V_1 和 V_2 .



[1]

图 7-1



[2]

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 \\ &= a^2b + a^2c \\ &= a^2(b + c); \end{aligned}$$

当 $a = 5$ 厘米, $b = 7$ 厘米, $c = 13$ 厘米时,

$$\begin{aligned} V &= a^2(b + c) \\ &= 5^2(7 + 13) \\ &= 25 \times 20 \\ &= 500(\text{立方厘米}). \end{aligned}$$

答: 工件的体积等于 500 立方厘米。

练习

1. 在等号右边的括号前面填写适当的正号、负号或者数:

- (1) $y - x = (x - y)$; (2) $3b - 3a = (a - b)$;
 (3) $d + c = (c + d)$; (4) $-2z - 2y = (y + z)$;
 (5) $(b - a)^2 = (a - b)^2$; (6) $n^2 - m^2 = (m^2 - n^2)$.

2. 把下列各式分解因式:

(1) $cx - cy - cz$; (2) $4px + 4qx - 4rx$;

(3) $15a^3 - 5a^2$; (4) $-5x^2y + 10x^3y^4$;

(5) $3x - 6xy + 12xy^2$; (6) $m^4 + 3m^3 - m^2p$;

(7) $40m^2n - 25mn^2 + 30m^2n^2$.

3. 把下列各式分解因式:

(1) $x(a+b) - y(a+b)$;

(2) $4x(m-n) - 2xy(m-n)$;

(3) $8x(y+z) - 16x^2(z+y)$;

(4) $x(a-b) + y(a-b)^2$.

4. 把下列各式分解因式:

(1) $x(a-b) + y(b-a)$;

(2) $5x(a-3b) - 16y(3b-a)$;

(3) $a^2(x-2) + a(2-x)$;

(4) $10a(x-y)^2 - 5b(y-x)^2$;

(5) $a(x-a) + b(a-x) - c(x-a)$;

(6) $(a+b)(x-y) - (a-b)(y-x)$.

5. 把下列各式分解因式:

(1) $a^2 - ab - 3a + 3b$; (2) $2mx - 2nx - m + n$;

(3) $3ax + 4by + 4ay + 3bx$.

6. 计算:

(1) $23.4 \times 8 + 46.6 \times 8$;

(2) $16.9 \times \frac{15}{32} + 15.1 \times \frac{15}{32}$.

2. 应用公式法

我们已经学过

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2,$$

反过来, 得

$$\underline{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}.$$

当我们遇到成平方差形式的式子时, 就可以应用上面的公式进行因式分解.

例 1 把下列各式分解因式:

$$(1) x^2-25; \quad (2) 9a^2-\frac{1}{4}b^2;$$

$$(3) a^4-16.$$

解: (1) $x^2-25=x^2-5^2=(x+5)(x-5);$

$$\begin{aligned} (2) \quad 9a^2-\frac{1}{4}b^2 &= (3a)^2-\left(\frac{1}{2}b\right)^2 \\ &= \left(3a+\frac{1}{2}b\right)\left(3a-\frac{1}{2}b\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad a^4-16 &= (a^2)^2-4^2=(a^2+4)(a^2-4) \\ &= (a^2+4)(a+2)(a-2). \end{aligned}$$

在分解因式时应注意: 如果分解后的因式(如上面例 1(3)中的 a^2-4)还能分解时, 就要继续分解下去, 直到每一个因式都不能再分解时为止.

我们还学过

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

反过来,得

$$\underline{a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2};$$

$$\underline{a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2}.$$

应用上面这两个公式,可以进行因式分解.

例2 把下列各式分解因式:

$$(1) a^2 + 6a + 9; \quad (2) x^4 - 4x^2 + 4;$$

$$(3) -x^2 + 2xy - y^2.$$

解: (1) $a^2 + 6a + 9$

$$= a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2 = (a+3)^2;$$

$$(2) x^4 - 4x^2 + 4$$

$$= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 2 + 2^2 = (x^2 - 2)^2;$$

$$(3) -x^2 + 2xy - y^2$$

$$= -(x^2 - 2xy + y^2) = -(x-y)^2.$$

例3 把下列各式分解因式:

$$(1) 3x^3 - 27x; \quad (2) ay^2 - 6ay + 9a;$$

$$(3) a^2 - 2ab + b^2 - c^2.$$

解: (1) $3x^3 - 27x$

$$= 3x(x^2 - 9) = 3x(x+3)(x-3);$$

$$(2) ay^2 - 6ay + 9a$$

$$= a(y^2 - 6y + 9) = a(y-3)^2;$$

$$(3) a^2 - 2ab + b^2 - c^2$$

$$\begin{aligned}
 &= (a^2 - 2ab + b^2) - c^2 \\
 &= (a - b)^2 - c^2 \\
 &= (a - b + c)(a - b - c).
 \end{aligned}$$

练 习

1. 把下列各式分解因式:

- | | |
|--------------------------------|-------------------------|
| (1) $a^2 - 4$; | (2) $1 - x^2$; |
| (3) $36x^2 - 49y^2$; | (4) $9a^2b^2 - 0.64$; |
| (5) $25m^2 - \frac{81}{100}$; | (6) $16a^2x^2 - 9y^2$; |
| (7) $x^4 - y^4$; | (8) $4x^5 - 81$. |

2. $x^2 + y^2$ 能不能应用平方差公式分解因式? $-x^2 - y^2$ 呢? $-x^2 + y^2$ 呢? 总结一下, 应用平方差公式对一个多项式进行因式分解时, 这个多项式应有什么特点.

3. 在下面各式的括号内, 填上一个适当的单项式, 使所得的多项式可以应用完全平方公式来分解因式:

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| (1) $x^2 + (\quad) + y^2$; | (2) $y^2 - (\quad) + z^2$; |
| (3) $x^2 - (\quad) + 25$; | (4) $a^2 + 8a + (\quad)$; |
| (5) $36m^2 + (\quad) + 1$; | (6) $4x^2 - 12x + (\quad)$. |

4. 把下列各式分解因式:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------|
| (1) $4x^2 + 4x + 1$; | (2) $1 - 6m + 9m^2$; |
| (3) $9a^2 + 24ab + 16b^2$; | (4) $-x^2 - 2xy - y^2$. |

5. 把下列各式分解因式:

- | | |
|-----------------|---------------------|
| (1) $a - a^5$; | (2) $81x^4 - y^4$; |
|-----------------|---------------------|

- (3) $x^5 - 1x^3$; (4) $8x^4 - 2x^2$;
 (5) $(x^2 + y^2)^2 - x^2 y^2$; (6) $9a^2 - (2b + c)^2$;
 (7) $9(m + n)^2 - (m - n)^2$; (8) $(a + 2b)^2 - (3c - 4d)^2$;
 (9) $25m^2 - (4m - 3n)^2$; (10) $a^3 + 2a^2b + ab^2$;
 (11) $5x^4y - 10x^3y^2 + 5x^2y^3$; (12) $16ax + a + 64ax^2$.

例 4 计算:

- (1) $5.36^2 - 4.64^2$;
 (2) 当 $a = 9.05$, $b = 0.95$ 时,
 求 $\sqrt{a^2 - b^2}$ 的值;
 (3) 当 $m = 2.5$, $n = 1.2$ 时,
 求 $-m^2 - 4n^2 + 4mn$ 的值.

解: (1) $5.36^2 - 4.64^2$
 $= (5.36 + 4.64)(5.36 - 4.64)$
 $= 10 \times 0.72$
 $= 7.2$;
 (2) $\sqrt{a^2 - b^2}$
 $= \sqrt{(a + b)(a - b)}$
 $= \sqrt{(9.05 + 0.95)(9.05 - 0.95)}$
 $= \sqrt{10 \times 8.1}$
 $= \sqrt{81}$
 $= 9$;

$$\begin{aligned}
(3) \quad & -m^2 - 4n^2 + 4mn \\
& = -[m^2 - 4mn + (2n)^2] \\
& = -(m - 2n)^2 \\
& = -(2.5 - 2 \times 1.2)^2 \\
& = -(0.1)^2 \\
& = -0.01.
\end{aligned}$$

例5 工人师傅计算圆管(图7-2)的体积时, 先量出它的外径 D 、壁厚 t , 再量出管长 l , 然后利用公式 $V = \pi l t (D - t)$ 计算体积.

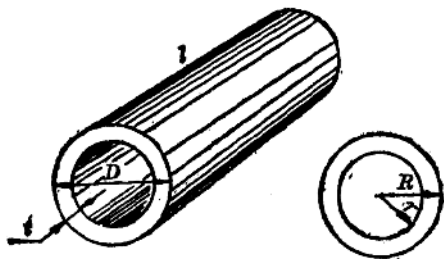


图 7-2

- (1) 说明这个公式是怎样推导出来的.
- (2) 已知 $D = 20$ 厘米, $t = 2$ 厘米, $l = 400$ 厘米, 求体积 V 的值 (π 取 3.14, 结果精确到 0.001 立方米).

解: (1) 设圆管的外圆半径为 R , 内圆半径为 r , 那么, 圆管的体积

$$\begin{aligned} V &= \pi R^2 l - \pi r^2 l = \pi l (R^2 - r^2) \\ &= \pi l (R+r)(R-r), \end{aligned}$$

从图中可以看出:

$$R+r=D-t, \quad R-r=t.$$

$$\therefore V = \pi l t (D-t).$$

(2) 当 $D=20$ 厘米, $t=2$ 厘米, $l=400$ 厘米时,

$$\begin{aligned} V &= \pi l t (D-t) \\ &= 3.14 \times 400 \times 2(20-2) \\ &= 45216(\text{立方厘米}), \end{aligned}$$

即 $V=0.045216$ (立方米)

$$\approx 0.045(\text{立方米}).$$

答: 圆管体积约为 0.045 立方米.

例6 某零件上有 A 、 B 两个孔(图 7-3), 已知

$AC \perp BC$, 两孔的中心距离 $AB=59.8$ 毫米, $BC=40.2$ 毫米, 加工时, 需要计算 AC 的长. 试计算 AC 的长(精确到 0.1 毫米).

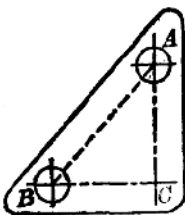


图 7-3

解: $\triangle ABC$ 是直角三角形, 根据勾股定理, 得

$$AC^2 + BC^2 = AB^2.$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 - BC^2.$$