JIHEXUEJIHEXUE

马忠林 编著

几何学

吉林人民出版社

高师院校教学参考书

几何学

马忠林 编著

吉林人民出版社

高师院校教学参考书
几 何 学
马忠林 编著
*
吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行
通辽教育印刷厂印刷
*
850×1168毫米32开本 26.375印张 4插页 629,000字
1984年4月第1版 1984年4月第1次印刷
印数：1—6,910册
统一书号：13091·158 定价：3.05元

前　言

本世纪六十年代，很多国家都相继掀起了中学数学教育现代化运动，在此运动中对传统的欧几里得几何内容的处理，有着极其不同的看法及作法。其中较极端的如法国数学家迪多尼(J·Dieu-donne)提出“欧几里得滚蛋”的口号，他认为欧几里得几何已经过时，内容陈腐，不宜再列入中学数学教学之中。但也有很多国家主张仍须保留传统的欧几里得几何内容的教育，在其内容的结构和安排上应作必要的改革。在十多年的实践经验证明，那些企图削弱、甚至取消欧几里得几何教育的国家，其中学数学教育都蒙受了不同程度的损失。其结果是：中学生对空间的直观观察、分析能力削弱了；学生们不能很好地掌握学习科学的基本方法，如归纳、演绎、分析、综合等方法；推理论证能力削弱了；日常生活中图形观念非常薄弱。这些事实在“国际中学生数学成绩研究小组”对各国各年级学生成绩测验中，充分地表现出来了。很多国家六十年代的现代化（新数运动）都遭致失败。激起了学生、教师以及关心中学数学教育的人们，都强烈要求要重新考虑中学数学教育内容的安排，一些国家在“回到基础”上来的精神指导下重新修改了教学大纲，编写了新的教材，对欧几里得几何都给予了一定的位置。

欧几里得几何给人们以鲜明的直觉与严谨精确的语言，而这种直觉与语言对中学生的基本训练是不可缺的；其内容虽然古老，但它是研究图形最基本性质的，有广泛的实用价值；欧几里得几何内容是培养学生的逻辑思维能力、空间想象力以及推理论证能

力的最好题材，这是在长期教学经验中体验到的结果。

无疑，中学几何教育需要大力改革与改造。有些国家已取得了良好的经验。我国对此也作了很多工作，编写了几种实验教材，这是一个可喜的开端。但最重要的还在于提高数学教师的业务水平。

这部几何学是基于上述认识编写的。

本书概述了欧几里得几何的传统的内容，在论述过程中，力求以较新观点和严密的论证方法。对传统的几何教材内容作了必要的概括与归纳，力求使读者读后能以居高临下地掌握和理解中学几何的结构及其内容实质。

初等几何变换是研究初等几何的最好手段，也是解几何作图问题的最基本的有效方法，书中特作专章讲述。

欧几里得第五公设曾引起各国数学家的注意，它使人们逐步了解了公理法的意义。由此而出现了新几何学——非欧几何学。在本书中也介绍了非欧几何的极初步知识，但并未展开其内容的论述，它也不是本书编写的目的。

为了使读者了解近代数学的结构，介绍了公理法的意义及一组几何公理，以示希尔伯特对近代数学发展的贡献。

本书最初是为高师院校数学系（科）初等数学复习及研究课编写的。曾印发给二十多所兄弟院校，征求意见并进行了多次修改，也曾作为东北师大函授教材使用过，它可供高师院校数学系教师、学生以及中学数学教师教学参考之用。

东北师大数学系李世金同志在担任函授教学工作时，把本书大量习题作了解答，该系张永顺同志在校阅本书原稿过程中，校正、增补了某些内容和不足之处。这两位同志对本书的定稿和质量的提高，耗费了很多精力，趁本书出版之际，谨向他们表示感谢。

马 忠 林

1982年6月于东北师大

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　录

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第一编　绪　论

引　言

§1　几何学的产生，欧几里得及其《几何原本》的形成

几何学是数学的一个分科．它是由于人类生活的需要，在人类社会的实践中产生和发展起来的．从掌握的资料可以看出，有着古老文化的中国、埃及、希腊、巴比伦以及印度都是几何学的重要发源地．

在中国，从出土文物可以看出，在原始社会中，只有当进入石器时代以后，从打猎、捕鱼到农牧业，从仅仅采集食物到真正生产的转化时期，人们才对空间形式有些了解，从而在生产实践中逐步形成了图形的概念．如出土的新石器时代的石斧、石铲等，上面凿有整齐的圆孔形．1921年在河南渑池出土的仰韶文化彩陶器（公元前6000年左右），上面画有规则的几何图案；从殷墟掘出的车轴，上面有五边形递至九边形的装饰物；殷商后期制造的钟鼎，不但形状美观，而且画有各种几何图案．这些事实都说明

劳动人民在生产实践中逐渐形成了一些图形的概念。

当农牧业、手工业生产有了新的发展，人们为了解决生产中遇到的测量、建筑、天文学等问题时，需要探讨各种图形的性质和它们之间的联系，因而在实践中对已经积累的某些图形知识经过“去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里”的分析、综合工作，逐步发现了几何图形的规律性，开始有了文字记载。我国关于最初记载几何知识的资料大部分已经失传了，汉唐以前的数学著作中，有著名的算经十书：《周髀算经》《九章算术》《孙子算经》《五曹算经》《夏侯阳算经》《张丘健算经》《五经算术》《数术记遗》《海岛算经》《缉古算经》。这些经典著作中记载了许多的几何学知识。如《周髀算经》（约写于公元前400年以前）记载着直角（矩）与方、圆的关系，总结出“合矩以为方、环矩以为圆”的原理。在推算天文历法中，发现勾股形（直角三角形）的三边关系是“勾广三，股脩四，经隅五”，以后陈子和赵君卿又概括出一般公式为“勾股各自乘，并而开方除之，得（弦）”这就是我们熟悉的勾股定理，并附有正确的证法，等等。又例如在《九章算术》（约写于纪元前400年左右）中的第一章“方田”和第五章“商功”里记载了各种面积和体积的计算，并且利用图形的分、合、移、补的方法对许多计算公式作了精确而巧妙的证明，有许多和现在使用的公式基本相同。限于篇幅对于十书的内容，不能详述，只谈到这几个例子，这十部书从唐朝开始曾被作为数学教科书，直到宋、元。还有许多书籍上记载着关于几何学的内容。例如《墨经》。以墨子（约公元前478—392年）为代表的墨家及后期墨家，研究和探讨了思维的形式和规律，创立了我国古代逻辑学，并结合光学、天文学的实际研究，总结了几何方面的一些原理和方法。在他们著述的《墨经》中，有丰富的几何内容，其中不仅有定义、公理、定理的叙述和证明方法，而且

有无限大、极限和集合论的思想。如《墨经》上说："平，同高也"，指水平线（面），或平行的直线，或两平面间的距离相等；"同长，以正相尽也"，指同长的线段可以互相叠合；"中，同长也"，指线段中点到两端距离相等；"圜，一中同长也"，指圆有中心，中心到圆周上的点距离相等，等等。

我们还可以举出许许多多这样的例子，如刘徽的割圆术、祖冲之关于圆周率的研究、祖暅原理、秦九韶公式（即国外称为海伦公式的）……。由此可见，早在欧几里得《几何原本》传入中国以前，我国已形成了自己的，内容极为丰富、理论联系实际、形数统一的几何学理论和方法，具有自己的独特风格的几何学。

在埃及，据说古埃及由于尼罗河的泛滥，每年冲毁土地的界限，因此人们不得不重新划分土地并修复土地界限。埃及人就这样从生产实践中积累了测量地形、划分土地、观测天象以及修建大型金字塔的知识和技术，从中获得了大量的关于几何学的知识。后来这些知识传入希腊，希腊人又继续丰富了有关图形的知识，积累了更多的几何材料。"经验自然科学积累了如此庞大数量的实证的知识材料，以致在每一个研究领域中有系统地和依据材料的内在联系把这些材料加以整理的必要，就简直成为无可避免的。建立各个知识领域互相间的正确联系，也同样成为无可避免的。因此，自然科学便走进了理论的领域，而在这里经验的方法就不中用了，在这里只有理论的思维才能有所帮助。"（恩格斯：《自然辩证法》第27页）希腊的许多自然工作者参预了这一工作，使其发展成为一门系统的科学，把它叫做几何学。几何学按希腊文Gêométry的原意是测地学的意思。

大约在纪元前五世纪到三世纪，在希腊从事几何学研究的学者辈出，如塔利斯（Thales，公元前640—546年）、毕达哥拉斯（Pythagoras，公元前569—500年）、希波克拉提斯（Hippocrates，公元前470—440年）、柏拉图（Plato，公元前429－348年）、欧道克斯（Eudoxus，公元前408—355年）、亚里士多德（Aristotle，公元前384—322年，形式逻辑的奠基人），他们研究了图形的定义、定理，并开始把逻辑学的思想引进几何学，探讨几何命题间的逻辑关系和逻辑证明等理论问题，得出许多理论上和方法上的成果。约在公元前三世纪，希腊著名数学家欧几里得（Euclid，公元前330—275年左右），在他以前的人们的工作基础上，运用了亚里士多德提供的逻辑学规律，把人们所研究积累起来的几何材料，编排成为系统的严密的逻辑结构，写成了历史上第一部比较完整的数学理论著作《几何原本》。全书共十三卷，第一～四卷、第六、第十～十三卷是讲几何的，其他各卷讲的是比例的几何理论和算术。

欧几里得《几何原本》的问世，有着巨大的历史意义。首先，欧几里得把几何学建筑在最初的公设、公理的基础上，然后运用逻辑的定义和推理方法依次导出后面的定义和定理，把庞大的零散的几何知识用逻辑的链子整理和编成为一个系统的概念和理论的完整体系（逻辑结构）。他模范地规定了几何证明方法，例如分析法、综合法和归谬法等，是用公理方法建立几何体系的雏型，它对近代数学发展有着巨大地推动作用，给现代几何学打下了坚实的基础。其次，欧几里得《几何原本》系统地整理了、并记载了长时间人们在生活实践中所积累的丰富的几何知识，和较严密的逻辑结构，因此从古代到现在，一直是传播几何知识和培养逻辑思维能力的较好的教材，是初等几何教科书取材的重要依据和蓝本，对数学教育起着重要的作用。

从现代数学公理法来看，显然《几何原本》还存在着很大的缺点，首先是他所取的做为几何学基础的公理不够完备，因此欧几里得在证明一些定理的时候，不得不在很多地方把凭直观承认

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com