

唐朝京 雷菁 编著



# 信息论与编码基础



国防科技大学出版社

# 信息论与编码基础

唐朝京 雷 菁 编著

国防科技大学出版社  
·长沙·

## 内 容 简 介

本书以香农信息为基础,系统地介绍了通信系统中两大编码理论。重点阐述了香农信息论的基本理论、信源压缩编码及信道编码的原理与具体方法,力图将信息理论及编码理论与实际应用紧密结合。

全书共分十章,内容包括:信息的概念与测度,离散信源和离散信道,香农三大定理简介,信源压缩编码,信道编码的基本理论和相关代数知识,线性分组码及循环码,以及常用纠错码在数字通信与存贮系统中的具体应用。

本书文字通俗,概念清晰,重点突出,在内容上既有必要的数学分析,又强调物理概念的理解及直观图示。本书可作为通信工程及信息类专业的高年级本科生教材,也可作为其他专业学生及通信科技工作者的参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

信息论与编码基础/ 唐朝京 雷菁编著. —长沙:国防科技大学出版社, 2003.1

ISBN 7-81024-921-5

I. 信… II. ①唐…②雷… III. ①信息论②通信理论:编码理论 IV. TN911.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 110232 号

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731)4572640 邮政编码:410073

E-mail: gfkdcbs@public.cs.hn.cn

责任编辑:肖滨 责任校对:文慧

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

\*

开本:787×960 1/16 印张:16.75 字数:310千  
2003年1月第1版第1次印刷 印数:1-4000册

\*

定价:22.00 元

# 前 言

我们正处在一个通信与信息技术飞速发展的时代,对于通信工作者来说,这是个极好的机遇。经过一百多年的不断创新和进步,通信技术已取得了极其辉煌的成就,建立在宽带通信网络基础上的综合有线-无线多媒体通信系统及各种信息应用系统将构成未来信息社会的基本内涵,将为国民经济及社会生活全面信息化提供最重要的保证。

通信技术的发展得益于通信理论的正确指导和通信关键工程技术的不断突破。从理论的角度来看,通信的两大基本问题是信息传输的可靠性和有效性。自从美国科学家 C. E. Shannon 于 1948 年创立信息论以来,经过众多通信科技工作者的努力,信息论和编码理论的研究取得了丰硕的成果。在信息的度量、信息传输特性、纠错编码与压缩编码性能极限等理论问题及各种纠错编码和信源压缩编码方法、信道传输容量的研究方面,都取得了重大突破,有力地促进了通信科技的不断发展。

本书是作者在多年讲授《信息论与编码基础》课程的基础上整理编写而成的。书中包括香农信息论的基本内容及主要结论,压缩编码的基本原理,纠错编码原理、方法及基本应用等章节。内容涵盖了通信中有关信息处理的基本原理和方法。在编写过程中我们强调基本原理的理解,取材注意循序渐进、难度适中,并注重理论对实际应用的指导作用,在写法上力求条理清楚,逻辑性强,每章还附有相应的习题。因此,本书适宜于作为通信工程及信息类专业的高年级本科生教材,也可作为其他专业学生及通信科技人员的参考书。

全书共分十章,前五章由唐朝京编写,后五章由雷菁编写。本书在编写过程中得到了易波教授及其他多位老师的指教,还有多名研究生参与了文字校对工作,在此一并表示衷心的感谢!

限于作者视野及学术水平,书中谬误疏漏之处实所难免,恳请读者批评指正。

编者

2002 年 10 月于长沙

## 目 录

## 第一章 绪论

1.1 信息概念 .....	( 1 )
1.1.1 信息的一般概念 .....	( 1 )
1.1.2 香农信息定义 .....	( 3 )
1.2 信息论研究的对象与目的 .....	( 4 )
1.2.1 信息论的研究对象 .....	( 4 )
1.2.2 香农信息论对信道编码的指导意义 .....	( 5 )
1.2.3 香农信息论对信源编码的指导意义 .....	( 9 )
1.3 信息论与编码发展简史 .....	( 9 )

## 第二章 离散信源

2.1 信源的数学模型及分类 .....	( 13 )
2.2 离散信源的信息熵及其性质 .....	( 15 )
2.2.1 自信息 .....	( 15 )
2.2.2 信源的信息熵 .....	( 16 )
2.3 熵的基本性质 .....	( 17 )
2.4 离散无记忆的扩展信源 .....	( 21 )
2.5 离散平稳信源 .....	( 23 )
2.5.1 平稳信源的概念 .....	( 23 )
2.5.2 二维平稳信源 .....	( 23 )
2.5.3 一般离散平稳信源 .....	( 27 )
2.6 信源的剩余度 .....	( 28 )
习题 .....	( 30 )

## 第三章 离散信道

3.1 信道的数学模型与分类 .....	( 33 )
3.1.1 信道的分类 .....	( 33 )
3.1.2 离散信道的数学模型 .....	( 34 )
3.1.3 单符号离散信道 .....	( 35 )
3.2 信道疑义度与平均互信息 .....	( 37 )

3.2.1 信道疑义度 .....	(37)
3.2.2 平均互信息 .....	(39)
3.3 平均互信息的性质 .....	(40)
3.4 离散无记忆的扩展信道 .....	(45)
3.5 信道容量 .....	(47)
3.5.1 信道容量的定义 .....	(47)
3.5.2 简单离散信道的信道容量 .....	(49)
3.5.3 对称离散信道的信道容量 .....	(52)
3.5.4 离散无记忆 N 次扩展信道的信道容量 .....	(54)
3.6 信源与信道的匹配 .....	(55)
习题 .....	(56)

#### 第四章 香农三大定理简介

4.1 香农第一定理 .....	(58)
4.1.1 信源编码器 .....	(58)
4.1.2 香农第一定理 .....	(61)
4.2 香农第二定理 .....	(63)
4.2.1 错误概率与译码方法 .....	(63)
4.2.2 香农第二定理 .....	(66)
4.3 香农第三定理 .....	(68)
4.3.1 失真度与信息率失真函数 .....	(68)
4.3.2 香农第三定理 .....	(72)
习题 .....	(73)

#### 第五章 信源压缩编码基础

5.1 预测编码 .....	(76)
5.1.1 时间序列的概率模型 .....	(76)
5.1.2 信源的线性预测编码 .....	(77)
5.1.3 量化原理 .....	(83)
5.2 变换编码 .....	(85)
5.2.1 变换编码的基本原理 .....	(85)
5.2.2 离散余弦变换 DCT .....	(89)
5.3 统计编码 .....	(94)
5.3.1 惟一可译码 .....	(94)
5.3.2 不等长编码 .....	(96)
5.4 压缩编码应用综述 .....	(101)

5.4.1 声音压缩标准 .....	(101)
5.4.2 三类传真机的实用压缩编码 .....	(103)
5.4.3 图像压缩标准 .....	(104)
习题 .....	(108)

## 第六章 差错控制基本原理

6.1 数字通信系统的组成及信道分类 .....	(110)
6.1.1 数字通信系统模型 .....	(110)
6.1.2 信道模型及信道分类 .....	(112)
6.1.3 错误图样 .....	(113)
6.2 差错控制系统和纠错编码分类 .....	(114)
6.2.1 差错控制系统分类 .....	(114)
6.2.2 纠错码的分类 .....	(116)
6.2.3 卷积码简介 .....	(118)
6.3 信道编码的基本概念 .....	(119)
6.3.1 信道编码的一般方法 .....	(119)
6.3.2 信道编码的基本参数 .....	(120)
6.4 最大似然译码 .....	(123)
6.4.1 传输模型 .....	(124)
6.4.2 最大似然译码 .....	(124)
6.5 常用检错码 .....	(127)
6.5.1 奇偶校验码 .....	(127)
6.5.2 水平一致校验码(水平一致监督码) .....	(128)
6.5.3 水平垂直一致校验码(方阵码) .....	(128)
6.5.4 群计数码 .....	(129)
6.5.5 等比码(等重码,定1码) .....	(130)
习题 .....	(130)

## 第七章 线性分组码

7.1 预备知识 .....	(132)
7.1.1 整数的一些基本知识 .....	(132)
7.1.2 群、环、域的基本概念 .....	(135)
7.1.3 矩阵和线性空间 .....	(138)
7.2 线性分组码的基本概念 .....	(143)
7.2.1 基本概念 .....	(144)
7.2.2 生成矩阵和一致校验矩阵 .....	(145)

7.3 线性分组码的译码 .....	(153)
7.3.1 标准阵列译码 .....	(153)
7.3.2 伴随式译码 .....	(156)
7.4 线性分组码的纠错能力 .....	(159)
7.5 汉明码 .....	(164)
习题 .....	(165)

## 第八章 循环码基础

8.1 有限域上的多项式(一) .....	(168)
8.2 循环码的特点 .....	(170)
8.2.1 循环码的定义 .....	(170)
8.2.2 循环码的多项式描述 .....	(171)
8.2.3 生成多项式 .....	(171)
8.2.4 循环码的生成矩阵和一致校验矩阵 .....	(174)
8.3 循环码的编码电路 .....	(177)
8.3.1 多项式除法运算电路 .....	(177)
8.3.2 循环码编码器 .....	(178)
8.4 循环码的译码 .....	(181)
8.4.1 伴随式计算和错误的检测 .....	(182)
8.4.2 伴随式计算电路性质及一般译码器 .....	(183)
8.4.3 捕错译码 .....	(188)
8.4.4 大数逻辑译码原理 .....	(191)
习题 .....	(198)

## 第九章 常用循环码

9.1 代数基础——有限域上的多项式(二) .....	(200)
9.1.1 既约多项式 .....	(200)
9.1.2 最小多项式和本原多项式 .....	(201)
9.2 循环汉明码和扩展汉明码 .....	(205)
9.2.1 循环汉明码 .....	(205)
9.2.2 扩展汉明码 .....	(208)
9.2.3 缩短循环码和对偶循环码 .....	(211)
9.3 BCH 码 .....	(214)
9.3.1 本原 BCH 码 .....	(214)
9.3.2 非本原 BCH 码 .....	(216)
9.3.3 BCH 码的译码 .....	(218)



---

9.4 纠正和检测突发错误的分组码 .....	(221)
9.4.1 基本定理 .....	(221)
9.4.2 交织码 .....	(222)
9.4.3 Fire 码 .....	(224)
9.4.4 RS 码 .....	(226)
9.4.5 CRC 码 .....	(228)
习题 .....	(229)
<b>第十章 差错控制编码在数字通信中的应用</b>	
10.1 数据存贮系统中差错控制用的分组码 .....	(230)
10.1.1 随机错误控制 .....	(230)
10.1.2 磁盘用的 Fire 码和 RS 码 .....	(234)
10.2 ATM 中的差错控制 .....	(238)
10.2.1 ATM 基本原理 .....	(238)
10.2.2 ATM 中的差错处理 .....	(242)
10.3 移动通信中的纠错编码技术 .....	(244)
10.3.1 自适应反馈前向纠错(AFEC)方式 .....	(244)
10.3.2 纠错编码在无线寻呼系统的应用 .....	(246)
10.3.3 蜂房式移动电话系统中的纠错编码 .....	(252)
<b>参考文献</b> .....	(255)

# 第一章 绪 论

信息论是人们在长期通信工程的实践中,由通信技术与概率论、随机过程和数理统计相结合逐步发展起来的一门新兴科学。信息论的奠基人是美国科学家香农(C. E. Shannon)。香农 1948 年发表的著名论文《通信的数学理论》为信息论的诞生和发展奠定了理论基础。在香农信息论的指导下,为提高通信系统信息传输的有效性和可靠性,人们在信源编码和信道编码两个领域进行了卓有成效的研究,取得了丰硕的成果。近几十年来,随着信息理论的迅猛发展和信息概念的不断深化,信息论所涉及的内容早已超越了通信工程的范畴,它已渗透到许多学科,日益得到众多领域的科学工作者的重视。

本章首先引出信息的概念,然后讨论了信息论的研究对象、目的和内容,并分析了信息论对信源编码和信道编码研究的指导意义,最后简要回顾了信息论与编码的发展历史。

## 1.1 信息概念

### 1.1.1 信息的一般概念

今天,我们正生活在由工业社会向信息社会过渡的重要历史转折时期,有关信息的新名词、新术语层出不穷,信息产业在社会经济中所占份额越来越大,信息基础设施建设速度之快成了我们这个社会的重要特征之一,物质、能源、信息构成了现代社会生存发展的三大基本支柱。那么,如此神通广大、无处不在、无所不能的信息究竟是什么呢?

可以说,我们周围的世界充满了信息。报纸、电台、电视台每天都在向我们发送着大量新的信息;通过电话、电报、传真及电子邮件,人们可以自由地交流信息;通过报纸、书刊、电子出版物及因特网等媒介,人们可以有选择地获取大量信息,但以上所述还远不能概括信息的全部含义。四季交替透露的是自然界的消息;牛顿定律揭示的是物体运动内在规律的信息,信息含义之广几乎可以涵盖整个宇宙,且内容庞杂,层次混迭,不易理清。目前国内外关于信息的各种定义已达近百种,原因就在于此。那么,作为一个科学名词,如何来定义信息呢?

从最本质的意义上说,信息是人们对客观事物运动规律及其存在状态的认

识结果。小到一条简单的消息,大到宇宙的基本定律都是信息,它们无不是人们对客观事物变化规律或存在方式的认识和描述。

信息的价值在于它为人们能动地改造外部世界提供了可能。信息所揭示的事物运动规律为人们应用这些规律提供了可能;而信息所描述的事物状态也为人们推动事物向着有利的方向发展提供了可能。当人们掌握的资源 and 能量越多,则面对同样的信息人们能用以改造世界的可能性也越大。今天我们所掌握的物质力量比过去增大了不知多少倍,因此,信息对于当今社会发展和人们生活的重要性较之几百年前、几十年前甚至十几年前都是不可同日而语的,这是信息社会的一个重要特征。

信息运动的一般过程包括信息获取、信息传播、信息利用三个阶段。信息在这三个阶段分别表现为语义信息、语法信息和语用信息等不同的形态。

信息获取就是利用各种手段获知事物的运动规律和现存状态,也就是获取信息的语义形态,即语义信息。信息获取的基本手段包括科学研究、调查采访及利用各种传感器等。大量科学定律和重要结论是通过科学研究和实验、利用归纳演绎等科学方法而得出的;而新闻报道是通过新闻采访、调查分析、综合整理得到的;还有大量信息是利用各种专用传感器获取的,如水位计可测定水位,温度计可计量温度,摄像机可摄取视频图像等,这些都是获知事物客观状态的有效手段。信息获取过程中还必须克服随机性(“可能是什么”)和模糊性(“好像是什么”),为此原始信息获取后往往要进行相应的信息处理过程,以使语义信息凸现出来。

信息传播是指利用各种传播工具使每一条信息能为更多的人所了解,相应的也即是使每一个人能获知更多的信息。从古代的烽火报警到现代的信息高速公路,其目标都是借助于传播过程使每个接收者获得尽可能多的语义信息。而语义信息本身是不能直接传输的,我们只能通过传输它的某些最基本特征(即语法信息)而使语义信息得到传递。若将语义信息比作一栋楼房,那么我们可将它分解为图纸、材料、施工技术等语法信息,然后将这些语法信息传送到另一个地方重新组织起来,即可恢复原先的语义信息——楼房。信息传输过程主要要克服的是随机性因素,因此,传输过程中的语法信息应是指各种符号出现的随机性及前后符号之间的统计关联性。这种分析方法是与传输信道的噪声效果相匹配的,这也正是香农信息理论取得成功的重要原因之一。

信息利用是信息获取、信息传播的根本目的,它以恢复的语义信息为基础,结合接收者所处的特定环境,“取我所需,为我所用”,具有明显的相对性,表现了信息的语用形态,即语用信息。语用信息的这种相对性往往使信息概念表现得主观随意、不易捉摸。如甲、乙二人由于不同的知识结构和社会阅历,他们读同

一本书所获取的有用信息可能差别甚大。然而信息利用是信息运动过程的最重要环节,正是对信息的广泛利用,才推动了我们这个世界日新月异的发展变化。

信息是承载在各种具体信号上的。以各种声、光、电参量表示的信号可承载语法信息。但需注意,信息与信号在本质上是具有根本区别的,信号仅仅是外壳,信息则是内核,两者互相依存,但属于不同的层次。

信息与消息也不完全相同。消息描述了事物的特征和状态,因此,它与语义信息是相同的,但它与语法信息明显不同,与语用信息也不能等价。

### 1.1.2 香农信息定义

1948年,香农在《贝尔系统技术》杂志上发表了名为《通信的数学理论》的著名论文。在这篇论文中,香农用概率测度和数理统计的方法系统地研究了通信的基本问题,给出了信息的定量表示,并得出了带有普遍意义的重要结论,由此奠定了现代信息论的基础。

香农针对通信的特点,主要研究信息传递过程中的语法信息。香农信息反映的是事物的不确定性。

设  $q$  元信源  $X$  的概率空间为:

$$\begin{bmatrix} X \\ P(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1, & a_2, & \dots, & a_q \\ P(a_1), & P(a_2), & \dots, & P(a_q) \end{bmatrix}$$

则  $X$  中符号  $a_i$  的香农信息定义为:

$$I(a_i) = \log \frac{1}{P(a_i)} \quad (1-1)$$

$I(a_i)$  称为  $a_i$  的自信息。由上式可知:  $a_i$  出现的先验概率  $P(a_i)$  越大,则其自信息  $I(a_i)$  越小;反之,  $a_i$  出现的概率越小,则自信息  $I(a_i)$  越大。因此自信息  $I(a_i)$  描述的是事件  $a_i$  出现的先验不确定性。 $I(a_i)$  与  $P(a_i)$  的关系如图 1-1 所示。

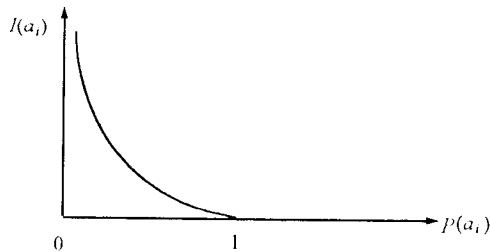


图 1-1  $a_i$  的自信息与其先验概率的关系

将  $a_i$  送上信道后,由于信道中存在干扰,假设接收端收到的符号为  $b_j$ ,  $b_j$  可能与  $a_i$  相同,也可能不同,则条件概率  $P(a_i | b_j)$  反映了接收端收到符号  $b_j$  而发送端发送为  $a_i$  的概率,我们称之为后验概率。那么,接收端收到  $b_j$  后,对发送端是否发送了  $a_i$  尚存的不确定性应为  $\log \frac{1}{P(a_i | b_j)}$ ,于是,接收者在收到符号  $b_j$  后消除的关于发送  $a_i$  的不确定性应为  $a_i$  的先验不确定性减去收到  $b_j$  后尚存的关于  $a_i$  的不确定性:

$$\log \frac{1}{P(a_i)} - \log \frac{1}{P(a_i | b_j)} = \log \frac{P(a_i | b_j)}{P(a_i)} \triangleq I(a_i; b_j) \quad (1-2)$$

$I(a_i; b_j)$  定义为发送  $a_i$  与接收  $b_j$  的互信息。

如果信道没有干扰,则后验概率  $P(a_i | b_j)$  必为 1,即  $b_j$  必等于  $a_i$ ,此时尚存在的不确定性  $\log \frac{1}{P(a_i | b_j)} = 0$ ,由此得互信息  $I(a_i; b_j) = I(a_i)$ ,显然,这样定义的香农信息是合理的。但需要注意的是:香农信息仅考虑了信息的语法形态,而不涉及语义信息和语用信息,它以事物的不确定性作为信息定义,非常便于利用数学工具进行定量研究,这是香农信息论取得成功的重要原因。

## 1.2 信息论研究的对象与目的

### 1.2.1 信息论的研究对象

目前,对信息论本身含义一般有三种理解:狭义信息论、一般信息论和广义信息论。狭义信息论也称香农信息论,主要研究信息测度、信道容量、信源编码及信道编码等通信基本理论;一般信息论除了包括香农信息论外,还包括噪声理论、检测估计理论、调制理论等;而广义信息论则将信息论扩展到了与信息有关的所有领域。本书仅限于介绍狭义信息论,即香农信息论。

香农信息论的研究对象是如下的通信系统模型:

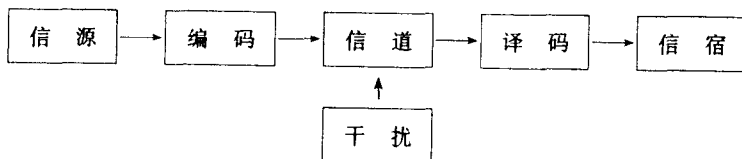


图 1-2 通信系统模型

这个模型主要包括以下五个部分:

### (1) 信源

信源是产生消息的源头,是信息运动的出发点。信源消息有多种形式,可以是离散的或连续的,也可以是时间序列,它们分别可用离散型随机变量、连续型随机变量及随机过程等数学模型表示。

### (2) 编码器

编码是对消息符号进行编码处理的过程。编码包括信源编码、保密编码、信道编码三大类,香农信息论研究得较为深入的是信源编码和信道编码两类。信源编码是对信源输出的消息进行适当的变换和处理,以尽可能提高信息传输的效率,而信道编码是为了提高信息传输的可靠性而对信息进行的变换和处理。香农信息论分别用几个重要的定理给出了编码的理论性能极限,几十年来鼓舞着一批又一批通信理论工作者为达到这些极限而殚精竭虑、苦苦求索,从而推动了编码技术研究的空前繁荣。

### (3) 信道

信道是信息的传递媒介。实际的信道有明线、电缆、波导、光纤、无线电波传播空间等。信息的传输不可避免地会引入噪声和干扰,为了分析方便,我们把系统所有其他部分的干扰和噪声都等效地折合成信道干扰,看成是一个噪声源产生的,并迭加于所传输的信号上,这样,信道输出的已是迭加了干扰的信号。由于干扰和噪声均具有随机性,所以信道的特性同样可以用概率空间来描述,而噪声源的统计特性又是划分信道类型的主要依据。

### (4) 译码器

译码是把信道输出的编码信号进行反变换,以尽可能准确地恢复原始的信源符号。译码器相应的有信源译码器和信道译码器之分。

### (5) 信宿

信宿即信息传输的目的地。

香农信息论在解决了信息的度量问题之后,主要致力于研究如何提高图1-2所示的通信系统中信息传输的可靠性和有效性。香农编码定理是指导信源编码和信道编码理论研究的重要指导方针。

## 1.2.2 香农信息论对信道编码的指导意义

信息传输的可靠性是所有通信系统努力追求的首要目标。要实现高可靠性的传输,可采取诸如增大发射功率、增加信道带宽、提高天线增益等传统方法,但这些方法往往难度比较大,有些场合甚至无法实现。而香农信息论指出:对信息序列进行适当的编码后同样可以提高信道的传输可靠性,这种编码即是信道编码。信道编码是在著名的信道编码定理指导下发展起来的,几十年来已取得了

丰硕的成果。现将信道编码定理简述如下：

每一个信道都具有确定的信道容量  $C$ ，对于任何小于  $C$  的信息传输率  $R$ ，总存在一个码长为  $n$ ，码率等于  $R$  的分组码，若采用最大似然译码，则其译码错误概率  $P_E$  满足：

$$P_E \leq A e^{-nE(R)} \quad (1-3)$$

其中  $A$  为常数， $E(R)$  为误差函数。对于卷积码有类似的结论成立。

误差函数  $E(R)$  与信息传输率  $R$  的关系曲线如图 1-3 所示。

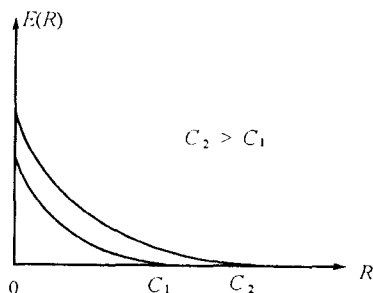


图 1-3 误差函数  $E(R)$

可以看到， $E(R)$  是关于  $R$  的单调递减函数。且同样的  $R$ ，当信道容量  $C$  不同时， $E(R)$  也不同， $C$  越大， $E(R)$  值也越大，由式(1-3)可知相应的错误概率  $P_E$  越小，则传输可靠性越高。另一方面，由式(1-3)可知，增大码长  $n$  也可提高传输可靠性，但码长越长，则相应的编译码方法也越复杂。

由信息论中对波形信道的分析可知，当信道中的噪声为加性高斯白噪声时，其信道容量为

$$C = W \cdot \log \left( 1 + \frac{P_s}{WN_0} \right) \quad \text{比特/秒} \quad (1-4)$$

式中  $W$  为信道带宽， $P_s$  为信号平均功率。

令  $P_s = R_i \cdot E_b$ ， $R_i$  为信息传输率(比特/秒)， $E_b$  为传输每一比特信息所需平均功率，则(1-4)式化为

$$C = W \log \left( 1 + \frac{R_i}{W} \cdot \frac{E_b}{N_0} \right) \quad \text{比特/秒} \quad (1-5)$$

式中  $\frac{E_b}{N_0}$  可理解为每赫兹带宽传输每比特信息所需信噪功率比。上式表明了通信系统中带宽  $W$ 、信道容量  $C$ 、信噪比  $\frac{E_b}{N_0}$  之间的定量关系，显然，增加带宽、提高信噪比都能使信道容量得到增加，从而使一定的信息传输率  $R_i$  下的错误概率

$P_E$  减小。

在信道带宽不受限的情况下,信道容量仅取决于信噪比,进而此时传输可靠性主要由信噪比决定。由式(1-5)可得:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{\frac{C}{W}} - 1}{\frac{R_t}{W}} \quad (1-6)$$

令式(1-6)中  $W \rightarrow \infty$ , 且  $R_t \rightarrow C$ , 则可得可靠传输时所需的最小信噪比为:

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\min} = \lim_{W \rightarrow \infty} \frac{2^{\frac{C}{W}} - 1}{\frac{C}{W}} = \ln 2 = -1.6\text{dB} \quad (1-7)$$

上式表示在带宽不受限的高斯白噪声信道中,只要传输每比特信息的信噪比不低于  $-1.6\text{dB}$ , 就可能实现完全无差错的传输! 这是高斯信道中传送信息的极限能力,这一信噪比的极限值称为香农限。

当信道带宽有限,且信道输入为二元输入时,需将式(1-5)中的  $C$  和  $R_t$  按通频带归一化,令  $C_n = \frac{C}{2W}$ ,  $R = \frac{R_t}{2W}$ ,

即得

$$C_n = \frac{1}{2} \log\left(1 + 2R \frac{E_b}{N_0}\right) \quad \text{bit/dimension} \quad (1-8)$$

或

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{2C_n} - 1}{2R}$$

令  $R \rightarrow C_n$ , 则可得带限信道中二元信息可靠传输时所需的信噪比为:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{1}{2R} [2^{2R} - 1]$$

令码率  $R = \frac{1}{2}$ , 则得:

$$\frac{E_b}{N_0} = 1 = 0\text{dB} \quad (1-9)$$

这是带限高斯信道以  $\frac{1}{2}$  的码率可靠传输每一比特二元信息所需的最小信噪比,是香农限的另一种表述。

实际上不采取任何编码措施的传输系统,是不可能以这么低的信噪比实现可靠传输的。而采取信道编码后,在某一误码率指标下,经过仿真计算,所需信噪比比不编码时有明显减少。图 1-4 为采用各种编译码方法后误码率与信噪比的关系曲线。



由图 1-4 可以看到:应用码率  $R = 0.5$  的  $(24, 12)$  分组码后,当误码率要求为  $10^{-5}$  时,比未编码时大约可节省 3dB 的功率,这一节省的功率称为**编码增益**,编码增益是衡量各种信道编码性能优劣的重要指标,但它是与某一误码率相对应的(一般常取  $10^{-5}$ )。从图 1-4 还可看到,采用码率  $R$  等于  $\frac{1}{2}$ ,约束度  $N = 8$  的卷积码,且译码采用软判决维特比(Viterbi)译码,在误码率为  $10^{-5}$  时,编码增益可达 5dB 以上。一般情况下,应用信道编码后,大约能得到从 1dB 到数 dB 不等的编码增益。

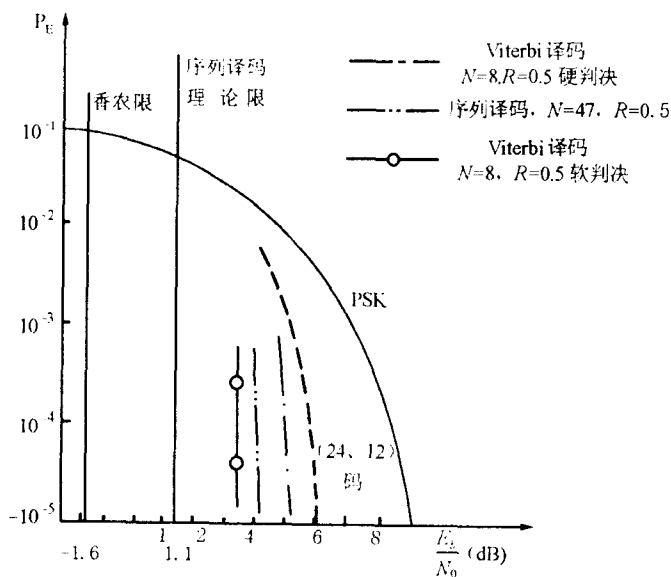


图 1-4 各种码的性能比较

香农编码定理仅仅是一个存在性定理,它只告诉我们确实存在满足式(1-3)的好码,但并没有说明如何构造这样的码,但定理却为寻找这种码指明了方向。数十年来,经过几代人的不懈努力,已发现了许多性能优良的码及相应的译码方法,且所需信噪比越来越接近香农限。如 20 世纪 70 年代采用卷积码和序列译码后,在  $10^{-5}$  误码率条件下所需功率为 4 ~ 5dB,距香农限(0dB)还很远。而近几年正得到广泛研究的 Turbo 码在同样的误码率条件下,所需信噪比降为 0.7dB,这离香农限只有 0.7dB,又向编码极限性能逼近了一大步。正是在香农编码定理的指引下,信道编码理论和技术研究取得了一连串辉煌的成功。