裂纹端部场

Crack Tip Fields

匡震邦 马法尚

Kuang Zhenbang and Ma Fashang

西安交通大学出版社

裂 纹 端 部 场

匡震邦　马法尚

Crack Tip Fields

Kuang Zhenbang and Ma Fashang

西安交通大学出版社
·西安·

内 容 简 介

断裂力学是固体力学和材料科学的前沿分支,给工程结构安全设计和材料性能优化设计带来了重大革新。裂纹端部场是断裂分析的基础,具有重大的理论和实际意义。

本书是一部专著,重点反映了作者及其合作者们在裂纹端部场方面的工作,其中包括V型切口和钝裂纹,界面裂纹,快速传播裂纹,弹塑性体和损伤介质中的裂纹和缺口,压电体和热释电体中的裂纹等。在这些以及相关领域中,作者们都做出了自己的有价值的贡献。本书还较多地反映了部分国内学者的工作。

由于目前缺少裂纹端部场的专著,因此本书较为系统和完整地叙述了相关理论,使之反映当前研究状况。对一些困难的问题还做了详细的推演,以减轻读者阅读的困难。

图书在版编目(CIP)数据

裂纹端部场/匡震邦,马法尚 .—西安:西安交通大学出版社,2001.11
ISBN 7-5605-1279-8

Ⅰ.裂… Ⅱ.①匡…②马… Ⅲ.裂纹扩展理论
Ⅳ.0346.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 089444 号

*

西安交通大学出版社出版发行
(西安市兴庆南路 25 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668315)
陕西省轻工印刷厂印装
各地新华书店经销

*

开本:727 mm×960 mm 1/16 印张:28.125 字数:525 千字
2001 年 11 月第 1 版 2002 年 11 月第 2 次印刷
定价:42.00 元

发行科电话:(029)2668357,2667874

A Brief Introduction of the Book

Fracture mechanics is an advanced branch of the solid mechanics and material science. It makes an important innovation in the safety design of structures and optimization design of material behavior. Crack tip fields are the fundation of the fracture mechanics and have important theoretical and practical meanings.

This book mainly reports authors and their cooperators' work which includes: the V-notch and blunt crack, interface crack, propagating crack with high velocity, the crack and notch in elasto-plastic material and damaged material, the crack in a piezoelastic and piezothermoelastic material, etc.. In these related regions some valuable contributions have been made by the authors. The work of some Chinese scientists is also introduced in this book. Some important contributions of foreign scientists are also included.

Because it is lacking of the monograph on the crack tip fields, this book makes great efforts to give a systematic and integrated contents in this area. Some difficult problems solved by new simple methods are also given in this book.

前　言

在所有的应力分析问题中，没有哪个问题像裂纹问题那样，受到如此众多的力学和材料学工作者持久的关切和在如此广泛的工况下进行过详尽的分析；也没有哪个问题像裂纹问题那样，愈分析愈感到问题的复杂和困难，愈感到必需和材料的微观组织与原子结构相结合。究其原因，裂纹问题与工程结构的破坏和可靠性紧密相连，强大的工程实际的需要是推动裂纹问题研究的主要动力。材料的力学性质主要由本构关系和抵抗变形和破坏的能力来衡量，抵抗破坏的能力在极大程度上决定于材料阻止裂纹（和损伤）扩展的能力。裂纹尖端的尺寸已经可以和原子间距的尺寸（尖裂纹）或细小晶粒的尺寸（钝裂纹）相比，这就决定了裂纹力学的进一步研究必然要和物理学、化学相联系。

对于这样一个重大的问题，目前尚缺乏一本系统而又较详尽地反映当前研究状况的书，使读者可用较短的时间对之有一个概括的了解，以便在此基础上作出新的努力。然而，要写这样一本书也是极其困难的，一是由于文献浩繁，二是不少理论还处于发展过程中。本书作者冒昧地进行尝试性工作，以便抛砖引玉，尽微薄之力。由于涉及内容太多，本书限于宏观分析，有关原子层次的分析没有触及。本书系统地讲述了作者及其合作者们在钝裂纹和 V 型切口应力分析和断裂判据，大范围屈服情况下的裂纹损伤演化规律，三维约束效应与断裂判据，界面裂纹，传播裂纹尖端温度场和一般解，应力强度因子的计算方法和 J 积分理论方面的工作。书中还介绍了部分中国学者的工作，以使读者对中国学者的工作有一个概括的了解。同时为使本书内容更为全面，以使青年学者和有关科技人员更快地熟悉相关内容，并在此基础上更快地为断裂力学做出新的贡献，本书还概括、整理和改写了国外学者的一些重要工作。

本书的写作是作者于西安交通大学工作期间，在西安交通大学学

术专著委员会的推动下进行的。本书原计划由马法尚、郭万林和我三人合写，后郭万林博士因出国等原因未能参加，马法尚博士从日本和德国先后两次寄来第 5 章有关数值分析的内容，第 5 章便是我们合作的产物。本书包含了王铁军、朱久江、杨晓翔、申胜平、程光旭、胥晓鹏、王吉伟、毛银杰、蒋劲松、左建政、黄震宇以及其他许多合作者的结果。

由于作者水平有限，不当和错误之处，希望阅读本书的专家们和同学们批评指正。

匡震邦
上海交通大学
西安交通大学
2001.5

作者简介

匡震邦 1935年生于江苏泰兴，1956年毕业于交通大学机械系，1959年毕业于清华大学工程力学研究班，1959年至1997年在西安交通大学工作，现为上海交通大学工程力学系教授。1990年到1998年担任中国力学学会常务理事，现为理事。在固体力学、生物力学和电磁介质力学方面做过大量的研究工作。在国内外主要杂志上发表论文160余篇；已出版《非线性连续介质力学基础》和《材料的力学行为》二书，前者为全国研究生优秀教材。1983年和胡海昌等因广义变分原理的研究，获国家自然科学二等奖；1992年因断裂力学的研究获教委科技进步奖；2000年因断裂、损伤研究和王铁军等获高校自然科学一等奖。

About the first author

Kuang, Zhenbang was born in province Jiangsu of P.R.C. in 1935. He was graduated from the department of mechanical engineering of Jiaotong University in 1956, and graduated from the research class of engineering mechanics of Qinghua University in 1959. From 1959 to 1997 he was worked in Xi'an Jiaotong University and became a professor of engineering machanics of Shanghai Jiaotong University since 1997. From 1990 to 1998 he was the member of standing council of Chinese Society for Theoretical and Apptied Mechanics and is its member now. He has done a lot of contributions on Solid mechanics, biomechanics and dielectric mechanics, and published over than 160 papers and two books "Foundations of Continuum Mechanics", "Mechanical Behaviors of Materials". He was award the National Natural Science Prize of P.R.C. in second rank together with professor Hu etc. in 1983. He was also award the progress prize of science and Technics of Educational Ministry in 1992 and in 2000.

目　录

第 1 章 引 论

早期的工程结构设计，人们完全凭借于经验和已有设计的类比，19 世纪以来，随着力学的发展，人们开始采用应力、应变等概念进行定量设计，直到 20 世纪 50 年代以前，许用应力的设计方法一直在工程界广为流行：由试验确定材料的屈服应力和强度极限，把它们除以安全系数得出许用应力，在设计中使构件的名义应力低于许用应力。随后对应力集中的研究，又引入应力集中系数的概念，并和许用应力联系起来。对疲劳问题的研究，引入了疲劳极限等重要概念。这一阶段的设计仍然带有很大的经验性。

人们对晶体理论强度的估计值为

$$\sigma_{\text{th}} = \sqrt{E\gamma_s / r_0} \tag{1-1}$$

式中：E 为弹性模量；r_0 为原子间距；$\gamma_s \approx E\ r_0/40$为产生新的单位表面时的表面能，所以 $\sigma_{\text{th}} \approx E/6$；这一数值远远大于实验室中测得的值。1920 年 Griffith(格里菲斯)[1]对不同厚度的平板玻璃做了大量试验，认为实验值和理论值的差别源于试件中存在裂纹。他从能量平衡原理出发，提出确定临界断裂应力的方程

$$\mathrm{d}P/\mathrm{d}A - \mathrm{d}W/\mathrm{d}A = \gamma_s \tag{1-2}$$

式中：W 为应变能；P 为外力功；A 为裂纹的表面积。利用 Inglis(殷格里斯)关于椭圆孔的解，对含有长轴为 $2a$、短轴为 $2b$ 的椭圆孔的无限大板，在无穷远处作用有垂直长轴的均匀应力时，Griffith 得到了临界应力 σ_f 的公式为

$$\sigma_f = \sqrt{2E_1\gamma_s/(\pi a)} \tag{1-3}$$

式中：对平面应力 $E_1 = E$；对平面应变 $E_1 = E/(1-\nu^2)$；ν 为 Poisson(泊松)比。比较(1-1)和(1-3)式可知，$\sigma_f/\sigma_{\text{th}} \approx (r_0/a)^{1/2}$，由此推出 $a \approx 25\mu\text{m}$，这是一个比较令人满意的结果。

Griffith 理论对断裂理论是一项重大突破，然而由于当时的生产水平和科学技术水平的限制，在随后的 20 多年中未取得重大进展。直至二次大战期间及战后的几年中，由于大量焊接舰船等工程结构发生低应力下的突然脆断事故，才使断裂力学得到人们的重视并再一次取得决定性进展，从而使断裂力学和工程技术紧密地联系起来。

对于裂端小范围屈服的金属来说，裂端的塑性变形能 γ_p 远大于表面能 γ_s。1948 年 Irwin(欧文)[2]和 Orowan(奥罗万)[3]各自独立建议把式(1-2)和(1-3)中的 γ_s 改为 $\gamma_p+\gamma_s$，这就把 Griffith 理论推广到金属材料。

$$\hat{G}=\mathrm{d}P/\mathrm{d}A-\mathrm{d}W/\mathrm{d}A$$

现在通称 $\hat{G}$ 为能量释放率或裂纹扩展力，字母 G 字是用来表示对 Griffith 的纪念。若用 R 表示材料对裂纹的扩展阻力，则裂纹扩展的临界条件(1-2)式可推广成

$$\hat{G}=R \tag{1-4}$$

1957 年 Irwin[4]推出裂尖场的渐近形式，引入了表示裂尖应力场强度的参数 K，同时得出

$$\hat{G}=K^2/E_1 \tag{1-5}$$

对 Griffith 讨论的问题，$K=\sigma\sqrt{\pi a}$。在弹性和小范围屈服情况下，K 和 $\hat{G}$ 是等价的，因而断裂准则可以写成

$$K=K_{IC} \tag{1-6}$$

式中 K_{IC} 为平面应变断裂韧性。和其它各种变形情况相比，平面应变具有最小的断裂韧性值。K 的计算要比 Griffith 求 $\hat{G}$ 的方法容易得多，这又使断裂力学向工程应用迈出了重大的一步。

要满足平面应变的条件，对一些韧性好的金属，要求试件的尺寸非常大，这对实验工作极为不利；同时实际使用的构件，往往也难满足平面应变的要求，因而弹塑性断裂力学的研究就成为必要。Rice(瑞斯)[5]提出了 J 积分的概念，更早提出类似概念的还有 Eshelby(伊塞尔贝)[6]和 Cherepanov(蔡来巴诺夫)[7]。J 积分和积分路径无关，是弹塑性裂尖应力场强度的特征参数，在线弹性和小范围屈服情况下和 G 相等。1968 年 Hutchinson(哈钦森)[8]，Rice 和 Rosengren(荣盛仁)[9]对幂硬化材料的裂尖渐近场提出了 HRR 奇性理论，随后不久，文献[10]提出用 J 积分作有限范围屈服情况下的断裂准则，即采用

$$J=J_{IC} \tag{1-7}$$

在此基础上，弹塑性断裂力学取得了迅速发展。然而，随后的实验不断表明，在大范围屈服情况下，J_{IC} 并不为材料常数，从而引出了众多的双参数理论，这些理论大都以等效应力和平均应力，或等效塑性应变和平均应力为基础；裂尖高阶近似场的理论得到了关注[11][12]，并和双参数断裂准则相联系。

在以 J 积分为基础的弹塑性断裂力学发展的同时，裂尖张开位移 COD[13]和以 COD 的临界值为断裂准则的理论，(特别在压力容器方面)也得到了发展。

在复合型断裂准则方面，最大周向应力准则，最大能量释放率准则和

Sih(薛)[14]的应变能密度因子理论,受到普遍重视。对韧性材料的Ⅰ,Ⅱ混合型断裂,全部现有准则和实验结果符合得都不理想;实验表明,此时裂纹面一面钝化,一面锐化,锐化一面形成剪切带而使裂纹扩展。

随着断裂力学基本理论在静态情况下的金属材料中的建立和完善,它在工程中获得愈来愈广泛的应用,特别是 Paris(派里斯)[15]提出疲劳裂纹扩展依赖于应力强度因子变化的幅值的重要公式。同时这一方法很快地推广到准静态裂纹扩展、快速裂纹传播、粘弹性和蠕变;推广到复合材料、聚合物材料、陶瓷材料、压电和热释电材料、橡胶材料、岩石、钢筋混凝土材料等等。这一方法还推广到其它学科。

从本质上讲,材料的破坏是由外部因素和内部因素决定的,外部因素主要是载荷、试件几何形状和环境影响,它们构成促使材料破坏的驱动力,内部因素主要是材料的性质、微观组织和缺陷,形成抵抗材料破坏的阻力,驱动力大于阻力时破坏,小于阻力时安全。

结构的整体破坏都是由局部薄弱环节首先开始,随后扩及整体,局部行为在破坏中起着关键性的作用。材料在断裂前和断裂过程中,或多或少产生塑性变形而吸收能量,这种能力用"韧性"一词来表示,根据韧性的高低而把破坏分成"韧性破坏"和"脆性破坏",破坏的特点不仅决定于材料性质,也取决于应力状态、温度和加载速率。解理断裂是晶体中最脆的一种断裂形式,它因原子键的破坏而沿晶面断开。韧性断裂的断口在电子显微镜下可以观察到大小不等的不规则形状的韧性窝坑,这种韧窝是由材料中的第二相粒子开裂或粒子与基体界面开裂后,基体的塑性变形形成的,韧窝中常可找到引起空穴的小粒子。一般讲来,韧性断裂由微孔洞形成、增长、聚合和最终导致断裂几个阶段组成;微孔洞的形成和基体中的位错(环)在第二相质点处的塞积相关。晶界在破坏中起着重大作用,沿晶断裂是最常见的破坏形式之一。因此最终解决材料的破坏问题,必然要和其微观组织相联系,要从晶粒尺度、原子尺度上进行研究,也唯有这样,才能指导材料设计,指明材料应具有的组织结构。但是这种研究十分困难,目前取得了许多重大成果,但离最终解决还相距甚远。无数实验表明,这种破坏在宏观上是和一点的、或一个微小区域内的应力和应变(甚至和应变梯度)相关,许多由经验提出的宏观断裂准则,在一定范围内都能预报材料的断裂与否,这就使我们可以采用连续介质力学的方法找出材料中的应力和变形(有时还需应力率、应变率等),采用宏观破坏准则去处理问题。当然,断裂准则本身是材料微观破坏机理的宏观反映。宏观和微观相结合,是研究材料破坏的唯一出路。

材料中的裂纹可以是在冶金和加工过程中形成的,也可以是在外载下形成的。从无到有的过程是材料的损伤过程,一旦形成裂纹,裂纹端部场的高应力区又会产生新的损伤和已有损伤的增长。自 Качанов(卡恰诺夫,1958)以来,人们

发展了“连续介质损伤力学”的方法[16]，定义一个损伤纯量、矢量或张量，然后研究这种损伤变量的演化，当局部损伤达到一定程度后便产生局部破坏或形成裂纹，在疲劳、蠕变等问题中，人们也把损伤和试件的整体破坏联系起来。这种方法对工程应用还是很有效的。进一步的研究表明，这种损伤和材料内部的微孔洞、微裂纹、位错和原子错排等联系在一起，因此归根结底，研究损伤还必需和微观组织相联系，宏、微观的方法是唯一可行的方法。

材料的破坏是个复杂的问题，它已超出古典意义上的力学范围，它涉及到大量的物理、化学问题，不可能在本书中一一叙述。正如前面指出的，局部破坏是关键问题，除去从原子尺度讨论问题外，所有其它宏、微观的研究，都是以局部应力和变形状态为基础的，本书正是对裂端应力和变形场进行较为系统和详细的分析。40 年来，这一领域一直受到人们的重视，到目前为止，尚无一本足够详细地叙述这方面内容的书。本书重点叙述作者们的工作，同时加入部分中国学者的工作。为使本书内容更为全面，书中还把国外学者的重要工作加以概括、整理和改写，以使青年学者和有关科技人员更快地熟悉相关内容，在此基础上更快地为断裂力学做出新的贡献，并同时对部分中国学者的主要工作有一个概括的了解。

由于文献数量之多，要想阅读全部文献是极为困难的，一些文献讨论过的问题，另一些文献又会以这样那样稍为不同的方式重复出现，因而本书只能引入一些比较重要的文献；未引入的文献也并非不重要，在某种程度上也只是随机地取舍。然而读者会从所引文献中列出的参考文献，查找到更多的文献，各人按照自己的需要再去阅读吧！

第2章　各向同性介质中的裂纹(一)

对各向同性均质材料中的裂纹,通常按其位移方式分成三种类型:Ⅰ型(张开型)、Ⅱ型(滑移型)和Ⅲ型(撕开型),如图2-1所示。Ⅰ型和Ⅱ型属平面问题,Ⅲ型属面外剪切问题,下面将分别讨论。

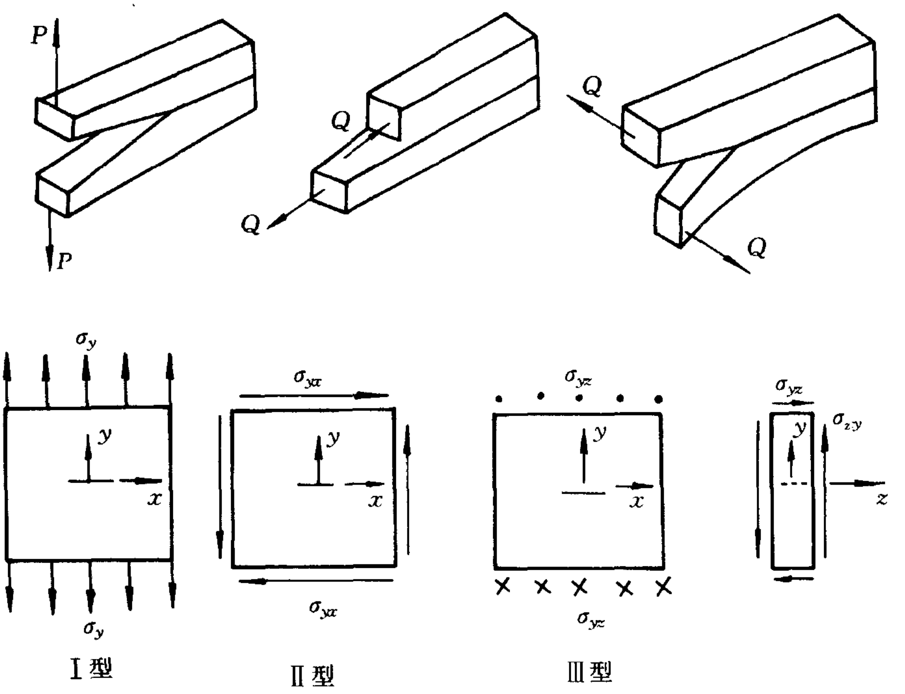

图2-1　均质材料中裂纹的三种变形形式

本书取用坐标系(x_1,x_2,x_3),在直角坐标中代表(x,y,z),在极坐标中代表(r,θ,z),因此张量σ_{ij}可以是$(\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z,\sigma_{xy},\sigma_{yz},\sigma_{zx})$,也可以是$(\sigma_r,\sigma_\theta,\sigma_z,\sigma_{r\theta},\sigma_{\theta z},\sigma_{zr})$,或一般地写成$(\sigma_{11},\sigma_{22},\sigma_{33},\sigma_{12},\sigma_{23},\sigma_{31})$。以后几种记法同时采用,同时采用张量重复指标表示求和的规则,读者务必注意。

2.1 弹性平面裂纹的裂尖渐近场

图 2-2 示一平面裂纹，坐标原点 O 选在裂尖，x，y 为直角坐标，r，θ 为极坐标。求裂尖渐近场时，可以解一个具体问题，如无限远处承受均匀载荷的无限大板中的裂纹，然后把精确解在裂尖处作渐近分析，可得该具体问题的确定的渐近解的表达式；但更方便的是把裂尖渐近场问题看成是一本征值问题，求得渐近解的形式，而解中的某些常数留待外场条件确定，本节将如此处理。

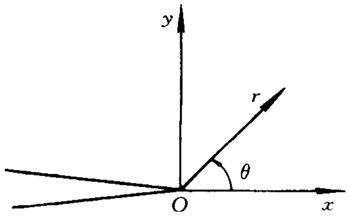

图 2-2 平面裂纹

2.1.1 弹性力学平面问题

极坐标中的基本方程为：

几何方程

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \varepsilon_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}, \quad \gamma_{r\theta} = 2\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \tag{2-1}$$

平衡方程

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} = 0 \tag{2-2}$$

本构方程

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E_1}(\sigma_r - \nu_1\sigma_\theta) = \frac{1}{8G}[(\kappa+1)\sigma_r - (3-\kappa)\sigma_\theta] \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E_1}(\sigma_\theta - \nu_1\sigma_r), \quad \gamma_{r\theta} = \frac{2(1+\nu_1)}{E_1}\sigma_{r\theta} = \frac{1}{G}\sigma_{r\theta} \end{aligned}\right\} \tag{2-3}$$

协调方程

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\varepsilon_\theta) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \varepsilon_r}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \varepsilon_{r\theta}}{\partial \theta}\right) = 0 \tag{2-4}$$

对平面应力问题

$$\sigma_z = 0, \quad \varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta),$$

$$E_1 = E, \quad \nu_1 = \nu, \quad \kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$$

对平面应变问题

$$\varepsilon_z = 0, \quad \sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta), \quad E_1 = E/(1-\nu^2),$$

$$\nu_1 = \nu/(1-\nu), \quad \kappa = (3-\nu_1)/(1+\nu_1) = 3-4\nu$$

对两种情况都有

$$E_1/(1+\nu_1) = E/(1+\nu) = 2G$$

边界条件可写为

$$\left.\begin{array}{ll} \sigma_r\cos\alpha + \sigma_{r\theta}\sin\alpha = t_{0r}, \quad \sigma_{r\theta}\cos\alpha + \sigma_\theta\sin\alpha = t_{0\theta} & \text{在 } S_\sigma \text{ 上} \\ u_r = u_{0r}, \quad u_\theta = u_{0\theta} & \text{在 } S_u \text{ 上} \end{array}\right\} \quad (2-5)$$

上列诸式中的记号和通用记号相同,其中 α 为边界点上 $\boldsymbol{r}$ 的方向到外向法线方向的夹角,$\boldsymbol{t}_0$,$\boldsymbol{u}_0$ 分别为边界面上规定的面力和位移矢量。

2.1.2 应力函数法[17]

众所周知,弹性平面问题可以化为求解应力函数的双调和函数的边值问题。令 U 为应力函数,则极坐标中的应力分量 $\sigma_r,\sigma_\theta,\sigma_{r\theta}$可表示为

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial U}{\partial r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2 U}{\partial \theta^2}, \quad \sigma_\theta = \dfrac{\partial^2 U}{\partial r^2} \\ \sigma_{r\theta} = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial^2 U}{\partial r\partial\theta} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial U}{\partial\theta} \end{array}\right\} \quad (2-6)$$

代入协调方程,得 U 满足的方程为

$$\nabla^2\nabla^2 U = 0, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \quad (2-7)$$

现在来讨论裂纹问题。裂纹边界上应力自由的条件为

$$\sigma_\theta = 0, \quad \sigma_{r\theta} = 0 \quad \text{当 } \theta = \pm\pi \quad (2-8)$$

我们寻求 U 的只满足裂纹齐次边界条件的变量分离形式的解,这将形成一本征值问题。令

$$U = r^{\lambda+1} f(\theta,\lambda) \quad (2-9)$$

把上式代入(2-7),因 $r^{\lambda+1}$不恒为零,所以有

$$f'''' + [(\lambda+1)^2 + (\lambda-1)^2]f'' + (\lambda+1)^2(\lambda-1)^2 f = 0 \quad (2-10)$$

式中 f',f'',f''''分别表示 f 对 θ 的一阶、二阶和四阶导数。上式的解可表示成

$$\begin{aligned} f = {} & C_1\sin(\lambda+1)\theta + C_2\cos(\lambda+1)\theta + C_3\sin(\lambda-1)\theta \\ & + C_4\cos(\lambda-1)\theta \end{aligned} \quad (2-11)$$

把式(2-9),(2-11)代入(2-6)求出 $\sigma_\theta,\sigma_{r\theta}$;再代入边界条件(2-8),得