宏观电动力学

A. A. 富拉索夫著

高等教育出版社

宏观电动力学

A. A. 富拉索夫著

罗　零　譯

高等教育出版社

本书系根据苏联国立技术理論书籍出版社(Гостехиздат)出版的富拉索夫(A. A. Власов)著“宏观电动力学”(Макроскопическая электродинамика) 1955年版譯出。原书經苏联高等教育部审定为苏联国立大学教学参考书。

中譯本可作为我国綜合性大学物理系的教学参考书。

宏观电动力学

A. A. 富拉索夫著

罗　零　譯

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺7号

(北京市书刊出版业营业許可証出字第054号)

京华印书局印装　新华书店发行

統一书号 13010·662　开本 850×1168 1/32　印張 8 2/16

字数 191,000　印数 0001—4,500　定价(6)￥0.95

1959年9月第1版　1959年9月北京第1次印刷

序　言

本书叙述我多年来給莫斯科大学物理系学生講授的两学期用的电动力学課程的第一部分。本书(課程的第一部分)专門用来叙述宏观的(唯象的)电动力学，其中基本上沒有涉及电的原子性的問題(在課程的第二部分中研究了微观电动力学的基础)。

在准备講稿付印之时，我有意避免补充，以便能給現代物理系各专門化的学生重点介紹他們所需要的这一理論物理部門的知識内容。

A. 富拉索夫

目 录

第一章 宏观电动力学的基本量

§1. 电荷与磁荷·真空中的場强 E 和 H

我們着手研究电磁現象时，首先就得选定一些基本量来表征这种現象的特性。这样的量有下列三組：(1)电荷 e 和电場强度 $\mathbf{E}$，磁荷 m 和磁場强度 $\mathbf{H}$；(2)电感应强度矢量 $\mathbf{D}$ 和磁感应强度矢量 $\mathbf{B}$；(3)电极化强度矢量 $\mathbf{P}$，磁极化强度矢量 $\mathbf{M}$，以及电流密度矢量 $\mathbf{j}$。

在物理学上，給一个物理量、一个研究对象的特性下定义，其意思就是要确立所研究的特性与量和别的特性与别的量之間的相互关系与联系。同时，"一种事物的諸特性不可能从这种事物对别种事物的关系上产生出来，而仅仅只能从这样的关系上揭露出来……"(馬克思、恩格斯全集，俄文版第 27 卷，第 66 頁)。这些联系的确立是依靠实驗或一些实驗数据的綜合。一个物理量的定义也应当意味着有可能从实驗上分析这个物理量在量方面的表現。抽象地定义某种特性，而不与别的特性发生联系，那是形而上学的做法。

象带电体或者磁化体这样一些概念，我們認为是很清楚的概念，它指的就是那种可用某些基本实驗得到的物質状态。

宏观电动力学給 e、$\mathbf{E}$，m、$\mathbf{H}$ 諸量下定义时，是依据带电体(或磁化体)間的作用力，也就是說，用它們之間相互作用的静力来定出这些量。

設有一个带电体 A 以及若干个小試探带电体 a、b、c、……，我們就所討論的物体与这些小試探带电体的关系，来研究該物体的

特性，并且假定我們可以支配小試探带电体的位置，而不至显著地破坏被研究物体的带电状态。实驗指出，如果将带电程度不同的两个小物体，依次地放在空間中的同一点处，則从被研究的固定的物体方面作用到这两个小物体上的力 $\mathbf{F}_a$ 和 $\mathbf{F}_b$ 方向相同，大小不等，这就是說：

$$\frac{\mathbf{F}_a}{\mathbf{F}_b}=\text{一个标量}. \tag{1.1}$$

如果将这两个小物体依次放到空間中的另一点上，就会得到 $\mathbf{F}'_a$ 和 $\mathbf{F}'_b$ 两力(也就是說，力 $\mathbf{F}$ 是空間坐标的函数)，但这两个力的比值仍旧会保持不变：

$$\frac{\mathbf{F}_a}{\mathbf{F}_b}=\frac{\mathbf{F}'_a}{\mathbf{F}'_b}. \tag{1.2}$$

由此可見，这个标量的值与坐标无关，而只由小試探体的特性来确定。

若假設

$$\mathbf{F}_a=e_a\mathbf{E}(x,y,z),\quad \mathbf{F}_b=e_b\mathbf{E}(x,y,z), \tag{1.3}$$

式中 e_a 和 e_b 是两个与坐标无关而只由小試探体的特性来决定的常数，而 $\mathbf{E}$ 是一个与小試探体特性无关的空間坐标矢量函数，那么关系式(1.1)和(1.2)就可得到满足。在这种情况下，

$$\frac{\mathbf{F}_a}{\mathbf{F}_b}=\frac{e_a}{e_b}. \tag{1.4}$$

e_a 和 e_b 两常数称为小試探体的电荷。如果在这两个常数中取一个作为单位，那末就选定了一个测定任何其他物体的电荷的量度标准。

关系式(1.3)导出了电場强度的定义：

$$\mathbf{E}=\frac{\mathbf{F}}{e}, \tag{1.5}$$

即把它定义为作用在单位正电荷上的力。

不論是对正电荷或負电荷，关系式(1.4)都能成立；因为它旣可以有正号，也可以有負号。实驗証实了这样的可能性：带电体或者具有正电荷，或者具有負电荷。通常把用絲綢或法兰絨摩擦玻璃时出現在玻璃上的电荷称为正电荷。

用类似的方法也可以表明磁的特性。利用試探小磁体(例如，取一个很長的磁針，只要这磁針長到我們可以忽略作用在它的另一端上的力时，那么我們就可以将它的一端作为是这样的小磁体)，我們就可确定“磁荷”m与磁場强度 **H** 的大小，它們的定义是与电荷及电場强度相类似的。此处的基本关系式为：

$$\mathbf{H}=\frac{\mathbf{F}}{m}. \tag{1.6}$$

关于 **E** 与 **H** 之間以及 e 与 m 之間的相似性与差异的問題，仅根据上面所引用的考查場的特性的方法，是不能解决的，还需要有补充的分析。

对于已經講到的电磁現象的几种特性，应当注意下面几点：

(1)有 e、**E** 及 m、**H** 諸量存在这一事实本身，并不要求严格确定带电粒子間的某种完全一定的相互作用定律，因为将这些量表出的时候，我們并沒有使用过庫侖定律。在某些条件下，当庫侖定律与实际的相互作用定律有出入时，这些量也能反映电磁場的特性。这一情况的意义，在于各种物理場都可以有“荷”与場强的概念，而不仅只是电磁場才有这样的概念。比方說，在核物理学中，就有“核荷”的概念，它乃是一个表征一种已非电磁性的相互作用强度的物理量。

应該注意，当我們还不知道电荷間的相互作用定律的时候，由关系式(1.4)和(1.5)是不可能确定电荷的量綱的。在上述的关系式中，电荷乃是一个具有新量綱的量[与研究中所用的原始量(力)相比較]。然而，电荷的数値是完全可以单値決定的，这只要与取

作单位的电荷的大小相比較就可以了。

(2)既然 E 和 H 是坐标的函数而与小試探体的性质无关(虽則它們是靠这种小試探体表現出来的),所以就可断言电磁場的存在乃是客观的現实,这种客观的現实在空間每一点处或为电場强度 E 所表現出来、或为磁場强度 H 所表現出来、或为电場强度和磁場强度二者同时所表現出来。

关于电荷的惯性問題,在叙述的目前阶段上,仍旧悬而未决;因为上面只是就静止电荷間的相互作用静力方面确定了电荷的特性。

显然,在静止物体的相互作用力方面看来,电荷与磁荷乃是两个平等的量,它們之間的差异只能在别的現象方面表現出来。

(3)引用表征电磁現象的基本量时,要受某些一定的限制。首先,小試探体应当具有一些特殊的性质。比方說,小試探体在坐标(与速度)空間中应当准确地限定在一定的地方,亦即小物体应当具有严格固定的坐标值和速度值,因此就不应当在位置与速度方面有起伏。否則它們就失去了它們的效用(即不能确定場强为完全一定的坐标的矢量函数)。小試探体也应当具有尽可能小的电荷,因为如若不然,則它們就会使被研究的物体上的电荷分布发生变化,而等式(1.2)也将不能成立。

显然,如此严格的限制,使下一問題不能解决:上面所发展的关于場的几个概念,究竟能在怎样的程度上适用于与基本粒子的体积差不多的范圍之內?在这种地方,用这样的試探体来研究場,是与現象性质本身相矛盾的。

揭露場的特性时加在小試探体上的条件,以及各基本量的定义中所表明的条件,都表明了电动力学的特色:叙述电动力学时,至少应将它当作两个物体的問題,其中一个物体(試探体)的状态总是严格地規定了的。

然而，所指出的情况究竟在怎么样的程度上限制了理論本身，抑或仅仅只涉及它的形式，这还是电动力学上一个没有完全弄清楚的問題。

§2. 物質中的場强·矢量 D, B, P, M, j

上面已經給真空中的場强 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 下了定义。現在应当补充研討物质中的場强概念。要詳細确定物质中的电場强度的意义，就需要叙述一些从实驗数据得来的有关場的某些通性的补充資料，以及有关介电媒質的結构的补充資料。电动力学中認为，在每一空間点处的介电媒質是由正、負电荷所組成，在未极化的状态中，正、負电荷彼此恰相抵消。有外电場时，由于这个电場的作用，电荷发生相互位移：电介质极化。

极化时电介质中所产生的电荷通常称为“束縛电荷”，这些电荷是介电媒質本身所有的。物体带电时，物体上所发生的电荷則称为“自由电荷”。我們用 $\rho_{св}$ 表示束縛电荷密度，而用 $\mathbf{E}_{св}$ 表示束縛电荷所产生的場强。

有这么一个实驗事实：几个場源所产生的总場强，必定等于每个場源单独产生的場强之和。这一实驗事实叫做場的迭加原理，乃是电动力学的基础。根据这个原理，就可将物质中的場强定为外源所产生的电場 $\mathbf{E}_\rho$ 与已极化的电介質的束縛电荷所产生的电場 $\mathbf{E}_{св}$ 之和：

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}_\rho+\mathbf{E}_{св}. \tag{1.7}$$

确定用实驗方法能否測出电場 $\mathbf{E}$ 是很重要的，因为在測量过程中，为了放置試探电荷，要将电介質切开一空腔，这就要破坏电介質。測得的电場 $\mathbf{E}_{изм}$ 等于：

$$\mathbf{E}_{изм}=\mathbf{E}+\delta\mathbf{E},$$

式中的 $\delta\mathbf{E}$ 是由于有空腔存在而引起的电場偏差。我們来确定：要

使 $\delta\mathbf{E}$ 尽可能小，所需要的实验条件是什么。挑选与极化方向平行的針状空腔，就可达到目的；因为在这种情况下，电場的可能偏差仅是由于針状空腔的两端所引起的，两端的表面在极化时出現了电荷，这电荷乃是属于介电媒質本身的。在針状空腔的側面上，束縛电荷位移垂直于空腔表面的分量为零，由于这个緣故，空腔的側表面不致使場发生偏差。針状空腔足够长时，就可以使其两端的束縛电荷的影响尽可能小（亦即 $\delta\mathbf{E}\to 0$）。因此，只要在針状空腔内测量，就能够测定介电媒質中的电場强度，而不使整个电場发生显著的改变。

在盘形空腔的場合下，则发生另外一种情况。作用在放入盘形空腔（盘形空腔与介电媒質内的电場方向垂直）内的单位正电荷上的力显然不等于电場强度；因为在圓盘的两平行平面上出現了符号相反的束縛电荷，这些束縛电荷的电場之値当盘形空腔的厚度减小时成为一定。我們用 $\mathbf{D}$（电感应强度矢量）表示作用在这种盘形空腔中的单位正电荷上的力。可以断定这个力是电場强度的函数，而且这个函数在一定条件下具有非常簡单的形式。事实上，我們可以利用展开式

$$D(E)=D(0)+\left(\frac{\partial D}{\partial E}\right)_0 E+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 D}{\partial E^2}\right)_0 E^2+\cdots \tag{1.8}$$

来表示这个函数。因为 $E=0$ 时沒有束縛电荷，所以 $D(0)=0$，于是表达式(1.8)可以写为：

$$D(E)=\varepsilon E,$$

式中

$$\varepsilon=\left(\frac{\partial D}{\partial E}\right)_0+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 D}{\partial E^2}\right)_0 E+\cdots,$$

当电場 E 很小时，可以認为系数 ε 与电場无关。对于各向同性的媒質，显然，

$$\mathbf{D}=\varepsilon \mathbf{E}. \tag{1.9}$$

因为D和E两个量的量綱相同，所以常数ε是一个表征媒质特性的无量綱的系数，它称为电容率系数，或简称为介电常数。

采用完全类似的办法，假定在物质中切出一个盘形空腔，并将单位磁荷放在腔中，我們可以求得作用在这个磁荷上的力：

$$\mathbf{B}=\mu \mathbf{H}, \tag{1.10}$$

式中$\mathbf{B}$称为磁感应强度矢量；μ则称为磁导率。

介电媒质的极化状态，可以用某个与单位体积有关的矢量来描述。設$\rho_{\text{св}}$为每单位体积介电媒质中所有的某一种符号的束縛电荷。那么，按照定义，在体积元$\Delta\tau$内产生的电矩等于：$\Delta\mathbf{p}=\rho_{\text{св}}\Delta\tau\boldsymbol{\xi}$，式中$\boldsymbol{\xi}$是束縛电荷的位移矢量。如果求出单位体积內的电矩，那末就可定出电极化强度矢量：

$$\mathbf{P}=\lim_{\Delta\tau\to 0}\frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta\tau}. \tag{1.11}$$

某一体积V的总电矩可用电极化强度矢量表达成：

$$\mathbf{p}=\int_V \mathbf{P}\,d\tau.$$

同样，磁化强度矢量$\mathbf{M}$可用下列公式定出：

$$\mathbf{M}=\lim_{\Delta\tau\to 0}\frac{\Delta\mathbf{m}}{\Delta\tau}, \tag{1.12}$$

式中，$\Delta\mathbf{m}$是体积$\Delta\tau$的磁矩矢量。

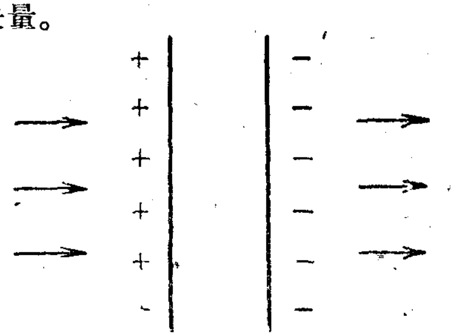

图 1

我們来建立描述媒质状态的两种类型的矢量之間的关系，亦卽建立$\mathbf{B}$与$\mathbf{M}$之間以及$\mathbf{D}$与$\mathbf{P}$之間的关系。

盘形空腔起着一个带有电荷面密度$\sigma_{\text{св}}$的平板电容器的作用(图 1)。这时，空腔

內部的电場是由电場E和束縛电荷所产生的电場 E_{cB} 相加而成。

在平板电容器之內，$E_{cB}=4\pi\sigma_{cB}$，因此，

$$D=E+4\pi\sigma_{cB}. \tag{1.13}$$

現在来証实在数值上 $\sigma_{cB}=P$. 为此，我們取一圓柱形体积元，圓柱之底 dS 在盘形空腔的表面上，其母綫等于束縛电荷的位移 ξ，現在来研究这个体积元的电极化强度。这个体积的电矩等于：$dp=Pd\tau=\rho_{cB}d\tau\xi$，又因为 $\xi\rho_{cB}=\sigma_{cB}$，所以 $dp=Pd\tau=\sigma_{cB}d\tau$，因此，

$$P=\sigma_{cB}.$$

由此可見，如果考虑到电极化强度矢量的方向，則电感应强度矢量与电介質的电极化强度矢量之間的关系可以表成：

$$\mathbf{D}=\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P}, \tag{1.14}$$

亦即电感应强度矢量乃是两个不同物理意义的矢量之和。

只应用上面所使用的方法，亦即将 D 定义为作用于放在盘形空腔內的单位正电荷上的力，就能够把它們結合起来成为一个矢量。

我們前面已經說明过，有 e、m、E、H 諸量存在这一事实本身，在怎样的程度上被电荷間相互作用定律的具体情况所决定。我們試就关系式(1.14)提出类似問題。在求这个关系式时，曾經使用了表示平板电容器中的电場强度的公式 $E_{cB}=4\pi\sigma_{cB}$。这就是說，已經采用了庫侖的电荷間的相互作用的定律。現在要来說明，当这个定律发生变动时，关系式(1.14)将在怎样的程度上改变。

只要依据 σ_{cB} 与 E 有关这一事实本身，并且認为函数 σ_{cB} 可以依照 E 的冪次展开成級数，就得：

$$\sigma_{cB}=\sigma_{cB}(0)+\left(\frac{\partial\sigma_{cB}}{\partial E}\right)_0 E+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\sigma_{cB}}{\partial E^2}\right)_0 E^2+\cdots,$$

再考慮到沒有电場时，$\sigma_{cB}=0$，由此就可得出，在 E 很小的情况下，

$$\sigma_{\text{cB}} = \alpha E,$$

式中 $\alpha(x, y, z)$ 是一比例系数，只有当电荷間的相互作用服从庫侖定律的时候，它的値才与坐标无关，并且等于 4π。

由此可見，当电荷間相互作用力的規律为任意的任何情况下，应当写:

$$D = E + \alpha\sigma_{\text{cB}},$$

而旣然建立 σ_{cB} 与 P 之間的关系时并不需要知道这个定律的具体情况(σ_{cB} 与 P 的数值相等)，所以最后得出:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + \alpha\mathbf{P}. \tag{1.15}$$

用类似的方法也可以建立磁感应强度矢量 $\mathbf{B}$ 与磁化强度矢量 $\mathbf{M}$ 之間的关系:

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}. \tag{1.16}$$

电流密度是用下面公式定义的:

$$j = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta J}{\Delta S},$$

式中 ΔJ 是通过与电流垂直的截面 ΔS 的电流强度。在各向同性的媒質中，电流的方向与电場强度的方向一致。假設函数关系 $j = j(E)$ 可以展成級数，便得:

$$j(E) = j(0) + \left(\frac{\partial j}{\partial E}\right)_0 E + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 j}{\partial E^2}\right)_0 E^2 + \cdots. \tag{1.17}$$

考慮到沒有电場时 $j(0) = 0$，并只限于綫性近似时，就可得出:

$$j = \sigma E,$$

式中 σ 是电导率，应該从实驗中得来。注意上面所指出的 $\mathbf{j}$ 和 $\mathbf{E}$ 的方向間的关系，最后可得出:

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}. \tag{1.18}$$

这一关系式，在任何各向同性导电媒質中的每一点都成立，它相当于大家从普通物理学課程中所知道的联系电流 J 和电位差

$\varphi_2-\varphi_1$ 的表达式:

$$J=\frac{\varphi_2-\varphi_1}{R},\ R=\frac{1}{\sigma}\frac{l}{S},$$

式中 σ 为电导率。然而，这种关系只有对圓柱形的均匀导体才是正确的。但在任意形状的非均匀导体中，我們可以分出无限小的圓柱体，并写下

$$\Delta J=\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}\Delta S\sigma,$$

或

$$j=\lim\frac{\Delta J}{\Delta S}=\sigma E.$$

如果注意到在各向同性媒質中矢量 $\mathbf{j}$ 和 $\mathbf{E}$ 的方向重合，則得到

$$\mathbf{j}=\sigma\mathbf{E}.$$

由此可見，利用級数展式(1.17)所得的将 $\mathbf{j}$ 与 $\mathbf{E}$ 联系起来的关系式，的确与从普通物理学課程中所知道的歐姆定律相当。

所得关系式(1.18)乃是电流与电場間的联系，在导电媒質中的每一点处这关系式都成立。因此，这一关系式往往称为电流与电場間关系的微分形式，对非均匀媒質以及对随时間而变化的电場它都是正确的。

§ 3. 状态方程式

如果一个关系式中包含有表征媒質特性的常数，那么这关系式就称为媒質的状态方程式。下面三个方程式就是这种方程式:

$$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E},\ \mathbf{B}=\mu\mathbf{H},\ \mathbf{j}=\sigma\mathbf{E}. \tag{1.19}$$

在展成級数(1.8)与(1.17)以建成这些方程式的过程中，并沒有給电場以及媒質的特征量对坐标和时間的依賴关系以任何限制。在一般情形中，媒質的特征量可能是坐标和时間的函数:

$$\varepsilon=\varepsilon(x,y,z,t),\ \mu=\mu(x,y,z,t),\ \sigma=\sigma(x,y,z,t).$$

头两个媒质的状态方程式，可以通过电极化强度矢量P与磁化强度矢量M来表达：$\mathbf{D}=\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P}$, $\mathbf{B}=\mathbf{H}+4\pi\mathbf{M}$，另一方面，$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$, $\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$。因此，

$$\mathbf{P}=\frac{\varepsilon-1}{4\pi}\mathbf{E},\quad \mathbf{M}=\frac{\mu-1}{4\pi}\mathbf{H}. \tag{1.20}$$

我們将提出下一問題：把媒質的原始方程式限于綫性近似时，将怎样来考虑介电性、磁性或电导性中的各向异性呢？显然，在各向异性的情况下，由于下述原因而复杂化。例如，在各向同性的情况下，D_x 乃仅是 E_x 的函数，即

$$D_x=D_x(E_x);$$

但对于各向异性的媒質說来，就不会是这样的了，此时：

$$D_x=D_x(E_x,E_y,E_z).$$

依 E_x, E_y, E_z 的冪次展成級数，并限于綫性項时，可得：

$$D_x=\varepsilon_{11}E_x+\varepsilon_{12}E_y+\varepsilon_{13}E_z;$$

同样，

$$D_y=\varepsilon_{21}E_x+\varepsilon_{22}E_y+\varepsilon_{23}E_z;$$

$$D_z=\varepsilon_{31}E_x+\varepsilon_{32}E_y+\varepsilon_{33}E_z.$$

由此可見，表征各向异性介电媒質特性的不是介电常数 ε，也就是說，不是一个标量，而是构成下面三阶矩陣的諸量：

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23}\\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33}\end{pmatrix}.$$

用完全相似的方法，可将其余两个状态方程式推广到各向异性的情形。

指出下面一点是很重要的，ε_{ik}、μ_{ik}、σ_{ik} 諸量之值与坐标軸相对于所謂固体(即具有各向异性性質的电介体、磁体、金属)点陣的晶軸的取向有关。