瓦·彼·杜伯夫
波·米·孟蔡夫

物理學教程

（講義）

第三册

振動和波
光　　學
原子物理學
原子核物理學

高等工業學校參考教材

東北工業部教育處出版
1953年

譯 者 附 言

本書是蘇聯專家副教授 В.П. 杜伯夫（第1—15講）和 Б.М. 孟蔡夫（第16——19講）在哈爾濱工業大學 1952 年秋季講授第三學期物理時所編講義的中文譯本。

本講義是根據蘇聯工業大學物理教學提綱編寫的。其中某些問題（例如聲學，宇宙射線）由於講課時間的短促而省略了。

參加本書翻譯工作的有物理教研室的阮紹弘，（1—3講，6—12講，）姜連福，（4—5講）陳肯（13—15講）歐斐（16—17講）孫瑞蕃（18—20講）諸同志初稿譯出後先經互相校對（另有馬祖光同志參加），最後由孫瑞蕃同志總校。

我們認爲本書和以前出版的杜伯夫副教授所著物理學教程（講義）第一册和第二册一樣，可以用作中國各工業大學的參考教材。

由於翻譯的倉促和缺乏經驗在譯文中可能存在許多的缺點我們希望本書的讀者，尤其是工業大學中的物理教師們，提出對哈工大物理教研室所譯三本書的意見，指示和批評，以便在重版時，加以修正。

1953年5月

目　　錄

譯者附言

第四部份
振動和波

第五部份
光　學

第　六　部　份

原子物理學和原子核物理學

第一講　諧振動*

§ 1　**諧振動**　中學物理中我們已經知道，在發生服從虎克定律的彈性形變時，有比例於形變且指向平衡位置的力作用於物體。這種力叫做**彈性力**。在彈性力的作用下，發生形變的物體開始運動。我們現在就來研究這種運動。

假設重物 A 固定在兩個彈簧之間。在位置 O 時（圖1a）兩個彈簧的伸長程度相同，重物處在平衡狀態下。

我們這個例子和其他類似例子中的 O 點叫做**平衡位置**。

重物 A 可以從平衡位置給移開一個距離。這個距離平常叫做**位移**。位移是一個向量，始點始終在 O 點上，而端點則和重物的位置相合。我們假定自左向右的位移向量為正，而自右向左的為負。對於其它在我們所研究的運動中可能遇到的向量（速度，力，加速度）也使用同樣的符號法則。

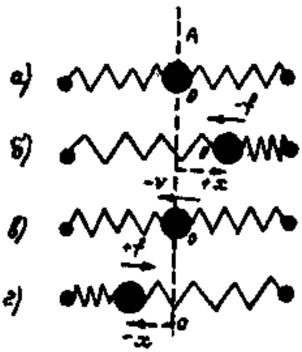

圖　1

如果重物被移開平衡位置的位移是 $+X$（圖1б），那末左邊的彈簧伸長，右邊的彈簧壓縮。因此有比例於位移 X 且指向平衡位置的力 $-f$ 作用於重物 A。這個力要使重物A回到平衡位置，並且隨着對平衡位置接近程度的增加，重物的速度逐漸加大。重物回到平衡位置時（圖1в），作用於重物上的力等於零，但是由於慣性，它並不停止運動，而以已有的速度 $-v$ 繼續向左移動，壓縮左邊的彈簧，拉長右邊的彈簧，於是產生力 $+f$（圖1г）。這力的方向仍是指向平衡位置的，它阻撓着重物的運動，直到重物停止。此後重物又開始向平衡位置移動。

這樣，在彈性力的作用下，重物 A 在平衡位置附近發生振動。

單擺可以作為另一個振動的例子（圖2）。圖上用虛線畫的是擺的平衡位置。在這個位置上，重力 P 和線的張力平衡。如果使擺離開平衡位置偏轉一個角度 φ。將作用於重物上的重力 P 分解成兩個分力 P_n 和 P_t，就顯然可見，沿線的方向的分力 P_n 為線的張力所平衡，而垂直於線的，等於 $P\sin\varphi$ 的分力 P_t 將使擺回

* 按福里斯和季莫列娃合著物理學教程第一冊敘述，但有很多改變和增補。

到平衡位置。如果角 φ 很小，則其正弦可以認爲等於角度，於是近似地有

$$P_t=-P\varphi$$

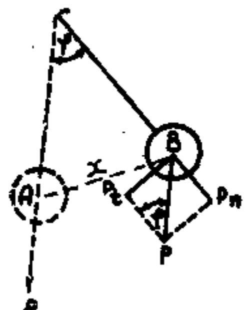
圖 2

這裡式中的負號說明力 P_t 和位移向量方向相反，即指向平衡位置。力的絕對值正比於偏轉角度。這個力使擺在它的平衡位置附近擺動。這種擺動在性質上和由彈性力引起的振動相同。

這樣，我們所討論的力在性質上類似於彈性力。

一般地說，在本質上不是彈性力，但是和位移的關係類似於彈性力的力叫做準彈性力（類似彈性力）。

從我們分析過的例子中可見，彈性力和準彈性力都引起振動。我們應該詳細地研究這種運動的規律，因爲在自然界中和在技術上都非常廣泛地遇到和這類似的振動。這類振動在聲、光和電的現象中都起着很重要的作用，在那些實用科學如建築力學、機械原理、船舶製造、電工、無線電工程等中它們也都有基本的意義。

彈性力（準彈性力）可以用下式來決定：

$$f=-kx$$

這個式子指出：力正比於位移，方向則指向平衡位置，即和位移向量方向相反。係數 K 叫做彈性係數，它永遠是正的。這個係數在數值上等於使彈簧發生一厘米的形變所需的力。

根據牛頓第二運動定律，同一個彈性力 f 又可以寫作：

$$f=mw=-kx \qquad (\times)$$

這裡 m 是所研究質點的質量，w 是它的加速度。

從力學中知道，加速度是速度對時間的導數 $\frac{dv}{dt}$，也就是位移 x 對時間的二次導數 $\frac{d^2x}{dt^2}$。將對時間的二次導數簡寫成在該函數上加兩點，則有 $w=\ddot{x}$。代入式（×）中，得：

$$m\ddot{x}=-kx$$

或

$$\ddot{x}=-\frac{k}{m}x \qquad (\times\times)$$

因爲 k 和 m 兩個量都是正的，所以它們的比值可以用另一個量 ω 的平方來

表示。我們就可以引入符號：

$$\frac{k}{m}=\omega^2 \tag{1}$$

式中的 ω 叫做振動的圓頻率。

這樣，式（××）可以改寫成：

$$\ddot{x}=-\omega^2 x \tag{2}$$

現在再來求質點的運動方程式。關於該質點，按式（2)我們已經知道其加速度和位移成正比，且指向平衡位置。要求得運動方程式就要將質點走過的路程（在本例中就是位移 x）寫成時間 t 的函數。這個方程式應該符合公式（2）。很容易證明，所求方程式有如下的形式：

$$x=a\cos(\omega t+\alpha) \tag{3}$$

這裡 a 和 α 是任意的常數，它們的值由起始條件決定。

實際上，依式(3）得位移對時間的一次導數（用 $\dot{x}$ 表示）等於：

$$\dot{x}=-a\omega\sin(\omega t+\alpha)$$

位移對時間的二次導數是：

$$\ddot{x}=-a\cdot\omega^2\cos(\omega t+\alpha) \tag{×××}$$

將式（3）和式（×××）中的 x 和 $\ddot{x}$ 的值代入式（2），我們可見式(2)就變成了恆等式，這就證明了式(3)的正確。同樣，我們也可以將所求的方程式寫成如下的形式：

$$x=a\sin(\omega t+\alpha) \tag{4}$$

因為如果我們把該式的二次導數代入式(2)也會使式（2）變成恆等式。這時在式（4）中的常數 α 和在式（3）中 α 的值不同，但是在某一定時刻，式（4）中正弦的值等於式（3）中餘弦的值，即式（3）和式（4）表示同一運動。

兩式中常數 a 叫做振動的振幅，宗量 $\omega t+\alpha$ 叫做振動的位相，常數 α 叫做振動的初位相。

式（3）和式(4)叫做諧振動方程式。

現在來研究這些方程式。諧振動的基本特性是它的重複性和週期性。

為研究簡單計，假定振動的初位相 $\alpha=0$，於是：

$$x=a\cos\omega t$$

如以前在第 1 頁上所假定的，正位移取在平衡位置 O 的右邊；而負位移則

取在左邊（圖3）。令 t 等於一系列的特定數值，就可以得到相應的 x 的數值，根據這些數值就可以來決定諧振動的特性。

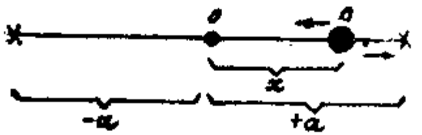

圖 3

在 $t=0$ 時，$\cos\omega t=+1$，由此得 $x=+a$。就是質點 A（見圖3）在 $t=0$ 的時候從平衡位置向右移了一個距離 a。這是質點 A 向右移動的最大可能位移，因為 $\cos\omega t$ 的值不能大於 $+1$。時間 t 增加時，$\cos\omega t$ 的值開始減小，但這時仍保持是正的；力的值也隨着減小；質點左移動，趨向平衡位置 O。在適合條件 $\omega t=\frac{\pi}{2}$ 的時候，即 $t=\frac{\pi}{2\omega}$ 時，質點移到了平衡位置 O。

時間再繼續增加，餘弦取負值。點 A 就離開平衡位置向左移動。在 $t=\frac{\pi}{\omega}$ 的時候，餘弦的值是 -1，由此 $x=-a$，就是點移到了最左邊。此後點又向右移動，再通過平衡位置 O，在時間 $t=T=\frac{2\pi}{\omega}$ 時重又回到最右邊。然後所有的運動開始重複。質點回到起始狀態所需時間 T 叫做振動的**週期**：

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \tag{5}$$

在等於 T 的這一段時間內，振動物體 A 通過路徑上每點各兩次（除了位移最大的兩點 $x=\pm a$）：第一次沿一個方向，第二次沿相反方向。

圓頻率 $\omega=\frac{2\pi}{T}$ 是在 2π 單位時間內的振動數。叫做**振幅**的量 a 就是振動質點離開平衡位置的最大可能位移。

如 $\alpha\neq 0$，在起始時刻 $t=0$，質點 A 在某一位置 $x=a\cos\alpha$ 上。從這一點開始，我們也可以在週期時間內觀察到運動的全部特徵。於是，初位相 α 就決定了振動質點在起始時刻 $t=0$ 的位置。

除了圓頻率 ω 以外，還常常使用每秒內的振動數 $\nu=\frac{1}{T}$。每秒內的振動數叫做振動的**頻率**，它的單位是赫芝(週/秒)例如，200週/秒就是在一秒內振動200次。

ω、ν 和 T 之間的關係是：

$$\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T} \tag{6}$$

將 ω 的值代入式（3），可以得到諧振動方程式的另兩種形式：

$$x=a\cos(2\pi\nu t+\alpha) \tag{3a}$$

$$x=a\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t+\alpha\right) \tag{3b}$$

利用式（1）和關係式 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$，得週期 T 為：

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

這樣，振動週期只和質量及彈性係數有關，也就是只和問題的動力學特性有關。

在許多有關研究振動過程的應用中，用振幅向量的幾何方法表示振動是很方便的。

方法如下：取一根軸，叫它做 X 軸（圖4）。在軸上任意取點 0，從這一點作一根向量，和軸成角 α，α 等於振動的初位相。向量的長度則依某一比例等於振幅 a。從圖上可以看見，向量 a 在 X 軸上的投影等於依同一比例表示的點的初位移 $x=a\cos\alpha$。現在使振幅向量以角速度 ω 沿反時針方向旋轉，則在某一定時刻 t，向量和 X 軸成角 $\omega t+\alpha$，這時向量在 X 軸上的投影等於：

$$x=a\cos(\omega t+\alpha)$$

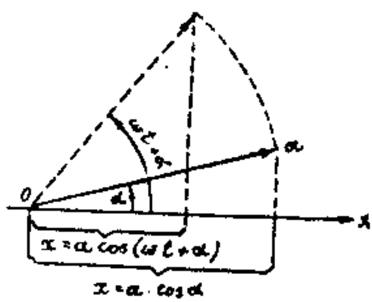

圖 4

這就是在該時刻 t，振動點的位移。由此可以作出結論：在軸上任一點作和軸成角為初位相 α 的振幅向量，該向量繞其始點以角速度 ω 旋轉時，其端點在軸上投影的運動就是諧振動。由此就很明顯了，為什麼 ω 叫做**圓頻率**。

由此也可以很明白地了解那個演示諧振動的著名實驗：就是用平行光線將在水平面上作圓周運動的球體投影到直立屏上。在這個實驗中球的影子作諧振動。

§ 2 諧振動中的速度和加速度 已知諧振動方程式：

$$x=a\cos(\omega t+\alpha) \tag{3}$$

就可以很容易地決定參與這個運動的質點 A 的速度和加速度隨時間變化的規律。已知質點的速度 v 等於位移 x 對時間的導數，$v=\frac{dx}{dt}$。這裡我們也在函數上加一點來表示該函數對時間的導數。於是，微分後得：

$$v=\dot{x}=-a\omega\ \sin\ (\omega t+\alpha) \tag{7}$$

取速度對時間的導數就得質點 A 的加速度：

$$w=\ddot{x}=-a\omega^2\ \cos\ (\omega t+\alpha) \tag{8}$$

用$\omega=\frac{2\pi}{T}$代入式（7）和式（8），得：

$$v=-\frac{2\pi}{T}a\ \sin\ \left(\frac{2\pi}{T}\cdot t+\alpha\right) \tag{7a}$$

$$w=\ddot{x}=-\frac{4\pi^2}{T^2}a\ \cos\ \left(\frac{2\pi}{T}\cdot t+\alpha\right) \tag{8a}$$

根據式（3）可以將後一式改寫爲：

$$w=-\frac{4\pi^2}{T^2}x \tag{2a}$$

由此又得諧振動的加速度正比於位移，且指向平衡位置（與式（2）比較）。

自式（7a）和式（8a）可見，作諧振動的點的速度和加速度是時間的週期性函數，其週期 T 和位移的週期相同。

現在來看速度和加速度在一個完全振動的時間內的變化。爲此我們將 v 和 w 在不同時刻的值，對照着各該時刻的位移 x的值，列成一個表。

爲了簡單起見，製表時假定振動的初位相等於零。

表：不同時刻諧振動的 x，v 和 w 的值

t	x	v	w
0	$+a$	0	$-\frac{4\pi^2}{T^2}a$
$\frac{1}{4}T$	0	$-\frac{2\pi}{T}a$	
$\frac{1}{2}T$	$-a$	0	$+\frac{4\pi^2}{T^2}a$
$\frac{3}{4}T$	0	$+\frac{2\pi}{T}a$	0
T	$+a$	0	$-\frac{4\pi}{T^2}a$

從表中可以見到：質點 A 通過平衡位置時，速度的絕對值達到最大；$v_{max}=\frac{2\pi}{T}\cdot a$；而在極端位置 $x=\pm a$ 上，質點的速度等於零。加速度則相反：在點通過平衡位置時（這時力等於零），加速度爲零，而在極端位置上，加速度的絕對值達到最大 $w_{max}=\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot a$。加速度永遠指向平衡位置。

正如以前所說，振幅和初位相由起始條件決定。假定在起始時刻$t=0$，已知質點的速度等於 v_0，位移是x_0。以這些條件代入式（3）和式（7），得：

$$x_0=a\cos\alpha \qquad (\times)$$

$$v_0=-a\omega\sin\alpha$$

或

$$\frac{v_0}{\omega}=-a\sin\alpha \qquad (\times\times)$$

平方後將式（×）和式（××）逐項相加，得：

$$x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}=a^2$$

由此得：

$$a=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}} \qquad (9)$$

逐項以式（×）除式（××），得：

$$tg\alpha=-\frac{v_0}{\omega x_0} \qquad (10)$$

式（9）和式（10）表示了由初位移 x_0 和初速 v_0 所決定的振幅 a 和初位相 α。由此可知，在同一彈性力作用下的一定質量的質點，隨着起始條件的改變，可以作振幅不等、初位相不同的振動，但振動週期却永遠保持不變。

如果使掛在彈簧上的重物離開它的平衡位置，重物就開始振動，振動的振幅由運動開始時彈簧的伸長程度決定，但其週期則和振幅無關而只決定於質量 m 和彈簧的彈性係數 k。

如上面所說的，振動的初位相和起始時刻的選擇有關：譬如可以選擇當點的位移是 $x_0=+a$ 的時刻為起始時刻，於是依式（9）有：$v_0=0$。依式（10）得初位相等於零：$\alpha=0$。

作為時間（或位相）的函數的位移、速度和加速度常常用圖形來表示。

這種圖如圖 5 所示，這裡假定振動的初位相為零。圖上橫坐標是以週期為單位的時間，縱坐標是任意比例的 x、v 和 w 的值。這裡須要注意的是：所得的曲線（兩條餘弦曲線，一條正弦曲線）並不是點 A 的運動軌跡，它們僅僅有條件地表示出位移、速度和加速度對時間的關係。

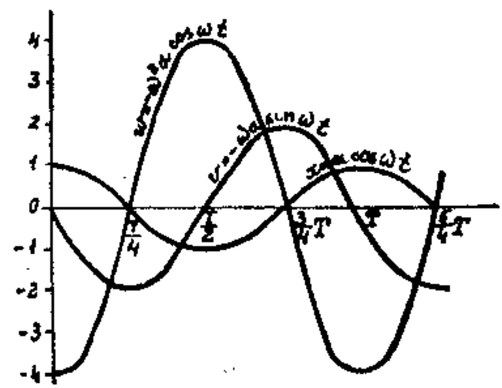

圖 5

位移曲線很容易用實驗方法得到。只要在振動質量下裝一個尖端（圖6），將燻烟的玻璃或紙片用均勻速度在尖端下面拉過，尖端就自動地在玻璃或紙片上畫下位移對時間的函數的曲線。

在線上掛一個底上有小孔的漏斗，在漏斗裡放乾砂。這種擺在振動時也在它下面以均勻速度移動的紙片上用砂畫出。位移曲線。

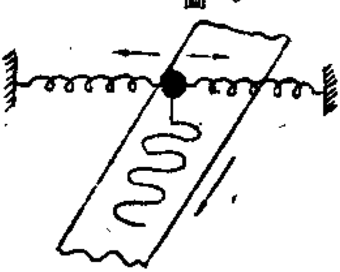

圖 6

§ 3 單擺　懸掛在重量可略而不計的長線下的很小的重物（小球），叫做單擺。

在 §1 中已經指出，這種擺（圖2）在離平衡位置的偏轉不大時，在準彈性力的作用下

作諧振動:

$$P_t = \quad P\varphi$$

以 m 表示擺的質量 w 表示力 P_t 所引起的加速度，g 表示重力加速度，就有:

$$mw = \quad mg\varphi$$

將等式兩邊的m 消去，得:

$$w = -g\varphi \tag{×}$$

角 φ 可以用弧 AB 和擺長 l 的比來代替:

$$\varphi = \frac{AB}{l}$$

弧 $AB=x$ 就起着位移的作用。在角 φ 很小時弧實際上和直線沒有分別。因此，將式（×）中的 φ 代以$\frac{x}{l}$，得:

$$w = -\frac{g}{l}\cdot x$$

就是加速度正比於位移且指向平衡位置。由此我們得到結論: 單擺在作諧振動。此外，依諧振動理論（第 3 頁的式（2）和第 6 頁的式（2a））我們知道，比例常數$\frac{g}{l}$應該等於$\frac{4\pi^2}{T^2}$，由此得:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{11}$$

這就是我們要求的單擺在微小偏轉時的振動週期。從這個式子也可以見到，振動週期只和擺長 l 及該地的重力加速度 g 有關，但和振幅及擺的質量無關。

§ 4 複擺　複擺就是任何一種能在重力的作用下繞水平軸振動的不變形物體。

我們先利用這點，就是所有作用在物體上的重力相當於作用在物體重心 C上，數值上等於物體重量 $P=mg$ 的合力（圖7）。和單擺的情形一樣， 物體在力 P_t

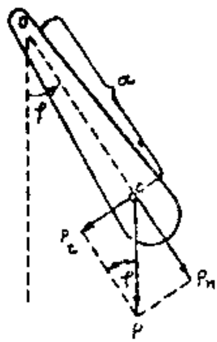

圖 7

的作用下移向平衡位置。在偏轉角度 φ 很微小時，這個力近似地等於：

$$P_t = -P\varphi = -mg\varphi$$

這個力對振動軸 O 的力矩等於：

$$M = P_t \cdot OC = -mg\varphi a \qquad (\times)$$

這裡 a 是振動軸 O 到重心 C 的距離。在這個力矩 M 的作用下，物體獲得角加速度 γ。利用剛體轉動的運動第二定律，角加速度可以用下式來表示：

$$\gamma = \frac{M}{J}$$

這裡 J 是物體對軸 O 的轉動慣量。以式（×）的 M 代入上式，得：

$$\gamma = -\frac{mga}{J}\cdot\varphi \qquad (\times\times)$$

我們知道角加速度是角速度對時間的一次導數，或者是角位移對時間的二次導數：

$$\gamma = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$$

於是式（××）可以改寫成：

$$\ddot{\varphi} = -\frac{mga}{J}\cdot\varphi$$

我們可以看到，擺的角加速度 $\ddot{\varphi}$ 比例於角位移 φ，並且指向平衡位置，就是所得的公式和式（2）是同一類型的。由此得到結論：複擺在作諧振動。並且係數 $-\frac{mga}{J}$ 應該等於 $-\frac{4\pi^2}{T^2}$。因此，複擺的振動週期等於：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}} \qquad (12)$$

那末多長的單擺才能和上述複擺有相同的振動週期呢？

引用決定單擺週期的公式：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

並把它和前面一個式子比較，就得：

$$l = \frac{J}{ma} \tag{13}$$

l 這個量叫做複擺的等値單擺長。

對於單擺，所有的質量 m 都集中在距離軸 $a=l$ 處，這時 $J=ml^2$。把這些值代入式（12）就得單擺週期的公式：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

就是說，單擺是複擺的特例。