物理譯報叢刊

# 低能原子核物理學專集

中國物理學會編輯

科學出版社出版

1958

物 理 譯 報 叢 刊

# 低能原子核物理學專集

中 國 物 理 學 會 編 輯
科 學 出 版 社 出 版
1958

# 目　錄



本書第一次印刷時書名爲“實驗原子核物理學專集(低能量範圍)”，現第二次印刷時改稱“低能原子核物理學專著”。

# 編 者 前 言

本專集包括 10 篇文章，都是在低能量原子核物理學範圍內的論文．這個範圍大致是指牽涉到比能產生 π 介子的能量要小的各種原子核反應和作用的研究．它的主要研究對象是原子核結構．它所包含的內容比較廣，如原子核結構理論，原子核能譜，原子核衰變和大約 100 Mev 以下的原子核反應等都可以包括在內．依照習慣和一些技術上的理由，在這裏一般不考慮原子核質量和原子核磁矩．中子物理學和裂變因為本身有豐富的內容，一般也列為另一門專門學問．

從目前各方面利用原子能的盛況來看，要再來說明低能量原子核物理學的重要性似乎是不必要的．不過這裏想要提醒讀者，和原子核物理學中別的部門比較，它是最成熟的一門．在歷史上，自從倍克勒爾和居里夫婦發現自然放射性原子核直到第二次世界大戰前後反應堆的建成為止的那一段時間內，原子核的研究一直是以低能量範圍為主．中子物理學方面研究工作的開展祇是在發現大規模控制重原子核裂變的連鎖反應的辦法以後才有可能．當然，因為和原子能的應用更為直接地聯系在一起，中子物理學已成為一門富有實踐意義的學問．宇宙線和高能量原子核物理的重大成就也是在較近時期內才獲得的．這是由近幾年來高空探測儀器，能加速粒子到極大能量的巨型加速器，核力場的理論等各方面的進展所促成的．總的說來，低能量原子核物理比起它們來已經經歷了較長的發展途徑，是所有各門原子核物理學的出發點，現階段這一方面的研究工作已經深入而細緻．

本專集論文中首先接觸到的問題就是原子核結構．原子核結構是一個很複雜的問題，這一方面是由於對於多體問題在理論上一直沒有任何很好的處理方法，另一方面是因為我們關於核子間作用力的智識實在非常貧乏．對於核力，我們知道的只是一些籠統的概念，例如：它的作用範圍很小，大概在 $10^{-13}$ 厘米左右，它和電荷無關，它主要帶有交換性質等．核力和核子所帶電荷無關的概念可以說是解釋原子核結構的一個重要的理論基礎．它認為如果略去因質子帶電荷而引起的庫倫場，質子和中子，質子和質子，中子和中子間的作用力場應該是一樣的，中子和質子只不過是一種核子的兩種不同態．這種觀念可以用和表示電子自旋同樣的數學形式表達出來，這就是所謂同位旋理論．用同位旋來說明原子核的能態以在輕原子核的情形最為合適，因為在這裏原子核庫倫場的影響比較小．我們從"物理學進展"中譯出 A. 巴齊和 Я. 斯莫羅廷斯基的論文"同位旋和輕原子核的能級"以作為這方面的介紹．這是一篇綜合報告．內容分兩部分．第一部分以簡明的體裁說明同位旋理論的基本物理概念．第二部分用具體的數據以圖表方式來描述各種已知的輕原子核能級和它們的同位旋分析．

同位旋理論顯然是有它的局限性的．用它來說明輕原子核的結構祇能是粗略的．至於應用到較重的原子核困難更大．不過近年來出現了所謂殼層模型理論，這使人們對於原子核結構的了解大大地向前邁進了一步．從許多實驗上所累積的數據裏我們知道了很多原子核的特性，如原子核的穩定性，磁矩，在自然界中的相對儲量，吸收中子的截面積等；在原子核所包含

中子（或質子）數是 2，20，28，50，82，126 時，和它隣近的原子核相比較有特出的差異．殼層模型理論就是從解釋這些現象出發的．它和在原子物理學中用殼層來描述軌道電子的情况相類似．現在假定在原子核中所有其他核子對於某一核子的總作用可用一靜的勢壘來描述，而原子核的總的內部運動可以從每個核子的獨立運動組合起來．這樣，每個核子所處的能級可以從它的軌道量子數來決定．當然，中子和質子各自受到泡利原理的約束，逐級填充各個能級．如果順序相隣的兩個能級能量差別比較大，中子或質子已把較低的一個能級填滿，這就相當於殼層封閉，正和原子中的稀有氣體的電子殼層相類似．關於殼層模型的討論在物理譯報第 2 卷 2 期中"原子核殼模型的實驗基礎"一文中已詳細介紹．

殼層模型理論不失爲一個很好的唯象理論，因爲它不僅能解釋上面所說原子核包含一定數目的中子或質子時的特性，而且能說明更多的原子核特性，如同質異能躍遷的出現，庫倫激發的截面積等．不過，從理論上說，它是有缺陷的，它要和核力作用範圍小這一觀念相調和是有困難的．也就是說，如果更細緻地考慮問題，就必須考慮由核子間的相互作用而引起的整個原子核的集體振盪．這就是近年來關於原子核結構最成熟的理論——原子核集體運動和綜合模型的理論基礎，它是從殼層模型推演出來的．我們從 K. 謝格朋所編的"$\beta$ 和 $\gamma$ 射線譜學"中譯出 A. 波爾和 B. R. 莫特爾生所寫有關於這一方面的理論的一章作爲介紹．這篇文章的兩位作者都是這一方面的權威，他們對於原子核集體運動的理論有很重要的貢獻．這篇綜合性論文寫得非常明潔，文章中談到由於個別粒子的運動和集體振動相耦合而產生的原子核耦合系統和激發能譜，然後又談到綜合模型所能說明的各種和研究原子核 $\beta$ 和 $\gamma$ 放射有關的原子核特性．當然，要進一步對於這個問題作更深入的了解，必須去參考那些在這篇文章中指出的專門論文．

我們也選擇了較爲專門的兩篇關於原子核集體運動和綜合模型的論文．這是"$Lu^{175}$ 原子核的能級"和"$Lu^{175}$ 中合乎綜合模型的能級和躍遷"．前一篇是實驗工作的論文，後一篇是根據前者實驗數據而進行的理論分析，所以把這兩篇一起介紹．原子核集體旋轉的理論對於變形強烈的（也就是說處於兩殼層之間的）原子核最爲適用．$Lu^{175}$ 是這一類原子核中之一．前一篇論文的作者用研究 $Yb^{175}$（半壽命 4.2 天）和 $Hf^{175}$（半壽命 70 天）射線能譜的方法來細緻地測定 $Lu^{175}$ 的能級，以便確定能級的轉動特性．附帶地他們也把 $Yb^{175}$ 和 $Hf^{175}$ 的衰變系統重新加以確定．後一篇論文是根據玻耳和莫特爾生的理論把前者所測定的實驗數據加以整理和分析．

第五篇譯文"質子轟擊 $Mg^{24}$ 而產生的 $\gamma$ 射線"代表一個典型的低能原子核反應研究．這實驗是用靜電加速器把質子加速到 400kev—3.0Mev 來進行的．$\gamma$ 射線的探測用兩塊大型 NaI(Tl) 晶體，光電倍加管，和符合線路等進行．實驗牽涉到的反應是 $(p, \gamma)$ 反應和非彈性散射．實驗測定了 $\gamma$ 射線的能量和角分佈來決定能級的特性，也測定了 4.7Mev 以下所有能級的 $\gamma$ 射線分支比，以及比質子結合能大的各態的質子非彈性散射與初級 $\gamma$ 躍遷的 $\Gamma_p/\Gamma$ 和部分寬度相乘積的絕對值．在某些情形下，還獲得 $\gamma$ 射線 $E2$ 和 $M1$ 部分的強度混合比．最後用集體模型理論來解釋一些實驗結果．

庫侖激發是近年來在低能原子核反應中開闢的新園地．以前認爲，必須使帶電粒子有足夠能或多或少地滲過原子核庫侖場所形成的障礙並與原子核接近到核力的範圍內的能量，才有可能使它和原子核發生作用．現在發現這並不是必要的，即使帶電粒子在核力範圍外，它所帶的電磁場仍有可能和原子核起作用，把一些原子核的低伏能級激發起來．這對研究原子核

結構,尤其是集體模型理論所指示的那些旋轉能級的研究起極爲重要的作用. 在引起庫侖激發的粒子中,以帶多電荷的重粒子最有利. 因爲在一定的能量下,它們帶電量多而速度低. 這樣,庫侖激發的截面積就大. 而因爲受庫侖勢壘的限制,别的干擾性反應的截面積就小. 再者,在這個情形下,本底 $\gamma$ 射線和X射線的産生也少. 我們所介紹的"氮離子引起原子核庫侖激發的研究"一文裏就具體說明了這些優點. 這篇論文是用 15.6Mev 的帶三個電荷的氮離子對一些原子核庫侖激發研究的初步結果來探討這些問題的.

第七篇譯文"$Be^9$, $N^{14}$ 和 $Zn^{68}$ 核的(d, p)核反應中質子的角分佈"是關於剝裂反應方面的論文. 一般低能原子核反應可以用複核形成的機構來說明. 原子核 A 和 a 發生反應而形成原子核 B 和 b 可用下列方程式來表示

$$A + a \rightarrow C \rightarrow B + b,$$

中間有形成複核 C 的過程. 原子核 C 的性質和衰變的方式在很大的程度上和它形成的方式無關. 這是一般低能原子核反應的情况. 不過,剝裂反應却不能用這樣的機構來說明. 這裏用來作爲核彈 a 的是結構鬆弛的原子核,例如氘核. 當它和作爲靶子的原子核 A 相碰撞時,有時可能不是對面直撞,而是很接近地從旁擦過,這時 a 中所包含的一個鬆弛結合着的核子可能被 A 從 a 中剝奪下來,而 a 的其他部分繼續運動不受阻擾而形成 b, 作爲靶子的原子核和從 a 剝奪下來的部分就合成 B. 這樣就沒有方程式中形成複核 C 的中間過程. 現在我們所談到的這篇論文論述了用這樣一個觀點所計算出來的 (d, p) 反應中質子的角分佈和論文作者對於 $Be^9$, $N^{14}$ 和 $Zn^{68}$ 所作的測定的比較. 論文報導的主要方面是實驗工作.

第八篇譯文"鈷與能量爲 0--100Mev 的質子的核反應"所報告的是用放射化學方法來研究原子核反應産物的工作. 論文的作者對於 0—100Mev 的質子和鈷作用後所産生的 18 種放射性原子核作了絕對激發曲線的測定. 因爲能量變遷的範圍比較大,從這篇論文裏可以看出來,在不同的能量區域内的原子核反應有些質的差異. 在能量較低的區域,反應和上節所提到的形成複核的方式相符合. 在能量高的區域,反應的方式就不是這樣了:一個高能量的粒子被一個原子核吸收而形成高度激發的複核的可能性是不大的, 它多半和原子核中的一個或多個核子碰撞,然後帶着原來能量的大部分從原子核中出來:它可能交換或保持它原來的電荷. 這樣就使得作爲靶子的原子核可能有程度很不相同的激發. 這些原子核大部分都被激發到遠遠超過個别核子的結合能. 如果沒有其他過程的干擾,可能有核子或是小羣核子(像 $\alpha$ 粒子或鋰核等)射出來,直到留下的部分比較穩定爲止. 這就是所謂裂散反應. 這篇論文還論述了原子核殼層結構對於反應産額的影響.

最後兩篇譯文(第九篇"$\beta$ 衰變理論實驗方面的澄清"和第十篇"在 $O^{14}$ 和 $C^{10}$ 的 $\beta$ 衰變中費密相互作用的實驗證據")都是關於 $\beta$ 衰變的. $\beta$ 衰變方面的研究工作是朝着兩個方向進行的. 一方面是測定衰變所放射出的 $\beta$ 和 $\gamma$ 射線的能譜,來決定原子核的能級,作爲探討原子核結構的工作;另一個方向是對於 $\beta$ 作用規律本身的研究. 第三篇和第四篇關於 $Lu^{175}$ 的能級的論文是屬於前一個方面的. 現在這兩篇論文主要是屬於後一個方面的. 第九篇論文首先條理分明地敍述了 $\beta$ 作用的基本規律(這一部分對於剛開始從事這一方面工作的讀者很有用), 接着就分析大量實驗數據, 來決定理論上不能明確的地方, 最後肯定 $\beta$ 作用應該是標量、張量和贗標量作用的組合, 同時還大致估計出每種作用在 $\beta$ 作用中所佔的比重. 第十篇是專題的論文. 它首先用實驗數據肯定 $O^{14}$ 的 $\beta$ 衰變和 $C^{10}$ 到達 $B^{10}$ 1.74Mev 能級的 $\beta$ 分支都是 $0\rightarrow0$ (否)的容許優先躍遷. 這就說明了在 $\beta$ 耦合中需要費密(標量)作用. 然後論文作者又利用 $C^{10}$ 衰

變時的兩個 $\beta$ 分支的數據,來確定費密(標量)作用和葛姆夫-泰勒(張量)作用在 $\beta$ 作用中的相對比重.

以上是關於本期 10 篇譯文的簡略介紹. 限於編者的水平以及篇幅、資料和翻譯人力等各方面的條件,譯文的選譯很難做到恰如其分. 掛一漏萬在所不免. 歡迎讀者指教.

末了,編者對於李整武、張家驊、鄭林生諸先生在編輯工作上的幫助表示衷心的感謝.

梅 鎮 岳

1957 年 6 月

# 同位旋和輕原子核的能級

А. Базь и Я. Смородинский, УФН, 55 (1955), 215

## 第一部分　理　論

### 第一章　核子的同位旋

#### 一. 引　言

有許多理由認爲，作用於核子間的核子力是具有電荷不變性的．這就是說（就波函數對空間坐標和自旋的關係來說），處於相同狀態的三種可能的核子對：質子–質子、中子–中子和質子–中子，它們各自的相互作用是彼此相等的．

雖然電荷不變性的假說在原子核物理中已獲得廣泛的推行，但是直到現在它的正確性還沒有直接的證明．

的確，被人們直接研究過的二核子相互作用，僅僅限於質子對中子及質子對質子的散射現象．如所周知，在已經被研究過的能量範圍內（大約高到 10Mev），只有 $l=0$ 這種狀態（$S$ 態）的散射．因此從這些實驗分析所得的結果，只能說處於 $^1S$ 態的中子–質子的和質子–質子的相互作用是相似的（要注意，由於泡利原理，二質子不能處於 $^3S$ 態）．由於在散射過程中，$l>0$ 這種狀態的參與是微少的，這使得我們在低能區（高到～10Mev）對這些態的相互作用無法作出任何結論．在高能區，對各種問題，已進行了不少工作．其中就有關於 $\pi$ 介子（及其他可能在核子相互作用中起重要作用的介子）和核子相互作用的電荷不變性問題．可是，即使在高能區，雖然現有的一切實驗並不和電荷不變性的假說相矛盾，但這種假說也還沒有精確的證明．

採用電荷不變性的假說，可以推出輕核能譜結構的規律．因此從這點看來，輕核能譜結構的研究，就具有重要的意義．我們可以看到，原子核能譜的結構在目前是這一假說正確性的最確鑿的證明．至少在能量不太高的區域內是如此．

在本文中，我們要指出，和核子力電荷不變性假說有關的能譜具有怎樣的一般特性，以及對這一假說的精確度可以作出什麽結論．

本文由兩部分組成．第一部分中，我們將闡明藉以建立同位旋理論的基本物理概念．在這裏，我們將避免複雜的數學問題而採用不太嚴格但比較直觀的考慮．Шапиро[1] 和 Зельцер[2] 在不久以前所發表的著作中，就理論的問題作了論述，我們把它介紹給讀者．

第二部分包括輕核能級的描述及其同位旋的分析．能級的大部分資料是取自 Ajzenberg 和 Lauritsen[3] 與 Endt 和 Kluyver[4] 關於輕原子核的文章．

#### 二. 核能級的量子特性

衆所周知，任何量子體系的（特別是原子核的）每一個能級是用一組量子數來表徵的．這些量子數和體系的各種對稱性有關，並按照所研究的對稱性的精確與否來區別量子數是精確

的還是近似的．第一類量子數(例如體系的能量和動量矩)在體系經歷任一過程的情況下是嚴格守恆的；第二類量子數，一般說來，可能並不守恆，但這種量子數不守恆的過程的幾率基本上是很小的．後者可以用原子的軌道和自旋量子數作爲例子．它們的守恆僅在 $LS$ 耦合的領域內才是正確的．除了上面說到的精確量子數（能量 $E$ 和自旋 $I$）以外，體系的能級還被另一量子數，宇稱性 $P$ 所表徵．這是由體系的性質對於坐標原點作反射時的不變性所引起的．

必須注意，因爲連續進行兩次坐標反射的結果，如同沒有進行反射一樣，所以體系的波函數在一次反射中可以或者變號，或者不變號．第一種情形中稱體系是“奇宇稱的”，第二種情形就稱它是“偶宇稱的”．

$E$、$I$ 和 $P$ 這三個量子數包羅了全部精確的量子數．

現在讓我們轉而討論“非精確的”量子數．這些數目的引用和核子體系的性質的具體假設相關聯．由於這些假設的近似性質，產生了量子數的不精確性．

從 $jj$ 耦合方式下的核殼層模型可以得到一系列的非精確量子數——原子核中單個核子的動量矩和宇稱性(或者總動量矩和軌道動量矩)．這些量子數的不精確性非常明顯，它是由於忽略了核子間的相互作用所引起的．

同位旋的概念，同樣也具有不精確的性質．

這個概念的發生是和我們所討論的核力的電荷不變性假說有聯系的．電荷不變性的假說要求體系的哈密頓（或拉格朗日）函數在任一質子爲中子所替代，或任一中子爲質子所替代時保持不變．這就是說體系的哈密頓函數對任意粒子的坐標和自旋同時作反演變換時是對稱的．

體系的哈密頓函數對任意反演變換的不變性這一條件，給原子核的波函數以一定的限制．只有在最簡單的情況下，體系由兩個核子組成時，這條件才能歸結爲波函數的對稱或反對稱．一般情形下，這條件的陳述是頗爲複雜的．這些條件可以用同位旋理論的形式把它最簡潔地和最直觀地表述出來，而電荷不變性則表述爲同位旋守恆定律的形式．

## 三．核子的同位旋和核子體系的同位旋

在電荷不變性假說的範圍內，中子和質子被看作是同一粒子（核子）的兩個電荷狀態．在這種情況下，中子和質子這樣地被統一爲一種粒子，使得由電荷不變性假說得出的所有結果，能用十分簡潔的方式來表達出來．此外，用這個辦法來把中子和質子組成的體系的狀態分類，也是十分方便的．

下面敍述我們所用的數學工具．按照前面所說的，核子應該用兩個分量的波函數來描寫．這波函數可以寫成矩陣的形式．在這種形式下，核子的質子狀態和中子狀態分別表示爲：

$$\psi_p=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\qquad \psi_n=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}.$$

引進一個變中子爲質子的變換算符 $\tau_1$．按定義，$\tau_1$ 應具有下面的性質：

$$\tau_1\psi_n=\psi_p;\qquad \tau_1\psi_p=0.$$

容易看到，這一算符可由下列矩陣代表：

$$\tau_1=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}.$$

相似的，具有下列性質

$$\tau_2\psi_p=\psi_n; \qquad \tau_2\psi_n=0$$

的算符 $\tau_2$ 可以寫成

$$\tau_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}.$$

其次，再按照下列等式，引進算符 $\tau_\xi, \tau_\eta, \tau_\zeta$:

$$\tau_\xi=(\tau_1+\tau_2)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\quad \tau_\eta=i(\tau_2-\tau_1)=\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix};\quad \tau_\zeta=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}.$$

這樣定義了的算符 $\tau_\xi, \tau_\eta, \tau_\zeta$ 和自旋理論中熟知的泡利矩陣是一致的．因此具有與後者相同的形式上的性質．不難證明，算符 $\frac{1}{2}\tau_\zeta$ 作用到中子和質子波函數上，可得：

$$\frac{1}{2}\tau_\zeta\psi_p=\frac{1}{2}\psi_\zeta; \qquad \frac{1}{2}\tau_\zeta\psi_n=-\frac{1}{2}\psi_n.$$

所有同位旋理論中的關係式和自旋的非相對論性理論中的類似的關係式是完全相同的．核子的質子狀態相當於自旋投影為 $\frac{1}{2}$ 的狀態；中子狀態則相當於自旋投影為 $-\frac{1}{2}$ 的狀態；而算符 $\frac{1}{2}\tau_\xi$, $\frac{1}{2}\tau_\eta$ 及 $\frac{1}{2}\tau_\zeta$ 則相當於在笛卡兒坐標軸上自旋的投影算符． 因此我們把算符 $\frac{1}{2}\tau_\xi$, $\frac{1}{2}\tau_\eta$ 及 $\frac{1}{2}\tau_\zeta$ 叫做核子同位旋的投影算符，而把核子的兩種電荷狀態看作是核子同位旋 $\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}$ 在 $\zeta$-軸上不同投影的狀態．

為了更進一步導出普通自旋和同位旋間的相似性，必須在形式上引進三維同位旋空間．在這空間裏，可以把 $\tau_\xi, \tau_\eta$ 及 $\tau_\zeta$ 看作矢量算符 $\boldsymbol{\tau}$ 的三個分量． 引進同位旋空間的意義在於使算符 $\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}$ 在這空間中獲得明顯的動量矩算符的意義．在這裏，核子應當看作是同位旋為 $\frac{1}{2}$ 的粒子，而由中子和質子構成的體系狀態的分類問題，就可歸結為熟知的自旋為 $\frac{1}{2}$ 的全同粒子狀態的分類問題，像在原子的電子殼層理論中所遇到的一樣．

既然在電荷不變性假說的範圍內，(p,p)，(p,n) 和 (n,n) 的相互作用是相等的，那末在核內中子和質子就僅僅由於泡利原理而有所區別，因為泡利原理不容許有兩個中子或兩個質子處於同一量子態．另一方面，對於任意兩粒子作自旋和空間坐標的反演變換時，體系的哈密頓函數是對稱的．因此如果把中子和質子看成同一粒子（核子）的不同狀態，則顯然，電荷不變性必然要求：對於任意兩核子作所有五個坐標 $(x, y, z, s_z, \tau_\zeta)$ 的反演變換時，核子體系的哈密頓函數保持不變．這裏直接可以得出：任何一個這樣的體系，其波函數應當在任二核子坐標反演時或者不變（對稱波函數），或者變號（反對稱波函數）．然而，大家知道，中子和質子分別遵從泡利原理，也就是當兩中子或者兩質子的空間坐標和自旋作反演變換時，體系的波函數要變號．因為 $\tau_\zeta$ 在這種反演變換中不變（對所有中子，$\frac{1}{2}\tau_\zeta=-\frac{1}{2}$；對所有質子，$\frac{1}{2}\tau_\zeta=\frac{1}{2}$），所以這種變換可以看作二粒子的所有五個坐標的變換．但如果在所有五個坐標的反演變換下（即使是一個核子對）波函數變號，則很容易看出，波函數對任一核子對的所有五個坐標的反演變換應當是反對稱的．這一論斷通常稱之為廣義的泡利原理．

因此根據核力電荷不變性假說，可以把由中子和質子所組成的體系看成是由服從費密統計的全同粒子--核子（具有電荷自由度的）所組成的體系．

其次是關於這種體系的能級分類問題．為此我們引進核子體系的同位旋的概念．核子體系的同位旋 $\mathbf{T}$ 定義為核子同位旋之和：

$$\mathbf{T}=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}^{(i)},$$

這裏的加號是遍及所有核子的．顯然，這樣規定的算符 $\mathbf{T}$ 是同位旋空間中的矢量，和 $\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}$ 同樣具有動量矩的一切性質．例如，普通動量矩的叠加法則對於核子同位旋的叠加也是適用的[1]．又如在二核子體系的情形下，$T$ 可以採取 0 和 1 的值；三核子體系則爲 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{3}{2}$；四核子體系則爲 0，1 和 2 等等．容易看出，不同同位旋的狀態具有怎樣的物理意義．爲此我們來看，根據定義，$\mathbf{T}$ 爲矢量，$T$ 在任何情形下不小於自身在 $\zeta$ 軸上的投影：$T \geqslant |T_\zeta|$．但 $T_\zeta$ 的表示式可以寫成

$$T_\zeta = \sum_{i=1}^{A} \frac{1}{2}\,\tau_\zeta^i = \frac{1}{2}\,(Z - N),$$

這裏 $Z$ 是質子數，$N$ 是中子數，而 $A$ 是核子總數，$A = N + Z$．因此 $T_\zeta$ 卽等於取反號的原子核中子過剩數之半（在文獻上常常沿用 Wigner 的符號的舊規定，卽中子的 $\frac{1}{2}\tau_\zeta$ 等於 $+\frac{1}{2}$．用這一規定，其他公式裏面也都要變號）．

由此可見，如果某一狀態的同位旋是 $T$，則只有當體系有 $|Z - N| \leqslant 2T$ 時，這狀態才能實現．如 $T = 0$ 的狀態，只有當 $Z = N$ 時才能實現．而 $T = 1$ 的狀態，只當 $Z = N$ 或 $Z = N \pm 1$ 時才實現．

正像上面提到過的，同位旋的引進，使得我們可以用和研究自旋爲 $\frac{1}{2}$ 的全同粒子所組成的體系時同樣的方法來研究核子組成的體系．例如，我們也很便於把建立電子體系的波函數的方法推廣到具有同位旋的體系上去．但我們並不準備這樣做，因爲我們將不注意能級數值的具體計算．後者需要有準確的波函數．對於本文的目的說，限於矢模型已經足夠了．

## 四．同位旋守恆定律

考慮一個由 $Z$ 個質子和 $N$ 個中子組成的處於某一定態的體系，並假定嚴格地滿足核子力的電荷不變性假說．上面已說過，這個假定就是說，當任一中子爲質子替代，或者任一質子爲中子替代時，體系的性質應保持不變．現在我們考慮一中子爲質子所替代的情形．這時得到一個新的體系，但它的哈密頓函數仍然絲毫不差地等於原來體系的哈密頓函數．因此這兩體系的定態應從同一薛定格方程式

$$H\psi = E\psi$$

的解中找得．唯一可能的差別是由於泡利原理引起的，因爲按照泡利原理，在一體系中某些可能的態，在另一體系中將被禁止．能夠在兩體系中都實現的狀態，顯然具有完全相同的性質（它們將有同樣的能量、動量矩、宇稱等等）．

爲了從同位旋的觀點來了解這全部意義，我們來作下列的說明．當一中子爲質子所替代時，體系的同位旋的投影改變一個單位：$T_\zeta \to T_\zeta + 1$（如果質子爲中子所替代時，則 $T_\zeta \to T_\zeta - 1$），也就是說，這樣的替換相當於同位旋空間中的某種轉動．因此，體系的哈密頓函數在這變換中保持不變的這一情況，可以看作是核子體系的哈密頓函數對於同位旋空間中的轉動的不變性．由此直接可得，體系的總同位旋應當是守恆的．它的證明完全類似於普通的動量矩守恆定律的證明[2]．這樣一來，我們得到一個非常重要的定律：在核力的電荷不變性假說下，

1) 量子力學指出，量子力學矢量加法定律，是對易定則的簡單結果．

2) 我們不嚴格地，但直觀地導出了同位旋守恆定律．這定律可以這樣來嚴格推導：在電荷不變性假說下，變中子爲質子的算符 $\tau_1$ 和變質子爲中子的算符 $\tau_2$ 以及算符 $\tau_\zeta$ 都可以和哈密頓算符對易．因此作爲綫性綜合 $\tau_1^{(i)}$ 和 $\tau_2^{(i)}$ 的算符 $\tau_\xi$、$\tau_\eta$、$T_\xi$、$T_\eta$ 和 $T_\zeta$ 也可和體系的哈密頓算符對易．由此可以得出 $T$ 是守恆的．

核子體系的同位旋是運動的積分.

這個守恆定律的結果是,核子體系的每一定態(在量子力學的意義上)應具有確定的同位旋. 這可以從任意兩個可對易的算符應有共同的體系本徵函數這一普遍理論直接得出. 把這一理論應用於對易算符是體系的同位旋算符 $T$ 和哈密頓算符 $H$ 的情形,我們就得到上面的斷語.

# 第二章　同位旋的選擇定則

## 五. 引　言

同位旋守恆定律使得各種核反應遵從一定的選擇定則. 可分兩個重要情形:

(1) 只有核子參加的反應. 我們已知在這種情形下,其總同位旋守恆. 在這種情形中,我們直接從同位旋守恆定律得出:整個核反應過程應如此進行,以使在過程的每一階段中,體系的同位旋都等於初始的同位旋;

(2) 參加反應的不但有核子,而且還有別的粒子($\beta$ 粒子,$\gamma$ 量子),這些粒子的輻射會改變體系的同位旋,因此不能直接應用同位旋守恆定律. 然而可以看出,在核子體系的初態和終態的同位旋之間有某些一定的關係時,和輻射或吸收相應的矩陣元變爲零. 這種情況出現的條件要看相互作用的具體形式而定,它們決定着在這種情形下的同位旋選擇定則.

我們將更詳細地研究這些情形.

## 六. 只有核子參加的反應

重粒子(中子、質子、氘核等)與輕核相互作用時,和特殊的核子力相比較,我們可以忽略庫侖相互作用. 因此可以認爲,核力電荷不變性假說在輕原子核範圍內應用時,具有足夠精確度. 由此可得一系列有興趣的結果:

(1) 因爲氘核和 $\alpha$ 粒子的同位旋等於零,所以在 (d,d)、(d,$\alpha$)、($\alpha$,d) 及 ($\alpha$,$\alpha$) 型反應中,原子核的初態和終態應該有相同的同位旋. 不但如此,如果反應還經過一中間核,則中間核只能處在這樣的態,使得它的同位旋等於反應前原子核的同位旋. 所以,這種類型的核反應,可用來作爲確定原子核各種狀態的同位旋的方法.

最有趣的是起始核同位旋等於零的情形. 例如對於幾乎所有 $2n$ 型的輕核的基態. 在這型反應中,不可能產生同位旋 $T \neq 0$ 的最終核. 此外,在這些反應中,只有 $T = 0$ 的中間核的能級才能出現. 例如在反應 $O^{16}$ (d,$\alpha$) $N^{14}$ 中發現:不管氘核有什麼能量,能量爲 $E = 2.31$Mev 的 $N^{14}$ 的受激態的 $\alpha$ 粒子是不存在的. 因爲核 $O^{16}$ 的基態具有 $T = 0$,並且因爲沒有任何別的選擇定則(如動量矩的或宇稱的)能夠解釋這個禁戒,所以從同位旋守恆定律就可以立即得出:$E = 2.31$Mev 的 $N^{14}$ 能級應有同位旋 $T \geqslant 1$. 事實上,從別的方面的理由知道[5],這一能級的同位旋 $T = 1$.

類似地,如果最初原子核具有 $T = \frac{1}{2}$,則諸如 (d,d) 等型的反應發生時,中間核將只能出現 $T = \frac{1}{2}$ 的能級;而最終核只能在 $T = \frac{1}{2}$ 的態被形成.

(2) 如果在某一反應中形成的中間核處於具有一定的同位旋 $T$ 的態,則這個態應當這樣衰變,使得衰變後粒子的同位旋之矢量和等於 $T$. 這樣,如果中間核處於 $T = 1$ 的態,則只有當生成核也同樣處於 $T = 1$ 的態時,中間核才可能放出 $\alpha$ 粒子或氘核. 例如反應 $N^{15}$(p,$\alpha$)$C^{12}$

中,完全不出現中間核 $O^{16}$ 的激發能爲 $E=12.95$Mev 的受激態. 同時從能量上的考慮知道,在這反應中,原子核 $C^{12}$ 只能在 $T=0$ 的態被形成($C^{12}$ 核的第一個 $T=1$ 的態具有很大的 $\sim 15$ Mev 的激發能). 比較這些數據,容易得出下面的結論: $O^{16}$ 的 $E=12.95$Mev 的能級的同位旋應等於 1(從能量上考慮,更大的 $T$ 值是不可能的).

## 七. $\beta$ 衰變的選擇定則

在計算 $\beta$ 衰變的幾率時,要碰到和核子的同位旋有關的算符的矩陣元的計算. 原來,這種矩陣元的許多性質,在一般形式下可以得到. 爲此利用這一事實: 同位旋算符和普通動量矩算符具有相同的形式上的性質. 例如,它們和動量矩矢量的分量滿足相同的對易定則. 而大家知道,對易定則使我們能得到動量矩矢量分量的各種組合下的矩陣元的一系列普遍的公式. 由於這樣得到的公式只利用了對易定則,所以它們完全可以應用於同位旋算符的矩陣元.

首先,讓我們給出用這種方法得到的某些在計算 $\beta$ 和 $\gamma$ 躍遷幾率的時候經常碰到的算符的選擇定則.

(1) 要是算符 $F$ 對於在同位旋空間中的轉動有不變性(這是很普通的,例如當 $F$ 大體上和核子的同位旋無關時),則在一定的同位旋 $T, T'$ 及其投影 $T_\zeta, T'_\zeta$ 的態之間的矩陣元 $F$, 滿足下列條件:

$$(T\,T_\zeta\,|\,F\,|\,T'\,T'_\zeta)\neq 0,\qquad \text{只當 } T=T';\,T_\zeta=T'_\zeta.$$

(2) 要是算符 $P_\zeta$ 在同位旋空間中轉動時的變化如同矢量的 $\zeta$ 分量一樣(這種算符的最簡單的例子是原子核同位旋的 $\zeta$ 分量算符 $T_\zeta$), 則應用下列選擇定則: $(T\,T_\zeta\,|P_\zeta|\,T'\,T'_\zeta)\neq 0$, 只當 $T-T'=\pm 1$; $T_\zeta=T'_\zeta$ 或 $T=T'$; $T_\zeta=T'_\zeta\neq 0$.

(3) 要是算符 $P_1$ 在同位旋空間中轉動時的變化如同 $P_1=(T_\xi+i\,T_\eta)$一樣,則對 $P_1$ 的矩陣元應用下列選擇定則: $(T\,T_\zeta|P_1|T'T'_\zeta)\neq 0$, 只當 $T-T'=0,\pm 1$; $T_\zeta=T'_\zeta+1$.

(4) 要是算符 $P_2$ 在同位旋空間中轉動時的變化如同$P_2=(T_\xi-i\,T_\eta)$ 一樣,則 $(T\,T_\zeta|P_2|T'\,T'_\zeta)\neq 0$, 只當 $T-T'=0,\pm 1$; $T_\zeta=T'_\zeta-1$.

現在讓我們專門討論 $\beta$ 衰變. 在 $\beta$ 衰變時,核子從一種電荷狀態躍遷到另一電荷狀態 $\beta^-$ 衰變時,中子轉變爲質子;而 $\beta^+$ 衰變時,是質子變爲中子). 與此相應,描寫 $\beta$ 衰變過程的算符具有下列的形式:

$$\mathfrak{M}_1=\sum_i B_i(x,y,z,s_z)\,\tau_1^i\qquad(\beta^-\text{衰變}),$$

$$\mathfrak{M}_2=\sum_i B_i(x,y,z,s_z)\,\tau_2^i\qquad(\beta^+\text{衰變}).$$

這裏 $\tau_1$ 和 $\tau_2$ 分別是變中子爲質子和變質子爲中子的變換算符, 而算符 $B_i$ 和同位旋坐標無關(用 $\beta$ 衰變理論的標準表示法, 對標量變換和矢量變換, $B_i=1$; 對張量變換和贗矢量變換, $B_i=\sigma_i$; 對贗標量變換, $B_i=\beta_i\gamma_5$). 其中的加號是遍及所有核子的.

由 $\mathfrak{M}_1$ 和 $\mathfrak{M}_2$ 的表示式可見, 在同位旋空間中轉動時, 它們的變換分別如同 $\tau_\xi\pm i\tau_\eta$ 一樣. 因此我們可以立刻得出結論: $\beta$ 躍遷只可能在同位旋 $T$ 和 $T'$ 相差不大於 1 的各態之間進行, 即 $T-T'=0,\pm 1$. 在費密選擇定則的情形下, $\Delta T=0$; 在 Gamow-Teller 選擇定則下, 則爲 $\Delta T=0,\pm 1$. 其實,在非相對論性的情形中,費密矩陣元($\beta$ 衰變理論的標量和矢量變換)就歸結爲下列算符的矩陣元: $\sum\tau_1^{(i)}=T_\xi+i\,T_\eta$(在 $\beta^+$ 衰變中則是$\sum\tau_2=T_\xi-i\,T_\eta$). 這

算符是和 $T^2$ 對易的,因此 $T$ 在這種躍遷中守恆.

和算符 $\sum_i \sigma_i \tau_1^{(i)}\left(\text{或} \sum_i \sigma_i \tau_2^{(i)}\right)$ 的矩陣元有關的 Gamow-Teller 矩陣元(對張量變換及贗矢量變換不產生附加的限制,且滿足這一類算符的一般選擇定則: $\Delta T = 0, \pm 1$.

## 八. $\gamma$ 輻射的選擇定則[6]

和 $\beta$ 衰變中的選擇定則類似,我們可以得到 $\gamma$ 輻射中的選擇定則. 這情形下的躍遷算符(核子與電磁場的相互作用哈密頓算符)具有下列形式(我們略去由中子和質子磁矩引起的很弱的相互作用):

$$H = \sum_i \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{2}\left(1 + \tau_\zeta^{(i)}\right) \mathbf{v}_i \mathbf{A}(\mathbf{r}_i),$$

其中 $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{r}_i$ 是第 $i$ 個核子的速度和坐標, $\mathbf{A}$ 是電磁場的矢勢,而加號是遍及所有核子的. 在這個對於所有核子完全對稱的公式中, 已自動顧及由於中子不帶電所以它不和電磁場起作用的情況. 這由於算符 $\frac{1}{2}(1 + \tau_\zeta^{(i)})$ 的引進而達到,因為這算符作用到核子的波函數時是等於零或等於 1,要看核子處在什麼電荷狀態而定(對中子是零,對質子是 1). 算符 $H$ 可改寫成兩部分和的形式:

$$H = H_0 + H_1,$$

其中

$$H_0 = \sum_i \frac{e}{2c} \mathbf{v}_i \mathbf{A}(\mathbf{r}_i); \qquad H_1 = \sum_i \frac{e}{2c} \mathbf{v}_i \mathbf{A}(\mathbf{r}_i) \cdot \tau_\zeta^{(i)};$$

$H_0$ 和核子的同位旋無關,所以它在同位旋空間中是個標量. 從這裏可以得到: 與這部分相互作用哈密頓算符相應的 $\gamma$ 輻射的選擇定則是 $\Delta T = 0$. 其次,第二項 $H_1$ 在同位旋空間中轉動時的改變和矢量的 $\zeta$ 分量一樣. 因此與這部分相互作用算符相應的輻射有如下的選擇定則:

$$\Delta T = 0, \pm 1, \qquad \text{當 } T_\zeta \neq 0,$$
$$\Delta T = \pm 1, \qquad \text{當 } T_\zeta = 0,$$

這就是說, 在 $T_\zeta = 0\,(N = Z)$ 的原子核的情形中, $H_1$ 只能引起不同同位旋的能級間的躍遷. 而另一方面,顯然 $H_0$ 不可能引起電二極矩 ($E1$) 的躍遷. 這是因為從形式上看來,這部分哈密頓算符是和電荷為 $e/2$ 的全同粒子體系的哈密頓算符一樣. 而大家知道,這樣的體系是不可能有電二極矩輻射的. 由此可得一重要定則: $N = Z$ 的原子核不可能在同位旋相同的能級間作二極矩躍遷.

這一結論已被實驗所完全證實. 事實上,已經發現, $T_\zeta = 0$ 的原子核(如 $B^{10}$, $N^{14}$)同位旋相同的能級間的 $E1$ 躍遷是被禁止的,而對於相鄰的 $T_\zeta \neq 0$ 的原子核 ($Be^{10}$, $C^{14}$) 的躍遷,並沒有發現任何由 $T$ 產生的禁戒.

然而必須指出, 由於同位旋引起的 $E1$ 躍遷的禁止並不是絕對的, 只是躍遷幾率減小了幾個數量級而已,並非完全禁止. 其原因有二: 第一, 由於自旋的相互作用引起 $E1$ 躍遷的可能性;第二,原子核的每一態都具有其他同位旋的態的混合. 所以,由於混合態的存在, $E1$ 躍遷就有可能發生.

這一節裏的所有結論都同樣適用於原子核放出 $\gamma$ 量子躍遷到低能級狀態的輻射過程和原子核吸收 $\gamma$ 量子引起核分裂的過程. 這時,在後面這一類反應中,有着一系列的特點. 我們可

以考慮 $4n$ 型原子核爲例．這種原子核的基態有同位旋 $T=0$；而第一個 $T=1$ 的受激態只當能量 $\sim 12$—15Mev 時才能出現．這使得原子核對電二極矩光量子的俘獲有了一個閾．因此，強烈的 $\gamma$ 量子俘獲以及隨之而來的原子核的分裂，只有在 $\gamma$ 量子能量大於 $\sim 15$Mev 時才有可能．

在某些情形下，閾的位置將更高一些．例如在反應 $C^{12}(\gamma,\alpha)Be^8$ 中，$C^{12}$ 核的第一個 $T=1$ 的受激態的能量爲 $E=15.2$Mev，原子核從這能級衰變爲 $\alpha$ 粒子和基態的 $Be^8$，在能量上是可能的．但是在 $Be^8$ 的基態 $T=0$，因此這種衰變爲同位旋守恆定律所禁止．只有在 $\gamma$ 量子的能量足以形成 $Be^8$ 的 $T=1$ 的受激態時，放射 $\alpha$ 粒子的反應才被容許．這相當於 $\gamma$ 量子能量 $E\sim 26$Mev．因此，對於 $E1$ 俘獲這一反應的閾升高到 $\sim 26$Mev．

當用能量不太大的 $\gamma$ 量子輻照 $N=Z+1$；$A=4n+3$ 型的原子核時，也出現類似的躍遷禁戒．因爲這種核在基態的同位旋是 $\frac{1}{2}$，原子核吸收了 $\gamma$ 量子可能躍遷到同位旋爲 $T=\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$ 的態．$T=\frac{1}{2}$ 的受激態可以按兩種方式衰變：放中子或者放氚核．事實上，按照同位旋守恆定律，衰變時形成的原子核可能有 $T=0$ 或 $T=1$（氚的同位旋是 $\frac{1}{2}$），因此由同位旋來考慮，躍遷不會遭到任何禁止．但如果核的受激態具有 $T=\frac{3}{2}$，則終態原子核的同位旋可以等於 1（或 2），但不能等於零．因此只有當能量上允許原子核產生 $T=1$ 的態時，核的衰變才得以進行．這樣就使 $T=\frac{3}{2}$ 的受激態放出氚核成爲不可能．

事實上，放出一個中子之後，剩餘核是 $N=Z$ 的奇-奇核，這種核的 $T=1$ 的態非常靠近基態．但在放氚核的情況下，則剩餘核應當是 $N=Z$ 的偶-偶核．它的所有的低受激態都具有 $T=0$（第一個 $T=1$ 的受激態大約位於 $E\sim 12$—15Mev），因此能量不足以形成 $T=1$ 的剩餘核．所以激發能不太高的能級的同位旋爲 $\frac{3}{2}$ 的起始核，只可能放出中子；而能級的同位旋爲 $T=\frac{1}{2}$ 的核，則放中子和氚核都是可能的．用這種方法能成功地確定 $A=4n+3$ 型偶-奇核的受激態的同位旋．例如已找到 $Li^7$ 核的第一個 $T=\frac{3}{2}$ 的受激態，能量爲 $E=9.3$Mev．

## 第三章　同位旋的精確度

前兩章中，我們完全忽略了中子與質子所固有的和用來區別這兩類粒子的那些性質（質量、電荷、磁矩）．事實上，中子和質子並不完全均等，例如，在兩質子相互作用時，除核子力外，還必須考慮到它們的電荷的相互作用；但是中子卻不經受庫倫力的作用．所以核子體系的哈密頓算符一般說來並不是電荷不變的，因此就不能把同位旋看作是精確的量子數．但是在輕原子核的範圍，庫倫相互作用比核子力要小（後面我們要規定小的標準），因此，哈密頓函數中非電荷不變項可以看作是"非微擾的"電荷不變的哈密頓函數的很小的附加項，並對它應用普遍的微擾理論．在這一近似中，總同位旋已不再守恆，因此核子體系的狀態已成爲各個不同同位旋的混合態．然而目前我們可以把哈密頓函數中的非電荷不變項看作是一個很小的附加項，只有同位旋的一種數值（非微擾狀態）在這混合態中起主要的作用．在這情形下，攙合物是小的，因而同位旋作爲表徵核子體系不同狀態的近似量子數說來，仍然有它的意義．

### 九．非電荷不變項的分離

原子核的精確哈密頓算符可以寫成下列形式：

$$H=V_0+\frac{1}{4}\sum_i P_i^2\left(\frac{1+\tau_\zeta^{(i)}}{m_p}+\frac{1-\tau_\zeta^{(i)}}{m_n}\right)+\sum_{i>k}\frac{e^2}{4r_{ik}}\left(1+\tau_\zeta^{(i)}\right)\left(1+\tau_\zeta^{(k)}\right),$$

其中 $V_0$ 是描寫原子核的核子相互作用項，假定它是電荷不變的；第二和第三項則相當於核子的動能和庫倫相互作用能．把電荷不變部分從動能算符中分離出來，這一式子就可改寫爲下列形式：

$$H = V_0 + \sum \frac{P_i^2}{4}\left(\frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_n}\right) + $$

$$+ \frac{m_n - m_p}{m_n} \sum_i \frac{P_i^2}{2m_p} \tau_\zeta^{(i)} + \sum_{i>k} \frac{e^2}{4r_{ik}} (1 + \tau_\zeta^{(i)})(1 + \tau_\zeta^{(k)})$$

$$= H_0 + \frac{m_n - m_p}{m_r} \sum_i \frac{P_i^2}{2m_p} \cdot \tau_\zeta^{(i)} + $$

$$+ \sum_{i>k} \frac{e^2}{4r_{ik}} (1 + \tau_\zeta^{(i)})(1 + \tau_\zeta^{(k)}) = H_0 + v_1 + v_2,$$

其中 $H_0$ 哈密頓算符的電荷不變部分，而 $v_1$ 和 $v_2$ 分別是動能算符的非電荷不變部分和庫倫能算符．在這一式子中，$H_0$ 是“非微擾”哈密頓量；$v_1$ 和 $v_2$ 則是使同位旋不再是量子數的附加項．也就是說，原子核的波函數是和同位旋各種數值有關的波函數之和．我們將認爲，只有同位旋某一值的波函數起着主要作用，而其餘的波函數是微小的“攙合物”．由於我們只對輕核範圍內的同位旋的精確度發生興趣，而在這範圍內，非電荷不變部分是小的微擾，因此這樣的假設是合理的．

考慮某一有一定動量矩 $J$、宇稱 $P$ 和同位旋 $T$ 的狀態的體系．這些狀態由下列波函數代表：

$$\psi_m \quad (m = 0, 1, \cdots).$$

這些狀態以同位旋和某些其他可能的量子數[1]彼此區別，它們是非微擾算符 $H_0$ 的本徵函數．令 $\psi_0$ 表示基態波函數，則原子核的精確波函數具有下列形式：

$$\psi = \psi_0 + \sum \alpha_{0m} \psi_m.$$

係數 $\alpha_{0m}$ 可由微擾論的熟知公式得到．我們只需它的模的平方：

$$|\alpha_{0m}|^2 = \left| \frac{(\psi_0 | v | \psi_m)}{(E_0 - E_m)} \right|^2,$$

上式中的分子是微擾 $v = v_1 + v_2$ 的矩陣元，可用非微擾算符 $H_0$ 的波函數計算出．

用狀態的“純度”來表示“攙合分數”(Radicati[8,9])：

$$\xi = \sum_{m \neq 0} |\alpha_{0m}|^2.$$

要知道波函數 $\psi_m$ 才能計算這一數量，但我們如果用能量差的平均值$(\triangle E)$代替能量差，則可以簡單地估計出和的值．用對所有 $m$ 的和代替對 $m \neq 0$ 的和，於是可得：

$$\xi = \sum_{m \neq 0} \left| \frac{\psi_0 | v | \psi_m)}{(E_m - E_0)} \right|^2 < \frac{1}{(\triangle E)^2} \sum_m (\psi_0 | v | \psi_m)(\psi_0 | v | \psi_m)^*$$

$$= \frac{1}{(\triangle E)^2} \sum_m (\psi_0 | v | \psi_m)(\psi_m | v | \psi_0) = \frac{1}{(\triangle E)^2} (\psi_0 | v^2 | \psi_0).$$

在上面的演算中，我們利用了 $v$ 矩陣的厄密性質和矩陣的乘法規則．

因爲矩陣元 $(\psi_0|v^2|\psi_0)$ 簡單地只是算符 $v = v_1 + v_2$ 的平方的平均值，所以很容易由實驗

1) 對多粒子體系，給定 $J$、$P$、$T$ 還不足以唯一地確定系統的態　一般說，進一步的分類，須取決於核力的具體性質．

數據估計它的值．不難相信，$v_1$ 項比起 $v_2$ 項來是可以忽略的．事實上，從算符 $v_1$、$v_2$ 的定義，它們的平均值很容易估計如下：

$$\bar{v}_1 = \frac{m_n - m_p}{m_n} \cdot \overline{\sum_i \frac{P_i^2}{2m_p} \tau_\zeta^{(i)}} \approx \frac{m_n - m_p}{m_n} \cdot \varepsilon \cdot T_\zeta,$$

這裏，$\varepsilon$ 是核子在原子核中的動能 ($\varepsilon \sim 8$Mev)[1]．由此可得 $\bar{v}_1$ 的數量級爲 $\sim 0.01$Mev；而

$$\bar{v}_2 = \sum_{i>k} \frac{e^2}{4r_{ik}} (1+\tau_\zeta^{(i)})(1+\tau_\zeta^{(k)}) \approx \frac{Z(Z-1)}{2} \cdot 0.5 \text{ Mev},$$

其中 $Z$ 是原子核電荷數，0.5Mev 是原子核中兩質子的平均庫倫相互作用能．這樣一來，我們可得出結論：因爲質子和中子的質量差的影響很小，所以在 $\xi$ 的計算中只需考慮質子的庫倫能，我們得到下面的估計值：

$$\xi \leqslant \frac{\bar{v}_2^2}{(\Delta E)^2}.$$

要知道許多能級的位置才能確定 $\Delta E$．爲了便於理解，我們不妨用所考慮的能級和附近具有相同 $J$、$P$ 但不同同位旋的能級的間距來代替 $\Delta E$．這樣我們就得到了 $\xi$ 值的上限．

這種估計，對 Be 給出 $\xi \approx 10^{-3} - 10^{-4}$；對 $O^{16}$，$\xi \approx 0.1 - 0.5$．這些數值顯然是取得太大了．分析那些違反選擇定則的實驗數據，可得出較小的 $\xi$ 值[8-12]．顯然，直到 $Z \sim 20$，基態的同位旋仍保持它的意義．對於受激態，同位旋則早就不再是量子數了．

高受激態沒有確定的同位旋這個普遍結論已爲實驗材料[13]所證實．例如從 $N^{15}$ (p,$\alpha$) $C^{12}$ (基態) 和 $N^{15}$ (p,$\gamma$) $O^{16}$ (基態) 兩反應的數據分析已確定：能量爲 13.09 Mev 的 $O^{16}$ 的受激態顯然沒有確定的同位旋，而是 $T=0$ 態和 $T=1$ 態的混合態(這一結論的根據是：這個能級對於 $C^{12}+\alpha$ 和 $O^{16}+\gamma$ 兩種衰變，大約有相等的幾率．而按同位旋選擇定則，第一種衰變，只當 $O^{16}$ 有 $T=0$ 時才可能，而第二種方式的衰變則要求 $T=1$)．目前還知道一個顯然不具有確定同位旋的能級，這是 $B^{10}$ 核的能量爲 7.48Mev 的受激態．與第一種情形一樣，這一結論的獲得是基於這一受激態按 $B^{10*} \rightarrow \alpha + Li^6$ 和按 $B^{10*} \rightarrow B^{10} + \gamma$ 兩方式的衰變都有極大的幾率．

# 第四章　輕核的相似能級

## 十　相　似　態[2]

上面已經不止一次提到，在 $Z \leqslant 15-25$ 的輕核中，質子的庫侖相互作用比特殊的原子核力要小．從這裏可以直接知道（參看第一章第五節），要是用中子代替原子核中的一個質子或者相反，就得到新的原子核，而這個原子核的哈密頓函數和原來的原子核的哈密頓函數的差別是不顯著的；唯一本質的差別是在於：其中一種原子核所允許的一部分的態，在另一種原子核中將被泡利原理所禁止．

在這兩種原子核中都可能有的態具有相同的性質，也就是說，這些態(相似態)有相同的動量矩、宇稱、同位旋和內部的結構；一個原子核中的兩個這樣的態之間的能量差將大體上和另一個原子核中的相當態之間的能量差相等．這兩種原子核之間的某些差別是由於庫侖能的不

1) 核子在原子核中的動能應爲 $\varepsilon \sim 20$Mev，從而 $\bar{v}_1 \sim 0.03$Mev．但這對下面所得的結論並沒有影響——譯註．

2) 參看 Б. С. Джелепов 的著作[14]和不久以前同一個作者發表的概述[20]．