高考题题高分丛书

高考数学

《丛书》总策划：江夏 肖毅 余健棠

选择题题题高分

数学科目主编：刘佛清 梁法驯
本　　书主编：梁法驯 刘佛清

· 汇集近十年高考试题及答案
· 提供一批高考仿真试题供实战演练
· 分析试题点明获取高分的思路与技法
· 适用于“3+X”、“3+2” 模式

3+

中南大学出版社

TITIGAOFEN

高考题题高分丛书

高考数学选择题题题高分

本书主编：梁法驯　刘佛清

数学科目主编：刘佛清　梁法驯

《丛书》总策划：江　夏　肖　毅　余健棠

中南大学出版社

高考数学选择题题题高分

本书主编　梁法驯　刘佛清

□责任编辑　羊　禾　李立鹏
□策划编辑　刘　辉
□出版发行　中南大学出版社
　　　　　社址:长沙市麓山南路　邮编:410083
　　　　　发行科电话:0731-8876770　传真:0731-8829482
　　　　　电子邮件:csucbs @ public. cs. hn. cn
□经　　销　湖南省新华书店
□印　　装　湖南望城湘江印刷厂

□开本　787×1092 1/16　□印张　9.75　□字数　309 千字
□版次　2001 年 8 月第 1 版　□2001 年 8 月第 1 次印刷
□印数　00001—13000
□书号　ISBN 7-81061-427-4/G · 099
□定价　10.00 元

内 容 提 要

本书内容由两部分组成，第一部分，试题展示分析，汇编了 1991～2001 年普通高等学校招生全国统一考试的选择题，按现行课本顺次分类，共 13 章，为了便于单元复习和测试训练，试题的安排基本上与教材同步，每道题都给出了解答过程，并将试题与解答过程分开编写；第二部分，汇编了 32 套仿真选择试题，先展示后解答，安排了两套完整的 2002 年高考模拟试卷并提供详细的解答。

本书适合参加高考者复习和在校高中生参考。

《丛书》总序

为了适应“3＋X”、“3＋2”高考改革的需要，为了给高中学生提供一套科学的、贴近高考实战的复习资料，我们特组织湖北省武汉、黄冈、荆州市的一批高中的特级教师和对高考规律及高考试题解题方法有深入研究的教授、专家共同编撰《高考题题高分丛书》。

我们认为，一套科学的贴近高考实战的复习资料应具五个条件：

第一、必须对近几年的高考试题有所介绍、有所归纳并有中肯的分析。借鉴、了解近几年的考试题目，从中分析出避免错误、获得高分的题解思路、方法与技巧，这对于今天考生提高应试能力具有很大的作用。

第二、必须有覆盖面很广的复习测试题或模拟题。所设计的复习测试题或模拟题应有与历届各科高考试题相对应的较广的覆盖面。

第三、必须有相应的承前性与预测性。承前性是指在制作复习自测题或模似题时要使高考试卷的结构形式保持相对的完整性。预测性是指对未来高考检验知识的方式、形式应有预测，并根据预测精心制作复习测试题或模拟题，使考生在演练中获得较大的效益。

第四、必须给予复习者以仿真的考时练。也就是说，复习测试题或模拟题在份量、标准、时间等方面都应与高考试卷的要求一样，使演习的考生都有仿真的实战感受。

第五、必须教给考生避免错误与获取高分的方法。无论是历届高考试题还是自测题、模拟题，都应仔细分析，使考生熟练地掌握避免错误、获取高分的方法，且这种方法应该是简单明确、易于掌握的。

《高考题题高分丛书》正是体现了以上五条标准。这套丛书首批书是与语文、数学、英语高考试卷中的试题题型相对应，每类题型编撰一种书(共十二种)。

语文科目由江夏、肖毅教授主编，共四种书：《高考语文作文题题高分》、《高考语文文言文题题高分》、《高考语文现代文题题高分》、《高考语文综合题题题高分》。

数学科目由刘佛清特级教师、梁法驯教授主编。共三种书：《高考数学选择题题题高分》、《高考数学填空题题题高分》、《高考数学解答题题题高分》。

英语科目由张冰梅特级教师主编。共五种书：《高考英语单项填空题题高分》、《高考英语完形填空题题高分》、《高考英语阅读理解题题高分》、《高考英语短文改错、书面表达题题高分》、《高考英语听力题题高分》。

这套丛书中，每本书都有两部分内容：第一部分是将近十年高考试卷中同类的试题汇集在一起，并根据高考评分标准对近几年的试题进行分析，传授考生获得高分的良策；同时将前几年的试题展示在书中，供考生演练。第二部分是根据国家新的《教学大纲》和《考试说明》及“3＋X”、“3＋2”高考命题的趋势，参照高考该类型试题的实战时间、份量、标准，提供一批仿真试题，供考生作“考时练”，帮助考生进一步掌握获得高分的解题思路和方法。同时，每本书都附录有两套“高考语文(或数学、或英语)模拟试卷”(全卷)，供考生全面测试自己应考的能力。

在策划和编撰这套《丛书》的过程中，得到黄冈市、荆州市及武汉大学附属中学、华中科技大学附属中学、湖南师范大学附属中学等一批特级教师和高级教师的支持，同时得到了张元忠教授、刘其寿校长的支持。在此，对他们表示最衷心的感谢！

中南大学出版社、新疆大学出版社社领导、有关编辑在这套《丛书》的策划、组稿、质量把关等方面做了大量的有效的工作，武汉诺亚信息传播有限责任公司对《丛书》的编撰出版给予全力的支持，在此一并表示诚挚的谢意！

《丛书》总策划：江夏　肖毅　余健棠

前 言

高考数学选拔的特点是以解题能力的高低为标准，而考生是以解题的速度和解题的正确率来表现能力的强弱. 高考复习要以解题为中心，巩固“三基”，提高解题能力. 为了配合高考复习解题训练，我们编写了这套《高考题题高分丛书》. 本书《高考数学选择题题高分》就是这套丛书的三种书目之一.

目前高考数学试卷由选择题、填空题和解答题三类题目组成，其中速择题占全卷150分的40%，即60分，题量12个；填空题占全卷总分的10.7%，即16分，题量为4个；解答题包括计算题、证明题、讨论题和应用题等，占全卷总分的49. 3%，即74分.

试卷合成后，分为Ⅰ卷和Ⅱ卷，其中Ⅰ卷为选择题，Ⅱ卷为非选择题，全卷答题时间为120分钟.

试卷中的选择题，都是“四选一”的辨证选择题，这样的题目都是由题干加上四个选择项构成. 如果题干是不完全的陈述句，那么题干加上正确的选择项，就组成真命题；而题干加上错误的选择项，组成的是假命题. 如果题干是疑问句，那么选择项就成为答句，而其中只有一个选择项是正确的答句.

本书包括两部分：第一部分，试题展示分析，汇编1991～2001年普通高等学校招生全国统一考试的选择题，按现行课本顺序分为13章，为了便于单元复习和测试训练，试题的安排基本上与教材同步，每道题都给出解答过程，并将试题与解答过程分开编写；第二部分，模拟仿真，汇编了32套仿真选择试题，先展示后解答，然后安排了2套完整的2002年高考模拟试卷及其解答.

本书由梁法驯教授和特级教师刘佛清主编，参加编写人员有伊彦波、王圣中、王先东、郑家鲸、贺斌、马锐雄、陶伟宏、陈坚球、马维勇、冯先庭、杨学耀.

由于时间仓促和水平所限，书中错漏在所难免，敬请读者指正.

编 者

2001年8月于武汉

目　　录

第一部分　展示分析

第二部分　模拟仿真

第一部分　展示分析

壹　代数篇

一、幂函数、指数函数和对数函数

考试内容和考试要求

(1)理解集合、子集、交集、并集、补集的概念,了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能掌握有关的术语和符号,能正确地表示一些较简单的集合.

(2)了解映射的概念,在此基础上理解函数及其有关的概念,掌握互为反函数的函数图象间的关系.

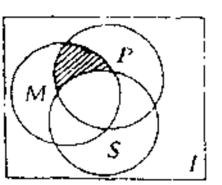
(3)理解函数的单调性和奇偶性的概念.并能判断一些简单函数的单调性和奇偶性,能利用函数的奇偶性与图象的对称性的关系描绘函数图象.

(4)掌握幂函数、指数函数、对数函数的概念及其图象和性质,并会解简单的指数方程和对数方程.

试题展示

1. 设集合 $A=\{x|x\in\mathbf{Z}$ 且 $-10\leqslant x\leqslant -1\}$, $B=\{x|x\in\mathbf{Z}$ 且 $|x|\leqslant 5\}$,则 $A\cup B$ 中的元素个数是　(　)
   (A)11　(B)10　(C)16　(D)15

2. 如图所示,I 是全集,M、P、S 是 I 是 3 个子集,
   则阴影部分所表示的集合是　(　)
   (A)$(M\cap P)\cap\overline{S}$　(B)$(M\cap P)\cup S$
   (C)$(M\cap P)\cap S$　(D)$(M\cap P)\cup\overline{S}$



(第 2 题图)

3. 已知全集 $I=\mathbf{N}$,集合 $A=\{x|x=2n,n\in\mathbf{N}\}$, $B=\{x|x=4n,n\in\mathbf{N}\}$,则　(　)
   (A)$I=A\cup B$　(B)$I=\overline{A}\cup B$　(C)$I=A\cup\overline{B}$　(D)$I=\overline{A}\cup\overline{B}$

4. 设全集 $I=\{1,2,3,4,5,6,7\}$,集合 $A=\{1,3,5,7\}$, $B=\{3,5\}$,则　(　)
   (A)$I=A\cup B$　(B)$I=\overline{A}\cup B$　(C)$I=A\cup\overline{B}$　(D)$I=\overline{A}\cup\overline{B}$

5. 已知 I 为全集,集合 M、$N\subset I$,若 $M\cap N=N$,则　(　)
   (A)$\overline{M}\supseteq\overline{N}$　(B)$M\subseteq\overline{N}$　(C)$\overline{M}\subseteq\overline{N}$　(D)$M\supseteq\overline{N}$

6. 已知全集 $I=\{0,-1,-2,-3,-4\}$,集合 $M=\{0,-1,-2\}$, $N=\{0,-3,-4\}$,则 $\overline{M}\cap N=$　(　)
   (A)$\{0\}$　(B)$\{-3,-4\}$　(C)$\{-1,-2\}$　(D)$\varnothing$

7. 设全集 $I=\{0,1,2,3,4\}$,集合 $A=\{0,1,2,3\}$,集合 $B=\{2,3,4\}$,则 $\overline{A}\cup\overline{B}=$　(　)
   (A)$\{0\}$　(B)$\{0,1\}$　(C)$\{0,1,4\}$　(D)$\{0,1,2,3,4\}$

8. 集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$, $N=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{k\pi}{4}+\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,则　(　)
   (A)$M=N$　(B)$M\supset N$　(C)$M\subset N$　(D)$M\cap N=\varnothing$

9. 甲、乙、丙三个命题，如果甲是乙的必要条件；丙是乙的充分条件但非乙的必要条件，则　　(　　)

(A)丙是甲的充分条件，但非必要条件　　(B)丙是甲的必要条件，但非充分条件

(C)丙是甲的充要条件　　(D)丙不是甲的充分条件，也非必要条件

10. 设集合 A 和 B 都是自然数集合 N，映射 $f:A\to B$ 把集合 A 中的元素 n 映射到集合 B 中的元素 2^n+n，则在映射 f 下，像 20 的原像是　　(　　)

(A)2　(B)3　(C)4　(D)5

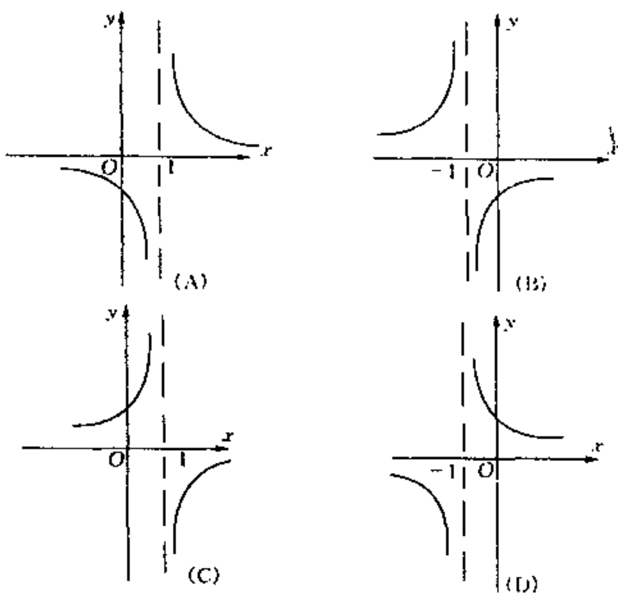
11. 已知映射 $f:A\to B$，其中，集合 $A=\{-3,-2,-1,1,2,3,4\}$，集合 B 中的元素都是 A 中元素在映射 f 下的像，且对任意的 $a\in A$，在 B 中和它对应的元素是 $|a|$，则集合 B 中元素的个数是　　(　　)

(A)6　(B)5　(C)4　(D)7

12. 设 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的奇函数，$f(x+2)=-f(x)$，当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，$f(x)=x$，则 $f(7.5)$ 等于　　(　　)

(A)0.5　(B)-0.5　(C)1.5　(D)-1.5

13. 函数 $y=-\dfrac{1}{x+1}$ 的图象是　　(　　)



（第 13 题图）

14. 设函数 $f(x)=1-\sqrt{1-x^2}\,(-1\leqslant x\leqslant 0)$，则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象是　　(　　)

15. 函数 $y=a^{|x|}\,(a>1)$ 的图象是　　(　　)

16. 向高为 H 的水瓶中注水，注满为止，如果注水量 V 与水深 h 的函数关系的图象如左下图所示，那么水瓶的形状是　　(　　)

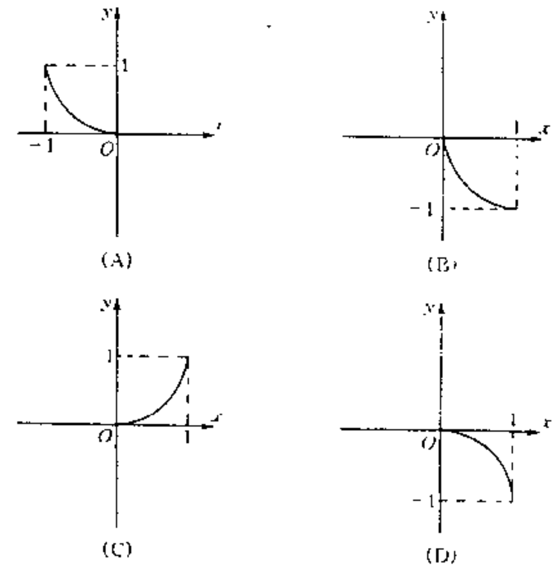
17. 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3,7]$ 上是增函数且最小值为 5，那么 $f(x)$ 在区间 $[-7,-3]$ 上是　　(　　)

(A)增函数且最小值为 -5　(B)增函数且最大值为 -5

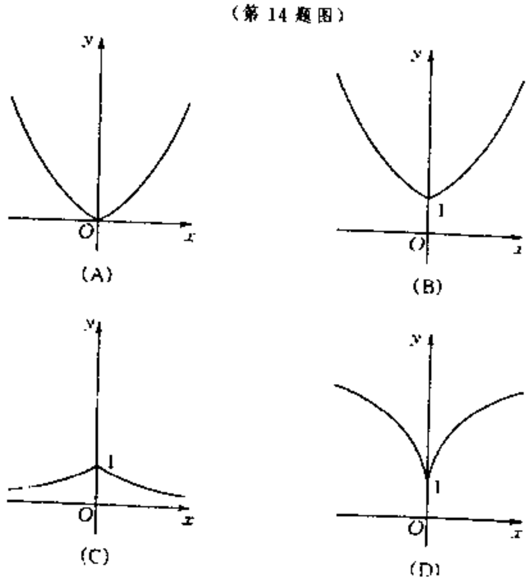
(C)减函数且最小值为 -5　(D)减函数且最大值为 -5

18. 函数 $f(x)$ 为增函数；偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0,+\infty]$ 的图象与 $f(x)$ 的图象重合，设 $a>b>0$，给出下列不等式

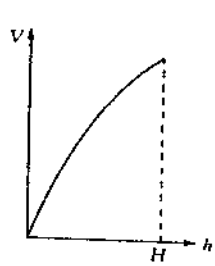
①$f(b)-f(-a)>g(a)-g(-b)$　　②$f(b)-f(-a)<g(a)-g(-b)$



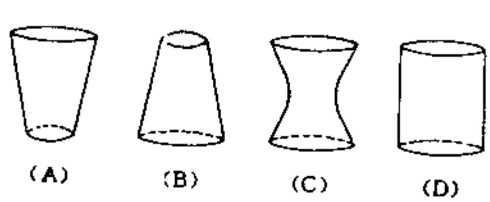
（第 14 题图）



（第 15 题图）



（第 16 题(a)图）



（第 16 题(b)图）

③$f(a) - f(-b) > g(b) - g(-a)$　　④$f(a) - f(-b) < g(b) - g(-a)$

其中成立的是　（　）

(A)①与④　(B)②与③　(C)①与③　(D)②与④

19. 定义在$(-\infty, +\infty)$上的任意函数$f(x)$都可以表示成一个奇函数$g(x)$和一个偶函数$h(x)$之和. 如果$f(x) = \lg(10^x + 1)$, $x \in (-\infty, +\infty)$, 那么　（　）

(A)$g(x) = x$, $h(x) = \lg(10^x + 10^{-x} + 2)$

(B)$g(x) = \frac{1}{2}[\lg(10^x + 1) + x]$, $h(x) = \frac{1}{2}[\lg(10^x + 1) - x]$

(C)$g(x) = \frac{x}{2}$, $h(x) = \lg(10^x + 1) - \frac{x}{2}$

(D)$g(x) = -\frac{x}{2}$, $h(x) = \lg(10^x + 1) + \frac{x}{2}$

20. 对于定义域是$\mathbf{R}$的任何奇函数$f(x)$, 都有　（　）

(A)$f(x) - f(-x) > 0(x \in \mathbf{R})$　(B)$f(x) - f(-x) \leqslant 0(x \in \mathbf{R})$

(C)$f(x)f(-x) \leqslant 0(x \in \mathbf{R})$　(D)$f(x)f(-x) > 0(x \in \mathbf{R})$

21. $y = x^{\frac{3}{5}}$在$[-1,1]$上是　（　）

(A)增函数且是偶函数　(B)增函数且是奇函数

(C)减函数且是奇函数　(D)减函数且是偶函数

22. 若a,b是实数,且$a > b$,则　（　）

(A)$a^2 > b^2$　(B)$\frac{b}{a} < 1$　(C)$\lg(a - b) > 0$　(D)$(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$

23. 已知$y = \log_a(2 - ax)$在$[0,1]$上是x的减函数,则a的取值范围是　（　）

(A)$(0,1)$　(B)$(1,2)$　(C)$(0,2)$　(D)$[2, +\infty)$

24. 函数$f(x) = \frac{1}{x}(x \neq 0)$的反函数是$f^{-1}(x) =$　（　）

(A)$x(x \neq 0)$　(B)$\frac{1}{x}(x \neq 0)$　(C)$-x(x \neq 0)$　(D)$-\frac{1}{x}(x \neq 0)$

25. 函数$y = \log_{\frac{1}{2}}(1 - x)(x < 1)$的反函数是　（　）

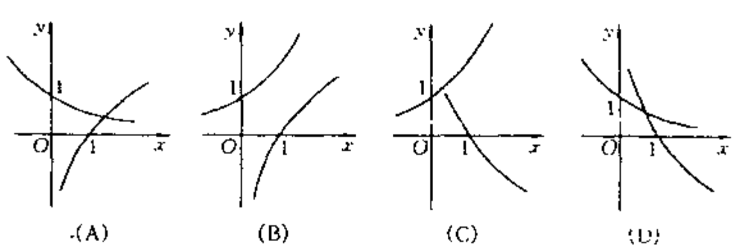
(A)$y = 1 + 2^{-x}(x \in \mathbf{R})$　(B)$y = 1 - 2^{-x}(x \in \mathbf{R})$

(C)$y = 1 + 3^x(x \in \mathbf{R})$　(D)$y = 1 - 2^x(x \in \mathbf{R})$

26. 若函数$y = f(x)$的反函数是$y = g(x)$, $f(a) = b$, $ab \neq 0$,则$g(b)$等于　（　）

(A)b　(B)a^{-1}　(C)a　(D)b^{-1}

27. 当$a > 1$时,在同一坐标系中,函数$y = a^{-x}$与$y = \log_a x$的图象是　（　）



(第 27 题图)

28. 将$y = 2^x$的图象　（　）

(A)先向左平行移动 1 个单位　(B)先向右平行移动 1 个单位

(C)先向上平行移动 1 个单位　(D)先向下平行移动 1 个单位

再作关于直线 $y = x$ 对称的图象,可得到函数 $y = \log_2(x+1)$ 的图象.

29. 设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集上,则函数 $y = f(x-1)$ 与 $y = f(1-x)$ 的图象关于 (　　)

(A) 直线 $y = 0$ 对称　　(B) 直线 $x = 0$ 对称

(C) 直线 $y = 1$ 对称　　(B) 直线 $x = 1$ 对称

30. 若定义在区间 $(-1,0)$ 内的函数 $f(x) = \log_2(x+1)$ 满足 $f(x) > 0$,则 a 的取值范围是 (　　)

(A)$(\frac{1}{2}, +\infty$　　(B)$(0, \frac{1}{2}]$　　(C)$(0, \frac{1}{2})$　　(D)$(0, +\infty)$

31. 设 $f(x)$、$g(x)$ 都是单调函数,有如下四个命题:

① 若 $f(x)$ 单调递增,$g(x)$ 单调递增,则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;

② 若 $f(x)$ 单调递增,$g(x)$ 单调递减,则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;

③ 若 $f(x)$ 单调递减,$g(x)$ 单调递增,则 $f(x) - g(x)$ 单调递减;

④ 若 $f(x)$ 单调递减,$g(x)$ 单调递减,则 $f(x) - g(x)$ 单调递减;

其中,正确的命题是 (　　)

(A)②③　　(B)①④　　(C)①③　　(D)②④

32. 函数 $y = 2^{-x} + 1 (x > 0)$ 的反函数是 (　　)

(A)$y = \log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1,2)$　　(B)$y = -\log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1,2)$

(C)$y = \log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1,2]$　　(D)$y = -\log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1,2]$

33.《中华人民共和国个人所得税法》规定,公民全月工资、薪金所得不超过 800 元的部分不必纳税,超过 800 元的部分为全月应纳税所得额,此项税款按下表分段累进计算:

全月应纳税所得额	税率
不超过 500 元的部分	5%
超过 500 元至 2000 元的部分	10%
超过 2000 元至 5000 元的部分	15%
…	…

某人一月份应交纳此项税款 26.78 元,则他的当月工资、薪金所得介于 (　　)

(A)800 ~ 900 元　　(B)900 元 ~ 1200 元

(C)1200 元 ~ 1500 元　　(D)1500 元 ~ 2800 元

解答分析

1.[2000 年、文、第一(1)题]

答 (C)

解法 1　将集合 A、B 用列举法可表示为

$A = \{-10, -9, -8 \cdots -2, -1\}$, $B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots 5\}$,因而 $A \cup B$ 中有 $10 + 6 = 16$ 个元素,故选(C).

解法 2　集合 A 中有 10 个元素,满足条件 $x \in B$ 且 $x \notin A$ 的元素有 6 个,因而 $A \cup B$ 中元素个数是 16. 故选(C).

2.[1999 年,文,理,第一(1)题]

答 (A)

解法 1　阴影部分既含在 M 中,又含在 P 中,但不在 S 中.

3.[1996 年,理,第一(1)题]

答 (C)

解　因为 $A=\{偶数\}$，$B=\{4,8,12,16,\cdots\}$，而 $\overline{B}=\{所有奇数与一部分偶数\}$，所以

$$I=A\cup\overline{B}.$$

4.［1996 年，文，第一(1)题］

答 (C)

解法 1　注意补集的定义，直接计算即得.

解法 2　因为 $B\subseteq A$，所以 $\overline{B}\supseteq\overline{A}$. 故 $(A\cup\overline{B})\supseteq(A\cup\overline{A})=I$. 另一方面，$I\supseteq(A\cup\overline{B})$，从而 $I=A\cup\overline{B}$.

5.［1995 年，理，第一(1)题］

答 (C)

解　由题设 $M\cap N=N$，$\therefore N\subseteq M$，$\therefore\overline{M}\subsetneqq\overline{N}$.

6.［1995 年，文，第一(1)题］

答 (B)

解　由题设得 $\overline{M}=\{-3,-4\}$，又 $N=\{0,-3,-4\}$，$\therefore\overline{M}\cap N=\{-3,-4\}$. 故(B)正确.

7.［1994 年，理，第一(1)题］

答 (C)

解法 1　根据补集的定义，得 $\overline{A}=\{4\}$，$\overline{B}=\{0,1\}$，由并集定义，得 $\overline{A}\cup\overline{B}=\{0,1,4\}$.

解法 2　$\because\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$，$A\cap B=\{2,3\}$，$\therefore\overline{A\cap B}=\{0,1,4\}$.

8.［1993 年，文，理，第一(7)题］

答 (C)

解法 1　将两集合中的元素视为角的值，则通过如图的单位圆描出集合 M 的点 $m_1,m_2,m_3,m_4,\cdots$，及集合 N 的点 $n_1,n_2,n_3,\cdots,n_8,\cdots$，观察知 $M\subset N$.

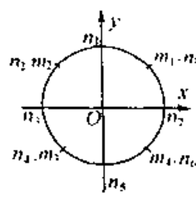
也可在数轴上描点，观察得结论.

还可分别求出两集合中的若干元素的数值，观察这些数值得出结论.

解法 2　设 M、N 的描述式分别为

$\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$ 和 $\frac{m\pi}{4}+\frac{\pi}{2}$. 若 $\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{m\pi}{4}+\frac{\pi}{2}$，则

$$m=2k-1 ①,\ k=\frac{m+1}{2} ② (m,k\in\mathbf{Z}).$$



（第 8 题图）

由①知 M 中的任意一个元素属于 N，由②知 N 中有的元素(m 为偶数时)不属于 M，故 $M\subset N$.

9.［1991 年，第一(12)题］

答 (A)

解法 1　利用等价关系求解. 根据题意有如下关系丙 $\Rightarrow$ 乙 $\Rightarrow$ 甲.

$\therefore$ 丙 $\Rightarrow$ 甲，而甲 $\not\Rightarrow$ 丙，否则有丙是乙的充要条件，矛盾.

故选(A).

解法 2　排除法.

若(B)正确，则丙 $\Leftarrow$ 甲，又甲 $\Leftarrow$ 乙，故丙 $\Leftarrow$ 乙，即为是乙的必要条件，矛盾，所以排除(B).

若(C)正确，则同理推出丙是乙的必要条件矛盾，故排除(C).

若(D)正确，则丙 $\not\Rightarrow$ 甲、丙 $\not\Leftarrow$ 甲这与题设丙 $\Rightarrow$ 乙 $\Rightarrow$ 甲，矛盾，故排除(D).

所以选(A).

解法 3　用集合的思想.

把三个命题对应的条件看成三个集合，依题设有：甲 $\subset$ 乙 $\subset$ 丙，故甲 $\subset$ 丙.

故丙是甲的充分条件，但非必要条件.

所以选(A).

10.［2000 年，理，第一(1)题］

答 (C)

解法 1　设在映射 f 下，象 20 的原像是 n，则 $2^n+n=20$，直接代入检验的方法，得 $n=4$.

解法 2　也可以利用排除法，直接验证，在映射 f 下，2 的像是 $2^2+2=6$，从而否定(A)，依次类推，乃知应选(C).

11. [1999 年，文，理，第一(2) 题]

答 (C)

解　A 中元素的像都在 B 中，除此之外，B 中不再含有其它元素，所以 $B=\{1,2,3,4\}$.

12. [1996 年，理，文，第一(15) 题]

答 (B)

解法 1　由 $f(x+2)=-f(x)=f(-x)$，得

$$\begin{aligned} f(7.5) &= f(5.5+2)=f(-5.5)=f(-3.5+2) \\ &= f(3.5)=f(1.5+2)=f(-1.5)=-f(1.5) \\ &= -f(-0.5+2)=-f(0.5)=-0.5. \end{aligned}$$

解法 2　因为 $f(x)=-f(x+2)=f(x+2+2)$，所以函数 $f(x)$ 的周期 $T=4$，故 $f(7.5)=f(-0.5+8)=f(-0.5)=-f(0.5)=-0.5$.

13. [1995 年，理，第一(2) 题]

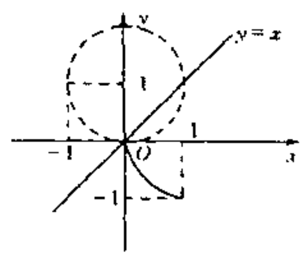
答 (B)

解法 1　把函数 $y=-\dfrac{1}{x}$ 的图象向左平移 1 个单位就得 $y=-\dfrac{1}{x+1}$ 的图象，故选(B).

解法 2　可以用排除法，由函数 $y=-\dfrac{1}{x+1}$ 当 $x=-1$ 时不存在，可排除(A)、(C)，同时当 $x<-1$ 时 y 的值应为正，故应选(B).

14. [1994 年，理，第一(12) 题]

答 (B)



(第 14 题(b) 图)

解法 1　先画出函数 $f(x)=1-\sqrt{1-x^2}\,(-1\leqslant x\leqslant 0)$ 的图象，由 $y=1-\sqrt{1-x^2}$，变形得 $x^2+(y-1)^2=1$，则函数 $y=f(x)$ 的图象是以点(0,1) 为圆心，1 为半径，且 $-1\leqslant x\leqslant 0$，$0\leqslant y\leqslant 1$ 的 $\dfrac{1}{4}$ 圆弧，它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象是关于 $y=x$ 对称的 $\dfrac{1}{4}$ 的圆弧.

解法 2　由函数 $f(x)=1-\sqrt{1-x^2}\,(-1\leqslant x\leqslant 0)$ 求出其反函数为 $f^{-1}(x)=-\sqrt{1-(1-x)^2}\,(0\leqslant x\leqslant 1,\ -1\leqslant y\leqslant 0)$，由 $y=-\sqrt{1-(1-x)^2}$ 变形得 $(x-1)^2+y^2=1\,(0\leqslant x\leqslant 1,\ -1\leqslant y\leqslant 0)$，所以，$y=f^{-1}(x)$ 的图象是以点(1,0) 为圆心，1 为半径，且 $0\leqslant x\leqslant 1$，$-1\leqslant y\leqslant 0$ 的 $\dfrac{1}{4}$ 圆弧.

本题考查函数的图象、性质及反函数的概念. 函数图象是研究函数性质的一个重要工具，为历年高考数学考试的重点内容之一. 从一个角度来考查学生对图形语言的识别和理解. 凡与函数有关的问题，一定要注意到它的定义域及值域，这是多数学生最易忽视的，要引起足够的注意.

15. [1998 年，理，第一(2) 题]

答 (B)

解法 1　注意到 ① 函数图象过点(0,1)；② $y=a^{|x|}\geqslant a^0=1$；③ $y=a^x$ 的图象呈凹状，由于(A) 不满足 ①，(C) 不满足 ②，(D) 不满足 ③，故选(B).

解法 2　因为 $y=a^{|x|}=\begin{cases} a^x & (x\geqslant 0), \\ a^{-x} & (x<0). \end{cases}(a>1)$，将第一象限内的图象与指数函数的图象对照即得.

16. [1998 年，理，第一(10) 题]

答 (B)

解法 1　从注水量 V 与水深 h 的函数关系的图象可知，V 在区间 $[0,H]$ 上是 h 的增函数，而且递增速度先快后慢，所以水瓶的形状应是由下底到上底逐渐减小. 于是可排除(A)、(C)、(D).

解法 2　对(A)、(B)、(C)、(D)4 个水瓶来说，分别有 $f(\frac{H}{2})<\frac{1}{2}f(H)$，$f(\frac{H}{2})>\frac{1}{2}f(H)$，$f(\frac{H}{2})=\frac{1}{2}f(H)$，$f(\frac{H}{2})=\frac{1}{2}f(H)$. 对照图象，有 $f(\frac{H}{2})>\frac{1}{2}f(H)$，适合水瓶(B)的情况.

17.［1991 年，第一(13)题］

答 (B)

解法 1　数形结合.

依题设作右图.

从图象上可以看出，$f(x)$ 在区间 $[-7,-3]$ 上是增函数且最大值为 -5.

故选(B).

解法 2　利用奇函数的性质求解.

因奇函数关于原点对称，且不改变对称区间的单调性，故奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3,7]$ 上是增函数且最小值为 5，则 $f(x)$ 在 $[-7,-3]$ 上也是增函数且最大值 $f(-3)=-f(3)=-5$.

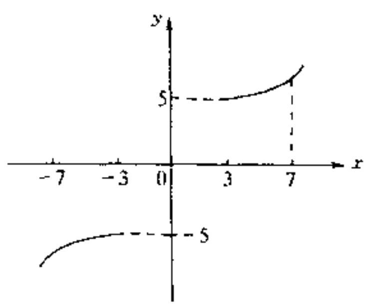
故选(B).

解法 3　构造法.

依题设奇函数为 $f(x)=\frac{5}{3}x$，显然此函数符合题设，而 $f(x)=\frac{5}{3}x$ 在 $[-7,-3]$ 上仍是增函数，且有最大值为

$$\frac{5}{3}\times(-3)=-5.$$

故选(B).



(第 17 题图)

解法 4　排除法.

由奇函数关于原点对称，且不改变对称区间的单调性知，应排除(C)、(D). 又根据增函数的性质有 $f(x)_{\max}=f(-3)=-f(3)=-5$(其中 $x\in[-7,-3]$)，故排除(A)，从而选(B).

18.［1997 年，第一(13)题］

答 (C)

解　由条件知：① 为：$f(b)+f(a)>g(a)-g(b)=f(a)-f(b)$，

$\therefore f(b)>0$，成立.

② $f(b)+f(a)<g(a)-g(b)=f(a)-f(b)$，$\therefore f(b)<0$，不成立.

③ $f(a)+f(b)>g(b)-g(a)=f(b)-f(a)$，$\therefore f(a)>0$，成立.

④ $f(a)+f(b)<g(b)-g(a)=f(b)-f(a)$，$\therefore f(a)<0$，不成立.

综上知 ① 与 ③ 成立.

19.［1994 年，理，(15)题］

答 (C)

解法 1　由题设，$f(x)=g(x)+h(x)$，其中 $g(x)$ 是奇函数，$h(x)$ 是偶函数，则有

$$f(-x)=g(-x)+h(-x)=-g(x)+h(x).$$

$$\therefore f(x)+f(-x)=2h(x),\quad f(x)-f(-x)=2g(x),$$

$$\therefore h(x)=\frac{1}{2}[f(x)+f(-x)],\ g(x)=\frac{1}{2}[f(x)-f(-x)].$$

由已知 $f(x)=\lg(10^x+1)$，

$$\therefore g(x)=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)-\lg(10^{-x}+1)]$$

$$=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)-\lg\frac{1+10^x}{10^x}]$$

$$= \frac{1}{2}[\lg(10^x+1) - \lg(10^x+1) + \lg 10^x] = \frac{1}{2}x.$$

$h(x) = f(x) - g(x) = \lg(10^x + 1) - \frac{x}{2}$,故选(C).

解法 2　若 $g(x) = \frac{1}{2}[\lg(10^x+1)+x]$,则

$$g(-x) = \frac{1}{2}[\lg(10^{-x}+1) - x] = \frac{1}{2}[\lg(10^x+1) - 2x] \neq -g(x).$$

$\therefore g(x)$ 不是奇函数,故排除(B).

又　$x + \lg(10^x + 10^{-x} + 2) = \lg 10^x + \lg(10^x + 10^{-x} + 2) = \lg(10^{2x} + 1 + 2\cdot 10^x)$

$= \lg(10^x+1)^2 = 2\lg(10^x+1)$,不满足 $g(x)+h(x)=f(x)$,故排除(A).

余下选项(C)、(D),均满足 $g(x)$ 为奇函数且 $g(x)+h(x)=f(x)$,则检查 $h(x)$ 是否为偶函数.

若 $h(x) = \lg(10^x+1) - \frac{x}{2}$,则

$h(-x) = \lg(10^{-x}+1) + \frac{x}{2} = \lg(10^x+1) - x + \frac{x}{2} = \lg(10^x+1) - \frac{x}{2} + h(x)$,是偶函数;

若 $h(x) = \lg(10^x+1) + \frac{x}{2}$,则 $h(-x) = \lg(10^{-x}+1) - \frac{x}{2} = \lg(10^x+1) - \frac{3}{2}x \neq h(x)$,不是偶函数.

故(D)不正确,排除,所以选(C).

20.[1992 年,第一(16)题]

答 (C)

解法 1　对于任何定义域为 R 的奇函数,均有 $f(0)=0$,故只能在(B)、(C)这两个选项中来确定.

$\because f(x)$ 为奇函数,$\therefore f(-x) = -f(x)$.

于是有 $f(x)\cdot f(-x) = -[f(x)]^2 \leqslant 0$,故选(C).

21.[1993 年,文,理,第一(5)题]

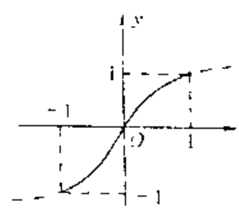
答 (B)

解　设 $f(x) = y = x^{\frac{3}{5}}$,则

$$f(-x) = (-x)^{\frac{3}{5}} = -(x^{\frac{3}{5}}) = -f(x).$$

又 $x\in[-1,1]$,故 $f(x)$ 为奇函数.

因幂函数 $y = x^a$,当 $a>0$ 时,若 $x \geqslant 0$,则为增函数,故选(B).



(第 21 题图)

22.[1993 年,文,理,第一(10)题]

答 (D)

解　若 $a>0>b$,则(A)不一定成立;若 $a=0$,则(B)不成立;若 $0<a-b<1$,则(C)不成立;故(D)成立.

也可根据指数函数 $y=(\frac{1}{2})^x$ 的单调性知(D)成立.

也可用特殊值排除法求解,如令 $a=-1, b=-2$.

则可排除(A)、(B)、(C),故选(D).

23.[1995 年,理,第一(11)题]

答 (B)

解法 1　$\because a$ 是底数,$\therefore a>0$ 且 $a\neq 1$,可排除(C);

$\because x\in[0,1]$,$2-ax>0$,取 $x=1$,得 $a<2$,可排除(D);

取 $a=\frac{1}{2}$ 时,函数为 $y=\log_{\frac{1}{2}}(2-\frac{x}{2})$,在区间$[0,1]$上,$\because u = 2-\frac{x}{2}$ 是 x 的减函数,则 y 是 x 的增函数,可排除(A).

综上,得(B)正确.

解法 2　当 $0<a<1$ 时,设