频率分析、调制和噪声

S.格德曼

科学出版社

頻率分析、调制和噪声

S. 格德曼 著

杜連耀 譯

科学出版社

1962

STANFORD GOLDMAN

FREQUENCY ANALYSIS,
MODULATION AND NOISE

McGRAW-HILL

1948

內容簡介

本书分三部分順序地討論了无綫电工程中的几个重要問題——頻率分析、調制和噪声，著者从傅立叶級数和傅立叶积分开始推导了重要的公式并討論了它們在頻率分析中的应用，最重要的如迭加原理，傅立叶能量积分定理、稳定相位原理、視頻和脉冲放大器的带寬与細致性、冲量函数、交互分散、及对称边带和反对称边带等．然后又討論調制問題的基本原理，并比較各种不同的調制中的噪声数量、还討論了共用信道及相邻信道中的干扰等．最后从实际出发分四段討論了噪声問題，第一段介紹了各类型的噪声、它們在电路中的影响、噪声評价和噪声因数等．第二段簡单地介紹了概率理論、各类型的分布及其迭加、及无規噪声等．第三段討論二极管、三极管、及多极管中的顆粒噪声．第四段从热力学的基本定律出发討論热噪声并推导乃氏的热噪声公式．

本书适宜于作为高等学校的教学参考用书并可供研究人員和工程师做参考之用．

頻率分析、调制和噪声

S. 格德曼 著

杜 連 耀 譯

*

科学出版社 出版 （北京朝阳門大街 117 号）

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1962年 8 月第 一 版 书号：2566 字数：348,000

1962年 8 月第一次印刷 开本：850×1168 1/32

（京）0001—6,500 印张：13 3/8

定价：2.00 元

引　言

数学現象　人們都知道有物理現象、生物現象和許多其他自然現象．然而比較少的人認为数学也有它的現象．大部分的人想数学只是表达思想的一个簡洁和确切的方法，即一个縮簡的語言．更具体些，用数学語言表达思想是把思想系統化的速写法、它肯定不鼓励不严密的思想而鼓励定量的工作．然而，如果数学只限于用做語言，它将永远不会脫离孩稚状态而成为科学的工具．数学的主要重要性在于某些数学現象的存在和它的用处．

对于数学現象这一观点的一个簡短的討論是需要的．例如考虑傅立叶級数展开，任何任意的周期函数可以証明它含有一个簡单的正弦波和具有适当相角的諧波．这是数学現象的事实．虽然它的真理能被証明，但它必須被发現．它不是把数学当做縮簡的語言的結果．我們将有許多机会証明这个特殊的数学現象在无綫电工程中非常有用．

遵守实数量的代数定律的复数量的存在是另一个数学現象．它們在无綫电工程中的应用虽不如傅立叶分析明显，但一旦成立，它們的重要并无逊色，如阻抗概念的广泛应用所給予的佐証．

学生可能問微分和积分处理数学現象到如何广而不是用一般的邏輯．要澄清这一情况可以指出导数和积分的存在一般来自单独的邏輯思考；但是簡单函数的微分和积分也是簡单的函数这一事实、是微积分有用性的基础．很明显地它是一数学現象．

在未来的年代里，无疑地将发現在无綫电中应用的新数学現象，同样也将出現已知的数学現象的新应用．然而可以应用于无綫电中的一个数学宝藏已經知道了，其中的某些部分将首先是本书的題材然后是工具．

数学中的严格性和能动性 近代数学建立在邏輯基础之上，其深度是巨大的．这一类的彻底的分析叫做严格的数学．

在人类的思維中，严格的数学有它可貴的正确的位置．然而曾明智地指出普通人使用数学时能动性比严格性更重要．特别在这一卷內，所用严格性的多少取决于一个无綫电工程师为彻底了解手中的問題时的需要．但是当严格性对于一个工程师显得是混乱而不是澄清一个問題时，我們将信任純粹数学家用严格的方法所得結果的正确性，而不管严格性証明的背景．

无綫电欠数学的債 虽然无綫电工程师通常不体会，但无綫电的存在有賴于数学．1866 年，英国科学家馬克司威尔証明电磁場的微分方程要符合时，在空間必須存在着所謂"位移电流"．因而得到用他的名字命名的一組微分方程．解这些方程式他能預知应該有电磁輻射存在．馬克司威尔的这些推論是其后 20 年中很多科学的爭論的題目．在 1886—1888 年赫茲从事一个精密的实驗方案来証明馬克司威尔的数学推論，在历史上那是第一次产生了幷收到了无綫电波．

本书的目的 虽然这本书的語言和方法是数学的，但它的根本目的不是教数学而是要說明幷澄清无綫电中的某些領域．数学只用做达到这个目的的工具．然而巧遇的是对于手中的問題，数学是一个如此有力的工具，值得用几章来发展学生的数学知識和技巧．

目　录

第 一 章

傅 立 叶 級 数

1.1 引言 有一数学現象或許比其它数学現象更广泛地用于无綫电工程中，即傅立叶級数展开現象．它的重要是如此基本甚至許多人从未听說过傅立叶級数，然而却知道它的最突出的特性——諧波的存在．在这一章和下一章內，我們将推导傅立叶級数的理論并学习如何用它去解无綫电中各样的問題．

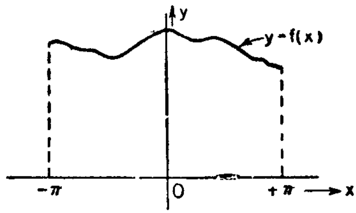

图 1 确定在 $-\pi$ 至 $+\pi$ 区間的函数

引用傅立叶級数所根据的最基本的事实是确定在 $-\pi$ 至 $+\pi$ 区間的任何[1]函数 $f(x)$(見图 1)可展开为一三角函数的級数如

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+(a_1\cos x+b_1\sin x)+(a_2\cos 2x+b_2\sin 2x)+$$
$$+(a_3\cos 3x+b_3\sin 3x)+\cdots+$$
$$+(a_n\cos nx+b_n\sin nx)+\cdots \tag{1}$$

或写成比較簡縮的形式

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{n=\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx) \tag{1a}$$

級数中的一些 a 和 b 是常数，我們即将决定它們的数值．方程(1)及(1a)右方的正弦和余弦級数就是傅立叶級数．

虽然在这里我們不証[2]，但可以証明只要 $f(x)$ 在 $-\pi$ 至 $+\pi$ 的

1) 除非在工程中不重要．

2) 在許多函数論的教課书中都有証明，例如卡尔斯劳 (H. S. Carslaw) 著的 "Theory of Fourier Series and Integrals" 中第七章，或惠特克和瓦特森 (Whittaker 和 Watson) 著的 "Modern Analysis" 中第 9.42 节．

区間有有限个間断和有限个最大及最小，同时

$$\int_{-\pi}^{+\pi} |f(x)|\, dx$$

为有限，則傅立叶展开永远是可能的. 此函数在这区間內不一定用一个单一的方程表示出来. 因此图 2 所示的函数即从 $-\pi$ 到 0

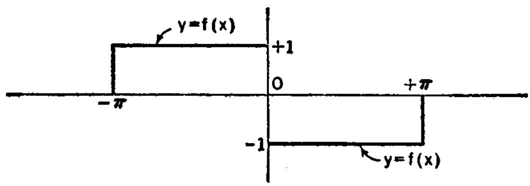

图 2 一个方形波函数

时 $f(x)=1$，从 0 到 $+\pi$ 时 $f(x)=-1$，极易用傅立叶級数表示之. 与泰勒(Taylor)級数展开相比，有較广泛的函数可能展开为傅立叶級数，因为函数的泰勒級数展开要求函数及函数的各次微商为連續的.

应該指出，若是只有一个不連續点，如图 3 中所示的 B，则傅立叶級数将收斂为

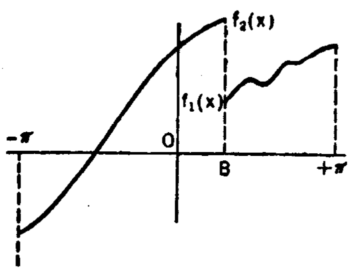

图 3 在 $x=B$ 处有一不連續点的函数

$$\frac{1}{2}\left[f_1(x)+f_2(x)\right]$$

$f_1(x)$ 与 $f_2(x)$ 是从正的方向与負的方向趋近于 B 时，函数的两个不同的数值. 此外，当 $x=+\pi$ 和 $x=-\pi$ 时，傅立叶級数收斂为

$$\frac{1}{2}\left[f(+\pi)+f(-\pi)\right]$$

若 $f(\pi)=f(-\pi)$，它們和一般的点无任何差别.

引用相角，則級数(1)可表示为正弦或余弦的級数. 因此它可以写成

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + A_1(\cos x + \phi_1) + A_2(\cos 2x + \phi_2) + \cdots$$
$$+ A_n(\cos nx + \phi_n) + \cdots \tag{2}$$

式中之

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \tag{3}$$

$$\phi_n = \tan^{-1}\left(\frac{-b_n}{a_n}\right) \tag{4}$$

1.2 傅立叶系数的値　为了使方程式(1)的級数展开有用，我們必須能够决定这些 a 和 b 的値.

求 a_0 时，我們将方程式(1)乘以 dx，并从 $-\pi$ 到 $+\pi$ 积分，故

$$\int_{-\pi}^{+\pi} f(x)dx = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{a_0}{2} dx + \int_{-\pi}^{+\pi} a_1 \cos x \, dx +$$
$$+ \int_{-\pi}^{+\pi} b_1 \sin x dx + \cdots + \int_{-\pi}^{+\pi} a_n \cos nx \, dx +$$
$$+ \int_{-\pi}^{+\pi} b_n \sin nx \, dx + \cdots = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{a_0}{2} dx = a_0\pi \tag{5}$$

因为級数其他各項的积分为零. 故

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x)dx \tag{6}$$

求其它系数 a，例如 a_n，我們将方程式(1)各項乘以 $\cos nxdx$，然后从 $-\pi$ 到 $+\pi$ 积分.

則

$$\int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \cos nx \, dx = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{a_0}{2} \cos nx \, dx + \int_{-\pi}^{+\pi} a_1 \cos x \cos nx \, dx +$$
$$+ \int_{-\pi}^{+\pi} b_1 \sin x \cos nx dx + \cdots \tag{7}$$

現在如果 p 和 q 是任何整数，并且 p 不等于 q，則

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \sin px \cos qx \, dx = 0 \tag{8}$$

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \cos px \cos qx \, dx = 0 \tag{9}$$

若 $p=q$，則

$$\int_{-\pi}^{+\pi}\cos^2 px\,dx=\pi \tag{10}$$

因此，方程式(7)右端除去一个以外，其它各积分均为零．結果我們有

$$\int_{-\pi}^{+\pi} f(x)\cos nx\,dx=\int_{-\pi}^{+\pi} a_n\cos^2 nx dx=a_n\pi \tag{11}$$

或

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} f(x)\cos nx\,dx \tag{12}$$

如欲求 b_n，用同样方法我們将方程式(1)用 $\sin nx\,dx$ 乘，并从 $-\pi$ 到 $+\pi$ 积分．我們求出

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} f(x)\sin nx\,dx \tag{13}$$

借助于方程

$$\int_{-\pi}^{+\pi}\sin px\sin qx\,dx=0 \tag{14}$$

若 $p\neq q$，和

$$\int_{-\pi}^{+\pi}\sin^2 px\,dx=\pi \tag{15}$$

則方程式(6)，(12)和(13)将給予我們傅立叶系数的值[1]．

用完全相似的手續可以說明确定在 0 到 2π 區間的函数可以展成与(1)式同形式的傅立叶級数，不过它的系数决定于下列公式

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{2\pi} f(x)\cos nx\,dx \tag{16}$$

---

1) 观察(6)式的推导并与(1)式比較，我們看出 $a_0/2$ 正是 $f(x)$ 的平均值．方程式(1)中每一正弦和余弦項在 $-\pi$ 到 $+\pi$ 區間的平均值为零，这些項遂被消除，因为方程式(5)的积分过程实質上即是平均过程．

为 a_n 及 b_n 推导的公式(12)及(13)是采用了所謂的“計权”平均法．方程式(1)右端每一項被正弦或余弦函数之一相乘时，它在 $-\pi$ 到 $+\pi$ 區間的平均值为零，除非个别的正弦或余弦函数也是这項的一个因子．这样除了包含問題中个别的正弦或余弦函数的項，其它各項均被消掉．因此，方程式(8)到(10)，(14)和(15)提供一个方法，可以从方程式(1)中选擇任意一个需要特殊考虑的項．一个类似的現象也出現于把任一种如众所周知的正交函数的級数展开中．