

科學圖書大庫

電子計算機基本原理叢書(二)

類比計算機—數學與電路

譯者 唐明道 校閱 張去疑

電子計算機基本原理叢書

- (一) 類比計算機引介
- (二) 類比計算機—數學與電路
- (三) 數位計算機—數學與電路
- (四) 數位計算機—儲存器與邏輯電路
- (五) 電子計算機—結構程式保養
- (六) 固態計算機電路

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

電子計算機基本原理叢書(二)

類比計算機—數學與電路

譯者 唐明道 校閱 張去疑

徐氏基金會出版

美國徐氏基金會科學圖書編譯委員會

科學圖書大庫

監修人 徐銘信 科學圖書編譯委員會主任委員
編輯人 曾迺碩 科學圖書編譯委員會編譯委員

版權所有

不許翻印

中華民國 六十年 五月 九日 初版

電子計算機基本原理叢書(二) 類比計算機—數學與電路

定價 新台幣二十五元 港幣六元
廈打為基價 1.80元

譯者 唐明道 國立清華大學副教授
校閱 張去疑 國立交通大學教授

內政部內版臺業字第1347號登記證

出版者 財團法人臺北市徐氏基金會出版部 臺北郵政信箱53002號 電話783686號
發行人 財團法人臺北市徐氏基金會出版部 林 碧 銓 郵政劃撥帳戶第15795號
印刷者 長歌打字印刷有限公司 台北市重慶北路三段129號 電話：575798號

我們的一個目標

文明的進步，因素很多，而科學居其首。科學知識的傳播，是提高工業生產，改善生活環境的主動力，在整個社會長期發展上，乃人類對未來世代的投資。科學宗旨，固在充實人類生活的幸福也。

近三十年來，科學發展速率急增，其成就超越既往之累積，昔之認為絕難若幻想者，今多已成事實。際茲太空時代，人類一再親履月球，這偉大的綜合貢獻，出諸各種科學建樹與科學家精誠合作，誠令人有無限興奮！

時代日新又新，如何推動科學教育，有效造就人才，促進科學研究與發展，允為社會、國家的急要責任，培養人才，起自中學階段，學生對普通科學，如生物、化學、物理、數學，漸作接觸，及至大專院校，便開始專科教育，均仰賴師資與圖書的啓發指導，不斷進行訓練。科學研究與教育的學者，志在將研究成果貢獻於世與啓導後學。旨趣崇高，立德立言，也是立功，至足欽佩。

科學本是互相啓發作用，富有國際合作性質，歷經長久的交互影響與演變，遂產生可喜的意外收穫。

我國國民中學一年級，便以英語作主科之一，然欲其直接閱讀外文圖書，而能深切瞭解，並非數年之間，所可苛求者。因此，從各種文字的科學圖書中，精選最新的基本或實用科學名著，譯成中文，依類順目，及時出版，分別充作大專課本、參考書，中學補充讀物，就業青年進修工具，合之則成宏大科學文庫，悉以精美形式，低廉價格，普遍供應，實深具積極意義。

本基金會為促進科學發展，過去八年，曾資助大學理工科畢業學生，前往國外深造，贈送一部份學校科學儀器設備，同時選譯出版世界著名科學技術圖書，供給在校學生及社會大眾閱讀，今後當本初衷，繼續邁進，謹祈：

自由中國大專院校教授，研究機構專家、學者；

旅居海外從事教育與研究學人、留學生；

大專院校及研究機構退休教授、專家、學者；

主動地精選最新、最佳外文科學技術名著，從事翻譯，以便青年閱讀，或就多年研究成果，撰著成書，公之於世，助益學者。本基金會樂於運用基金，並藉優良出版系統，善任傳播科學種子之媒介。掬誠奉陳，願學人們，惠然贊助，共襄盛舉，是禱。

徐氏基金會敬啓

前 言

特別感謝海軍人事署署長，人事署官員，以及在伊里諾州大湖城海軍訓練中心之電子技術學校，由於伊等對新興技術需求之遠見及周詳之計劃乃能促使本計算機基本課程得以發展與完成。

因為該課程對全盤防禦計劃具有重要性，故整個兩年以內在完成編寫，準備，研究，以及最後在伊里諾州大湖城海軍訓練中心之電子技術學校所舉行十六週飛行員訓練等方面均由海軍人事署署長提供特殊之技術協助，訓練時一班有三十三員海軍人員參加，效果良好。最後成效顯示該項課程確實已能配合原設計之需求——在電子計算機之操作及維護方面訓練電子技術人員。

似無其他訓練課程能獲得如此重大之努力與支援，且最後之課程內容毫無疑問的能對技術訓練方面提供廣大之貢獻——係一能滿足民間以及軍方需求之課程。

引 言

若說某一工藝之發展與成長較在電子計算機方面者更為迅速則實甚難令人相信。在本書編寫之時，單說美國已有 125 家公司行號出產各型之計算機，其中尚不含全球其他各國中數以百計之公司及無數從事於電子計算機設置之發展與應用之研究機構在內。

凡是“紙上作業”繁瑣或資料必須在最短時期內予以處理之處，均已使用電子計算機。因其有上千種用途——其範圍從作好付款支票到導引太空火箭及人造衛星之操作——正造成電子計算機在設計，使用，操作，及維護等方面大量技術熟練人才之需求。由於此種需求，進而形成對訓練課程，教育計劃之極大需要，本叢書即在填補在此方面之大量缺乏。

在“計算機基本”叢書中所含材料原係應美國海軍之請求所產生者，因其需一廣泛而配當良好之課程用以訓練海軍人員操作及維護各種類型之計算機。在制訂課程之初，海軍係與考文出版公司 (Cowan Publishing Corp.) 訂約，再由該公司與技術教育與管理公司 (Technical Education and Management, Inc.) (簡稱 TEAM) 訂約以處理所需課文及材料之準備事宜。TEAM 公司之所以被選中乃因其在計算機界擁有衆多優良合格人員以及借重其以往為海軍作成多種整個技術訓練計劃之準備工作中所獲得之經驗。

本計算機課程在發行之前，曾廣泛地以其作為一種十六週之飛行員訓練計劃，學生為具有不同技術背景之海軍人員，而由兩位 TEAM 公司之人員個人所執行者。由於在教學中所獲得之直接經驗為基礎所作發行前準備工作，我們始能對課程內容先作一番評估與定基之有效措施。該課程之總值，包括所有研究，準備，編寫，訓練，及施教等階段中之化費，依保守之估計約超過美金廿五萬元。

由於業經證實此一計算機課程成效良好，故迅及由計算機廠家，工業界，教育機構，圖書館，及搜集計算機資料之工程從業人員等多方要求將其作商用書籍發行，因之，此項課程再經編排，出版，故又能進一步增進其價值與內容。

雖因人名衆多不及備載，但對各方人士及團體所給予之協助，多家電子計算機製造廠商因提供技術資料所賜予之莫大合作，以及訓練指導美人社團

VI

(American Society Of Training Director) (ASTD) 對此一電子計算機計劃提供有關課程需要之有益指引等之特殊貢獻，均一併深致謝忱。

目 錄

第一章

電子計算元件..... 1

無源計算網路——有源網路——運算放大器——實用放大器之
連接——利用運算放大器之計算

第二章

用電子方法求解方程式..... 35

代數方程式——微分方程式——起始配置——時間及振幅標度
因數介紹——伺服機械式計算電路——數學函數之產生

第三章

頻率之乘法..... 63

伺服機械——完全之伺服器——脈波寬度電子乘算器——維護
及故障檢修——摘要

第四章

輔助類比元件..... 87

半導體裝置——電晶體——可飽和之磁性元件——轉換器——
類比資料傳送——記錄技術——場槽，模型及模擬技術

第五章

現代類比元件..... 105

電位計算機之基礎——用熱阻器計算特殊數學關係——利用霍
爾效應作乘算及三角函數計算——用磁電阻效應求電阻之和——用
熱電棒計算特殊函數——用電光電池計算特殊函數——用超導性法
作比例乘算——用光電伏特元件作乘算及函數之產生

第六章

類比機械化.....	117
------------	-----

基本結構——問題組成——機械振動問題的解答——橫樑理論
及機翼——限制之複習——習題

第七章

數學轉變爲機械.....	149
--------------	-----

VAN DER POL 方程式——彈道之軌線——流體流口——
類比計算機的一些限制

習題解答.....	163
-----------	-----

索 引.....	167
----------	-----

第一章

電子計算元件

在前冊裡，我們所介紹的一些數學運算工具，都是機械方面的。使用這些機械的運算工具所獲得的數據，其準確性則全視能在容忍度內生產這些機件的機工們的能力而定。可能獲得之最佳機械準確度約為數百萬分之一吋。可是要做得這樣好的準確度，其費用是非常昂貴。所以成本為限制各機件要件之主要因素之一。

一單件機械計算元件之絕對準確度，往往會比其相當之電子計算元件更好。可是，當機械和電子計算元件獲得相當的準確度時，則以電子計算元件較為堅固而經濟。本節我們將討論在計算系統作數學運算的一些最常用之電氣和電子元件。在每個實例中，我們將先討論可以用作數學運算的一些無源型電網。所謂無源電網 (passive network)，即示該電路中不包含電源，如電池、真空管或電晶體等。由這些比較簡單的無源電網，我們可以建立一些能作相同計算而更新穎的有源計算電路。此等有源電路通常含有電源，真空管或電晶體等。由此等有源電路所獲得之準確度遠較用無源電路者為高。

你將記得基本數學運算法則如：加法、減法、乘法、除法、微分、積分、求乘方或開方，以及求三角函數等。本類比計算機中，上述之最後兩項係由函數產生器來完成。一函數產生器可能包含有很多不同的電路，有的複雜，有的簡單，全視所設計產生之特殊函數而定。運算放大器 (Operational Amplifier) 為一高性能之回授直流放大器，可作為加法、減法、微分和積分之基本工具。當然，為使其適用各種運算，必須將基本放大電路予以適當之修正。當準確度需要較高時，乘法和除法可由電位器，或者電位器與伺服機械相配合來完成。有關伺服機械之意義，將於後述。

我們將分別介紹每一種元件之特性，以使各位熟練由每一種電子元件來擔任之數學運算形式，以及該項裝置“如何”達成其作用。有關各種元件之優劣及限制等亦將分別予以討論。

無源計算網路

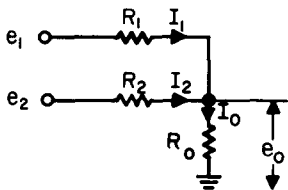
在本段，你們將學到如何利用簡單的電阻，電容器及電位器來將電壓作加法、減法、乘法、除法及積分等各種運算。

由於以下各節之大部份材料都將根據本節所述之原理，所以本節將按邏輯而最嚴密的數學理論方式來進行分析。雖然，你將遇到很多公式，但都不過是一些簡單的代數式。

加和減

我們開始討論用無源計算網路之加和減之運用。圖 1 - 1 用以示範一種簡單之加法電路。該圖中所示之電路，為一包含簡單無源元件之網路，無有源元件如電池、產生器、真空管及電晶體等。 e_1 及 e_2 代表兩輸入電壓，此電壓代表兩意欲相加之數值。此等電壓係假設其對地間之電位各不相同。

圖 1-1. 無源加法網路



為分析此電路，可於該電路中三電阻之會接點，寫出其克奇荷夫之電流公式為：

$$i_0 = i_1 + i_2 \quad (1)$$

根據歐姆定律、流過電阻之電流等於跨該電阻之電位差除以其電阻值。因此我們可以寫出各電流之公式為：

$$i_0 = \frac{e_0 - 0}{R_0} = \frac{e_0}{R_0} \quad (2)$$

$$i_1 = \frac{e_1 - e_0}{R_1} \quad (3)$$

$$i_2 = \frac{e_2 - e_0}{R_2} \quad (4)$$

其中 e_1 ， e_2 及 e_0 均係對地間之電壓，地電位假定為零。綜合(1)，(2)，(3)，及(4)得：

$$\frac{e_0}{R_0} = \frac{e_1 - e_0}{R_1} + \frac{e_2 - e_0}{R_2} \quad (5)$$

求解此式中之輸出電壓， e_0 即得

$$e_0 \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} \quad (6)$$

此式兩端各乘以 R_0 即可改寫為

$$e_0 \left(1 + \frac{R_0}{R_1} + \frac{R_0}{R_2} \right) = \frac{R_0}{R_1} e_1 + \frac{R_0}{R_2} e_2 \quad (7)$$

如 R_0 較 R_1 及 R_2 均甚小（即 $R_0 \ll R_1$ 和 $R_0 \ll R_2$ ）因之，

$$\frac{R_0}{R_1} \ll 1 \text{ 及 } \frac{R_0}{R_2} \ll 1$$

假如 R_0 值甚小，則(7)式可簡化為

$$e_0 \cong \frac{R_0}{R_1} e_1 + \frac{R_0}{R_2} e_2 \quad (8)$$

注意(7)式左端之 $\frac{R_0}{R_1}$ 及 $\frac{R_0}{R_2}$ 均小於 1，故可略去不計。在(8)式中即示輸出電壓 e_0 ，等於輸入電壓 e_1 及 e_2 ，各乘以一常數後之和。不過，(7)式中包含一項誤差，即

$$e_0 \left(\frac{R_0}{R_1} + \frac{R_0}{R_2} \right) \quad (9)$$

當我們假設 $R_0 \ll R_1$ 及 $R_0 \ll R_2$ 時，即此誤差項可以去掉。不過，為使加法運算較準確，而使 R_0 較 R_1 及 R_2 值小之結果，是輸出電壓 e_0 很小。這是由於 $\frac{R_0}{R_1} e_1$ 及 $\frac{R_0}{R_2} e_2$ 之值均小的原故。

$$\left(\frac{R_0}{R_1} \ll 1 \text{ 及 } \frac{R_0}{R_2} \ll 1 \right)$$

茲為舉例說明，吾人如欲以所討論之網路來作下式之運算：

$$3 + 2 = 5 \quad (10)$$

首先讓我們來討論是 R_0 ，並不比 R_1 及 R_2 值小的情況。再參照圖 1-1，設網路各數值為 $R_0 = 100$ 仟歐，及 $R_1 = R_2 = 400$ 仟歐，為激勵該網路，今選 $e_1 = 3\text{v}$ ，及 $e_2 = 2\text{v}$ 。此等電壓數值係用以代表或類似吾人所欲相加之量。因為在此例中， R_0 並不比 R_1 及 R_2 之值小，所以必須應用(7)式以求其輸出值。將各數值代入(7)式，即得

$$e_0 \left(1 + \frac{10^5}{4 \times 10^5} + \frac{10^5}{4 \times 10^5} \right) = \frac{10^5}{4 \times 10^5} e_1 + \frac{10^5}{4 \times 10^5} e_2 \quad (11)$$

代入 e_1 及 e_2 值即得

$$e_0 \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{4} (3) + \frac{1}{4} (2) \quad (12)$$

簡化後即得

$$e_0 (1 + 0.5) = \frac{1}{4} (3 + 2) \quad (13)$$

(13)式顯示假如在網路之輸出另加標度因子 4，則式之右端即示 2 與 3 之和。不過，(13)式之左端包括有一誤差項， $0.5e_0$ ，由於此項係加於得數，故不能用簡單變更標度的方法予以去掉。假如能在(13)式中消除其誤差項，則其得數應即

$$e_0 = \frac{1}{4} (3 + 2) = \frac{5}{4} \text{ v} \quad (14)$$

此式如將標度因子 4 計入，則得

$$3 + 2 = 5 \quad (15)$$

我們曾經討論過， R_0 值較 R_1 及 R_2 遠小時，則此誤差項即可消去。今為校驗此種情況之步序，讓我們將網路各值重新設計為

$$R_0 = 100 \text{ 歐}$$

$$R_1 = R_2 = 1 \text{ 兆歐}$$

將各值代入(7)式即得

$$e_0 \left(1 + \frac{10^2}{10^6} + \frac{10^2}{10^6} \right) = \frac{10^2}{10^6} e_1 + \frac{10^2}{10^6} e_2,$$

或

$$e_0 (1 + 0.0002) = (10^{-4}) e_1 + (10^{-4}) e_2 \quad (16)$$

輸出電壓 e_0 係乘以 1.0002，此數極近於 1。其誤差極小，得數可寫為，

$$e_0 \cong (10^{-4}) e_1 + (10^{-4}) e_2 \quad (17)$$

注意此結果與(8)式相同，如將得數乘以 10^4 ，即可得此式為 e_1 及 e_2 相加。如前述，設 $e_1 = 3$ 及 $e_2 = 2$ ，則(17)式為

$$e_0 \cong (10^{-4}) (3 + 2) = 5 \times 10^{-4} \text{ 伏特} \quad (18)$$

此即為該網路之輸出電壓。如將其值乘以 10^4 ，則得

$$3 + 2 = 5 \quad (19)$$

此即為吾人所需要之結果。

由(18)式可以查出，當 R_0 值甚小時，雖是其誤差極微，可是其缺點是輸出電壓僅 0.0005 伏。此電壓值太小而不合實際應用，尤其是在計算機中，如以此輸出作下一級之輸入時，從(7)式亦可很明顯地看出，當 R_0 等於零時，則誤差亦為零，除了輸出電壓亦為零，如單就誤差來說，實為一理想之加法網路。因此，我們可以得到一個結論，那就是理想的加法網路是不能實現的，但是，假如我們不在乎輸出電壓之過小，可以設計一種誤差很小的加法網路。

由於在新式類比計算機中，高準確度是必須的，因之我們必須接受這種無源網路所獲得低電壓的事實。不過，我們可將此低輸出電壓，加於一高增益之放大器，藉放大作用以期獲得適當的輸出。

此種網路如圖 1-2 所示，圖中 A 即示電子放大器，通常包含幾級放大。假如放大器為真空管型式，則 e_{in} 係加於第一級之柵極。在此情況（即放大器具有高輸入阻抗之性能），圖 1-2 中之電壓 e_{in} 與圖 1-1 中之 e_0 電壓相同。設若 R_1 ， R_2 ，及 R_0 之值每次都一樣，則每當有一新的 e_{in} ，圖 1-2 中放大器之輸出 e_0 亦不一樣，因此，假若 R_0 之值，較 R_1 及 R_2 者均小，則圖 1-2 中之 e_{in} 可由(8)求出，其放大器之輸出 e_0 為

$$e_0 = A e_{in} \quad (20)$$

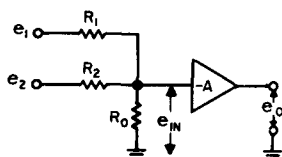


圖 1-2 附有放大器之無源加法網路之運用電路圖

其中 A 可為正或負，由放大器之有無將輸入與輸出反相作用而定。通常在類比計算機中之信號，多為直流信號或為極低頻率之交流信號，此即說明普通之交流放大器並不合用。在類比計算機中，常用之型式為直流放大器。

就圖 1-2 中之 e_{in} 而言，為

$$e_{in} = \frac{R_0}{R_1} e_1 + \frac{R_0}{R_2} e_2 \quad (21)$$

設若輸出電阻 R_0 較 R_1 及 R_2 均甚小。將(21)式代入(20)式即得

$$e_0 = \frac{AR_0}{R_1} e_1 + \frac{AR_0}{R_2} e_2 \quad (22)$$

此式即說明，放大器之增益值，將影響加法之結果。

因此我們知道，任何使放大器增益之效應，均足以造成計算上之誤差，

你們可能知道，放大器之增益對於真空管各參數之變化均極敏感。此等參數之變化，或由於真空管使用過久，或由於更換真空管而引起。另外，各電阻值之任何變化，和放大器電源之任何變動，亦可以導致放大器增益A之變化，因之，我們必須尋求適當的方法，以使該放大器之增益穩定於一固定值。於是我們才可以確信，此足以影響標度因子之A值，在計算過程中為一常數。此種穩定增益之方法，使用反饋放大器至為有效。

乘法和除法

吾人熟知之電位器，即為使用最廣之分壓器。每一部類比計算機均使用有校驗準確之電位器。當分比為一固定值時，則將欲作分比之電壓，加於全電位器之兩端，再將電位器之刻度盤旋轉至所需要之位置即可。當分比為一可變值時，則此電位器由一伺服機置帶動。

電位器與放大器合用，亦可作乘法運算。假如，我們欲將一可變電壓 e 乘以 3.25。則可將電壓 e 加於電位器兩端，該電位器之刻度置於 0.325。因之，在活動端點之電壓為 $0.325e$ 。再將此電壓加於一增益為 10 之放大器，則放大器之輸出即為 $3.25e$ 。此種方法，亦可應用在 e 乘以另一可變電壓之情況。在此時，電位器之活動點位置，由該另一可變電壓帶動一伺服機械控制即可。

電位器對於計算及伺服機械之運用，將於后述之。

積分

你們都對用積分器來改變方波波形甚為熟悉。現在你們可以看出該電路在數學上之積分意義。其實，任何電壓波形加於積分器之輸入，其輸出電壓均與其輸入呈現積分的關係。

在未討論積分電路之前，有幾件事先得說明，跨電容器兩端的電壓寫成積分形式為：

$$e_o = \frac{1}{C} \int i dt \quad (23)$$

此式係按下述關係獲得。在學習基本電學時，各位知道電容量 (C) 與其電荷 (Q) 及所施電壓 (E) 之關係如下式：

$$C = \frac{Q}{E_o} \quad (24)$$

上式係說明其靜態直流狀態，電容量之動態公式為

$$C = \frac{dq}{de_o} \quad (25)$$

就電流而言，也有兩樣的關係，如

$$I = \frac{Q}{T} \text{ (直流) 而 } i = \frac{dq}{dt} \quad (26)$$

$$\text{或 } i dt = dq \quad (27)$$

重組(25)式得

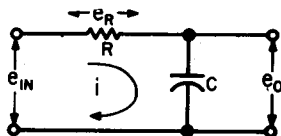
$$de_o = \frac{dq}{C} \quad (28)$$

將(27)式之 dq 代入(28)式，再將兩端積分即得

$$e_o = \frac{1}{C} \int i dt \quad (29)$$

現在我們來討論積分如圖 1-3 之數學上之特性：

圖 1-3 基本積分電路圖



如圖可知：

$$i = \frac{e_r}{R} = \frac{e_{in} - e_o}{R} \quad (30)$$

由(29)式知

$$e_o = e_o = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{RC} \int (e_{in} - e_o) dt \quad (31)$$

當 e_o 甚小時，

$$e_o \approx \frac{1}{RC} \int e_{in} dt \quad (32)$$

不過，當時間增長時，一個問題隨即產生，那就是 e_o 將增大而至不可忽略的程度，於是利用網路作積分，計算即產生一項誤差。另外一個問題吾人可以看出，那就是爲了計算準確， e_o 一定得維持到很小，可是，這麼小的信號有什麼用呢？無疑地我們會想到使用放大器。以後我們將討論利用高增益和具有負回授放大器之積分器各項問題。

轉移函數和“p”運算子

轉移函數是一個網路分析之名詞，常用以說明利用一組配件改變其輸入信號之方法。

例如，在積分器時，

$$e_o = \frac{1}{RC} \int (e_{in}) dt \quad (33)$$

假如我們想把(33)式和表示放大器增益一樣的表示出來，則可得一式如

$$\frac{e_o}{e_{in}} = \frac{1}{RC} \int () dt \quad (34)$$

$\int () dt$ 是什麼意義呢？此項稱為運算子，正如 $+$ ， $-$ ， $\times$ ，和 $\div$ 等都是算子一樣。此名詞意即將任何與時間為函數之對時間積分。通常以 $\frac{1}{p}$ 表示 $\int () dt$ ，因此按定義

$$\int () dt \text{ 等於 } \frac{1}{p} \text{ 且用 } (\equiv) \quad (35)$$

積分器之轉移函數用“p”算子或“f(p)”為

$$f(p) = \frac{e_o}{e_{in}} = \frac{1}{pRC} \quad (36)$$

和

$$e_o(p) = \frac{e_{in}}{pRC} \equiv \frac{1}{RC} \int e_{in} dt$$

此種觀念亦用於微分

$$\frac{d()}{dt} \equiv p \quad (37)$$

和

$$L \frac{di}{dt} = L pi \quad (38)$$

p 運算子有些什麼特性呢？舉例說明，假若一電壓為時間之函數，表示為 $e(t)$ 及

$$e(t) = 2t^2 \quad (39)$$

於是