

版

合成结构分析

國防工業出版社

压合成结构分析

L. R. 卡尔谷脱 著

滨江 译

国防工业出版社

1975

内 容 简 介

本书对合成材料的板与壳的结构原理作了基本介绍。主要目的是对这种合成结构技术的基本概念做一些探索性引导,说明一些当代有代表性技术水平的新进展,并作为对合成材料制造的结构部件进行分析的初步介绍。

本书可供飞行器结构分析人员及科研等有关工程技术人员参考。

The Analysis of Laminated Composite Structures

Lee R. Calcote

1969 VNR Company

层压合成结构分析

滨江 译

国防工业出版社出版

北京市书刊出版业营业许可证出字第074号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092¹/₃₂ 印张8⁵/₁₆ 176千字

1975年3月第一版 1975年3月第一次印刷 印数:0,001—4,000册

统一书号:15034·1390 定价:0.87元

出版说明

遵照伟大领袖毛主席关于“洋为中用”的教导，我们翻译出版了“层压合成结构分析”一书，该书可供飞行器结构分析人员及科研等有关工程技术人员参考。

层压合成材料是一种新型材料，它的特点是强度高，重量轻，因此在设计飞机、宇宙飞行器以及推进器时，采用合成材料的重要性愈来愈大了。

该书对合成材料的板与壳的结构原理作了基本分析，主要目的是对这种合成结构技术的基本概念做一些探讨和推导，有利于读者对它作更全面、更深入的学习。

翻译过程中，对原书的错误做了修改，望读者遵照毛主席“排泄其糟粕，吸收其精华”的教导，批判的去阅读参考。

目 录

原序	7
符号	9
第一章 引言	13
第二章 正交各向异性材料的应力应变关系式	18
2.1 正交各向异性材料的虎克定律	18
2.2 层板关于自然轴的应力应变关系式	24
2.3 微观力学法	27
2.3.1 对于 E_1 的估计	33
2.3.2 对于 E_2 的估计	33
2.3.3 对于 ν_{12} 的估计	36
2.3.4 对于 G_{12} 的估计	37
2.3.5 关于微观力学的结语	38
2.4 关于任意轴系的层板应力应变关系式	40
2.5 层板的实验特征	51
参考文献	56
第三章 层压合成平板	57
3.1 单向平面各向异性平板	57
3.1.1 基本方程的推导	57
3.1.2 应力与应变的确定	67
3.2 多向平面各向异性层板	67
3.2.1 基本方程的推导	69
3.2.2 应力与应变的确定	79
3.2.3 参考面应变和板的曲率与扭率的确定	85
3.2.4 简化为总体合成层板性质	86
3.2.5 边界条件	89
3.3 结语	91
参考文献	92
第四章 层压合成壳	93

4.1 壳的曲面几何	93
4.2 壳的变形与应变	108
4.3 壳的应力合力和应力合力偶	110
4.4 平衡方程与协调方程	123
4.5 层压各向异性圆柱壳	127
4.5.1 基本方程的推导	128
4.5.2 应力与应变的确定	137
4.5.3 边界条件及其他问题	141
4.6 结语	143
参考文献	144
第五章 层压合成梁——弯曲	145
5.1 层压板条	145
5.2 层压各向异性矩形梁	154
5.3 结语	167
参考文献	168
第六章 层压合成柱——屈曲	169
6.1 层压各向异性的欧拉柱	170
6.2 层压各向异性板	173
6.3 层压各向异性壳	178
参考文献	187
第七章 破坏准则	189
参考文献	201
附录 I 矩阵与张量基础	203
1.1 矩阵形式	203
1.2 矩阵的运算	205
1.3 笛卡儿张量基础	214
附录 II 弹性力学的基本方程	223
附录 III 有限差分法	234
附录 IV 有限元及位移法	247
参考文献	265

原 序

我写这本书只有一个目的——就是作为以层压合成板与壳组成的结构元件进行分析的入门。在这里用“入门”两字，并不是意味着它的内容浅，因为层压合成板本身就是一种复杂的、非匀质的、各向异性的结构。它的主要目的是对这种合成结构技术的基本概念做一些启蒙式的探讨和推导，有利于读者对它作更全面、更深入的学习。这意味着首先要了解某特殊方程是怎样建立起来的，但对于如何求解方程的各种方法，本书不准备作详细的讨论。

对于设计过程中用到的简化方程或设计图表等等没有下功夫。由于合成结构固有的复杂性，在这门学科范围内准备些设计图表是非常有用的。但这些辅助资料必须在设计人员和结构分析人员对于这里所探讨的基本原理有了彻底了解之后才有可能搞出来。

在这本书所包含的若干领域内，由于参考资料不多，所以讲得很简单。合成材料和结构的技术实际上都还在幼年时代。新兴的技术几乎都有这样一个特点，即根据纯粹经验结果的实际应用，远远地走在理论发展的前面。由于这个缘故，在理论上存在着很多空白点，其中有些领域将在本书内适当地地方作些探讨。

在书内若干部分中，除了理论研究不足之外，有些讨论到的技术方面也只有说明而缺乏实验的证实。在任何理论的

发展过程中，为了使最后的方程能够有解，附加一些简化假设是必要的。反过来这些假设又影响推导的正确性和严格性，因此就必须用实验来验证。本书所用的简化假设只有说明，因此还不能肯定地说某一方法比另一方法更为可靠。所有这些还有待于将来有系统的、精密的实验来证实。这也是在合成结构工艺上存在的空白点。因此不论读者的兴趣是在理论方面还是在实验方面，是在微观力学方面还是在宏观力学方面，都有大量工作要做。我希望这本书能在理论方面打下一些基础或是作为将来深入研究的一个起点。

读这本书所需的预备知识是基本弹性力学或连续介质力学。对于板和壳最好也能够知道些，但不是绝对必要的。对于各向异性体分析所需要的分析工具，主要在矩阵方面，因为用了它能适应于计算机的程序设计。对于这些学科，读者如需要些准备知识，可以参阅本书的附录。张量与矩阵基础见附录 I，弹性力学的基本原理见附录 II。这些附录很不完整，但可供读者迅速查阅。

此外，由于合成结构的复杂性，本书内没有包括可供读者进行练习的习题。如果要把这本书作为教材，对于一些缺少推导的过程可以作为读者的习题。实际上要对理论有全面的了解，就必须了解它的每一推导过程。如果有电子计算机的话，许多实际问题可以作为各自研究的题目，或是一个学期的设计题目。这些实际问题的解决，能有助于当前这门学科技术水平的提高。在这方面附录 III 所介绍的有限差分法和附录 IV 所介绍的有限元法都有参考价值。

L. R. 卡尔谷脱

符 号

凡符号右上角标有星号或撇号的,都表示转动后或变形后的对应量。黑体字表示矢量。下标表示张量,它的值有 1, 2, 3 三个,在有些特殊问题中另行说明者除外。

a_{ij}	方向余弦, 变换阵列	$[C_R], [\bar{C}_R]$	层压合成板的总体刚度方阵
a_{ij}	矩阵 $[A]$ 的元或矩阵 $[A]$	d	层板厚度
$[a]$	矩阵 $[A]$ 的逆矩阵, 同 $[A]^{-1}$	$[d]$	矩阵 $[BA^{-1}B-D]$
A	截面面积	D_{ij}	弯曲刚度
A_{ij}	材料刚度矩阵的元	$[D]$	层压合成板矩阵
$[A]$	层压合成板矩阵	e_α, e_β, e_n	主单位矢量
A, B	切向矢量值	$[e]$	矩阵 $[Ca]$
$[A_i]$	矩阵 $[A]$ 的张量式	e_{ijk}	(三阶的)置换张量
b	板条宽度	E	弹性模数
b	单位副法向矢量	E, F, G	第一基本形式系数
$[b]$	矩阵 $[A^{-1}B]$	f	表示丝状材料的下标
$[B]$	层压合成板矩阵	$[f]$	矩阵 $[Cb]$
C	连接因数	F	力的绝对值
$[C]$	关于自然轴的合成刚度方阵	$F, G, H, \left. \begin{matrix} L, M, N \end{matrix} \right\}$	材料各向异性系数
$[\bar{C}]$	关于任意轴的合成刚度方阵		

$[g]$	(3.58a) 式定义的矩阵	L, M, N	第二基本形式系数
G	剪切弹性模数, 刚度模数	m	表示基体材料的下标
h	层压合成板厚度	m	$\cos \varphi$ 之值
h_i	曲线尺度因子, 拉梅系数	m_i	交叉系数
h_i	从参考面到第 i 与 $i+1$ 层层板间分隔面的距离	M_i	单位长度的法向力矩
		M_{ij}	单位长度的扭转力矩
$[h]$	(3.58b) 式定义的矩阵	n	$\sin \varphi$ 之值
I	惯矩	n	单位法向矢量
$[I]$	单位方阵	N_i	单位长度的法向载荷
$i, j, k, \left. \begin{matrix} l, m, n \end{matrix} \right\}$	张量下标	N_{ij}	单位长度的共面切向载荷
k	失配因数	$[p]$	(3.58c) 式定义的矩阵
$[k]$	用局部坐标表示的有限元刚度方阵	P	力的绝对值
K	容积模数	q	法向压力
		q	位移矢量
$[K]$	用总体坐标表示的有限元刚度方阵	q_i	载荷参数
		r	基本强度比, X/Y
		r	矢径
$[\bar{K}]$	有限元组合体刚度方阵	r, θ, x	圆柱坐标
l	表示纵向的下标	R	丝状体直径与间隔比
l	板的长度	R	位(置)矢量
L_i	材料系数	R_i	主曲率半径
l, m, n	方向余弦	s	弧长

S	基本剪切强度	α	角
$[S]$	关于自然坐标的柔度方阵	β	体积比
$[\bar{S}]$	关于任意坐标的柔度方阵	α, β	曲线坐标线
i	表示横向的下标	$\gamma, \gamma_i, \gamma_{ij}$	剪应变
t	单位切向矢量	δ_{ij}	克罗内克尔 δ
T_{ij}	张量 (下标表示张量的阶)	Δ	行列式值
T	温差	ε_0	参考面应变
$[T]$	变换方阵	$\bar{\varepsilon}$	平均应变
u, v, w	在 x, y, z 轴向的位移	$\varepsilon, \varepsilon_i, \varepsilon_{ij}$	应变分量
u_0, v_0, w_0	参考面的位移	η	剪切模数比
U	应变能 (密度) 函数	η	柔度 (方阵) 元
U	艾里应力函数	θ	比角
v	体积部分	κ	曲率
V	体积	λ	特征值
V	矢量	λ_i	无维交叉系数
V_{ij}	单位长度横向剪切载荷	λ_i	矢量方向
x_{ij}	$x_i - x_j$ 的值	$[\lambda]$	变换矩阵
x, y, z	直角坐标	μ	未定泊桑比
X	主轴向或纵向强度	ν_{ij}	泊桑比 (由于 i 方向的应变而在 j 方向产生的应变比)
X, Y, Z	总体坐标	ρ	曲率半径
$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	表面拉力	$\sigma, \sigma_i, \sigma_{ij}$	应力分量
Y	主横向强度	$\bar{\sigma}$	平均应力

续

ϕ, φ	材料参数; 角	$[\quad]$	矩阵, 方阵
χ	板的曲率与扭率 变化	$[\quad]^{-1}$	逆矩阵
$[\quad]$	行矩阵	$[\quad]^T$	转置矩阵
$\{ \quad \}$	列矩阵	,	表示偏微分的下 标

第一章 引 言

所谓多相的或两种材料合成的层板，是将一种刚性丝状材料压制在另一种可容基体材料之内。当前用来作为合成层板的几种材料有：作为丝状材料的玻璃、硼、碳化硅、碳、石墨、铍和钢；作为基体的酚醛塑料、聚脂、铝、环氧化合物、环氧酚醛塑料和环氧酚醛清漆等。

初步的可能性探讨证明：如果把高强度、高模数和低密度的玻璃丝或硼丝层压在低强度、低模数的环氧树脂基体内，就能制造出一种适用于宇宙飞行器设计的、在航空上具有重要技术革新意义的合成材料。有些结构部件用了这种合成材料后，其重量可比习惯上常用的金属结构重量减少40~50%，研究的结果还证明一架飞机的总结构重量可因此减少35%以上。对于重返大气层的宇宙飞行器，如用高级合成材料制成的整体热屏和基体结构代替习惯上所用的热屏与结构，估计其总重能降低25~35%，这要看宇宙飞行器的型式、大小和执行任务的环境而定。采用高级合成材料对于推进器也有影响。例如空气喷气发动机的重量完全有可能因此降低33%。此外，利用纤维丝加固的和分散加固的合成材料可以使汽轮机的进气温度提高华氏几百度。利用这种新型合成材料甚至还能使涡轮发动机可能达到的推力重量比提高一倍。

这种减轻重量的优点，只有采用合成材料才有可能体现，

这是因为设计人员不仅对设计的一定载荷，并对它的各个定向分量，都有额外的参数可以利用。此外，采用现代先进的合成材料，特别是由硼纤维与环氧树脂基体合成的材料，设计人员就有可能用强度和钛一样，重量却和镁一样的材料进行设计。从而使以合成材料制成的飞机与宇宙飞行器的结构部件设计和试飞工作，得以快速进行。

这种现实性的研究工作，明显地说明合成材料在飞机、宇宙飞行器以及推进器设计中，其重要性愈来愈大。但随之而来的困难是它的组成材料的机械性能与热性能之间内在相互影响的复杂性。因此利用这种合成材料，主要还是根据试验结果，因为它是远远地走在基本理论研究的前面。这种现象在一般新技术的发展上是常见的，对于合成材料工艺就更是如此。无论在问题的微观力学方面或在宏观力学方面，都还存在着很多空白区。虽然如此，在理论方面毕竟还是有了不少进展。

合成材料是非匀质的、各向异性的、而且是难于确定它的特性的，因此分析这种材料，以及利用它来设计部件，就需要更有经验的，更合适的人员。当前从事并且习惯于分析和设计各向同性体的人员就需要再学习。在思考问题上就需要有一个转变，这就是从匀质的、各向同性的概念转入一种比较复杂的、非匀质的、各向异性的概念。对于结构分析人员尤其应该如此。我希望这本书能够有助于完成这样一种在思考问题上转变的任务。

合成结构的基本层可以视作具有两个材料主向（或自然轴）的正交各向异性体。这两个材料主向是指与丝状体平行的轴和另一个与之垂直的轴。把几个这样的基本层结合或层

压起来,就构成多层的合成层板。这样就有可能使设计人员变换材料的方向性,获得他所希望的、有一定方向性的材料。因此设计人员就能选取在结构的某定点适应某定向载荷所需的材料。这样的设计比利用整块金属材料来设计有很多优点。利用整块金属材料进行设计,所需材料的大小是由最大设计载荷和它的作用方向来确定的,因此对于载荷较小的其他方向就会浪费材料,还会增加不必要的重量,但合成材料就能适应于这种要求。其结果是不但更有效地利用了材料,而且如果合成材料与金属材料的强度重量比基本相同时,合成材料所需的重量就能降低不少。再由于实际上合成材料的强度重量比都大于常用金属结构材料的强度重量比,所以利用合成材料进行设计的效果就格外显著。

读者已经看到在结构上改用合成材料进行设计,就需使材料和结构研究的传统专门化取得更紧密的协调。这是由于这样一种事实产生的,设计人员不仅要注意到结构方面,还要注意到如何发挥材料的最佳性能问题。材料和结构这两大方面是用一个力学组成方程结合起来的,这种方程的最简单形式就是广义虎克定律:

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (1.1)$$

其中 σ_i 为应力分量, C_{ij} 为合成材料的刚度矩阵元, ε_j 为工程应变分量。材料技术人员主要研究影响合成材料刚度矩阵的几何参数与材料参数,而很少考虑合成材料刚度矩阵对于结构性能的影响。相反地,搞结构的技术人员为了确定合成结构的最佳设计,他就得知道对于用一定材料组成的合成层板的 C_{ij} 的变化范围有多大,以及如何利用这附加参数来完成他的最佳设计。

合成结构有效分析的关键在于掌握典型层的正交各向异性的应力应变关系的全部知识。如已经选定了由那几种特定材料组成的合成层板, 结构分析人员面临的首要的、也许是最基本的问题就是要决定基本层关于它的自然轴的应力应变关系。因为层板是薄层的, 所以能简化为含有四个独立弹性系数的二维正交各向异性问题。如何将式 (1.1) 所表达的广义虎克定律简化为二维问题, 这将于第 2.1 节内讨论。这些系数与工程上常用的弹性模数和泊桑比之间的对应关系将在第 2.2 节内讨论。

从微观力学的观点来看, 合成层板的弹性模数可以视作它的许多组成材料以及几何参数的函数。很多研究人员正在研究从力学观点上建立合成层板的两组材料间协调的合理理论基础。有关这方面的几个较为重要的结果的讨论和比较, 将在第 2.3 节内讨论。

在合成材料有关它的自然轴的应力应变关系式建立之后, 下一个问题就是要建立在任意方向的层板性能关系式。与这有关的变换方程将在第 2.4 节内讨论。

假设把自然轴的轴向与载荷方向各不相同的若干层板压制起来, 使之构成一种非匀质的、各向异性的层压合成层板结构。正如前面所指出的, 这样一种结构组合是非常有用的, 因为它的弹性劲度和强度的方向特性有着很宽广的变化范围。但和各向同性结构比较起来, 问题的分析也困难得多。为了更有信心地使用这种材料, 对于它的内在应力应变状态就必须有充分的了解。和现在所提到的若干基本假设有关的层压合成板的若干复杂关系式将在第三章内讨论。如果层板是用来制造其他结构部件, 在分析上有关的理论方法与表达