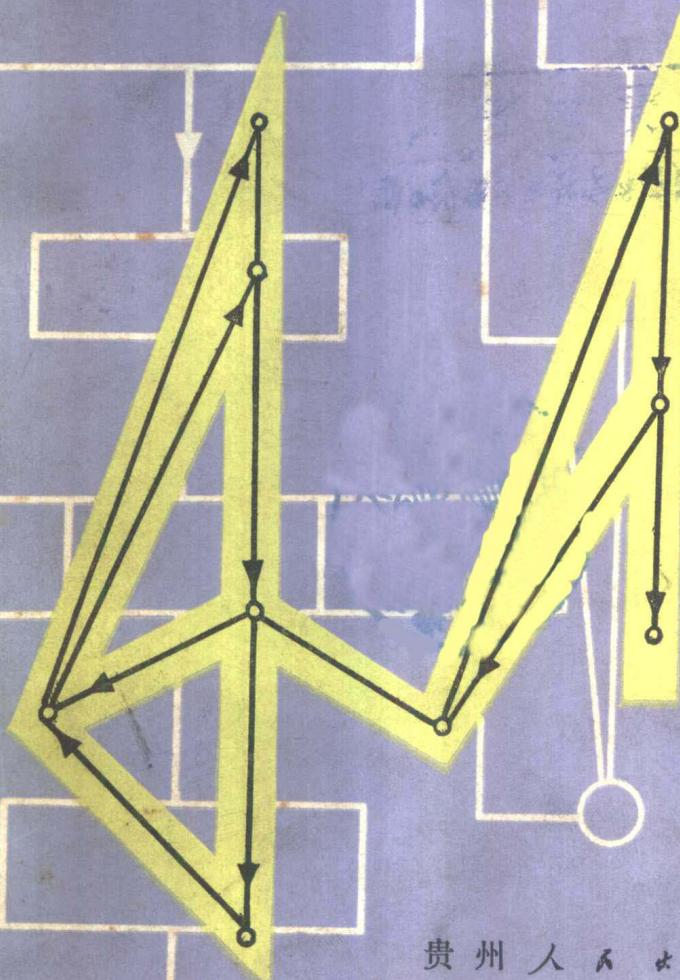


763036

图论

3157
—
7/8063

[美] W. MAYEDA 著



贵州人民出版社

图 论

[美] W. Mayeda 著

葛 真 钟宇晖 译
邓祖善 杜世培

贵州人民出版社

内 容 简 介

本书是一本全面系统地阐述线图理论及其应用的重要著作。作者前田渡 (W. Mayeda) 教授长期从事图论研究和教学，本书即为作者近三十年来的研究成果总结。

全书分为两部分：前一部分对线图的基本理论（如路径、割集、平面图的理论、网络及流图理论等）作了完整严谨的叙述；后一部分对图论在电网络、开关网络、传输网络及系统故障诊断等方面的应用，作了较详细的介绍。

本书可供大专院校电气、电子工程、计算机科学、自动控制和应用数学等专业高年级学生及研究生作参考教材，也可供需要了解图论基本知识的科技工作者参考。

GRAPH THEORY

Wataru Mayeda

John Wiley & Sons, Inc., 1972

贵州人民出版社出版

(贵阳市延安中路 5 号)

贵州新华印刷厂印刷 贵州省新华书店发行

850×1168 毫米 32 开本 20.625 印张 445 千字

印数 1—2,900

1985 年 3 月第 1 版 1985 年 3 月第 1 次印刷

书号：13115·55 定价：(平装)4.00 元
(精装)5.00 元

译者的话

前田渡（W. Mayeda）教授所著的《图论》一书，是图论理论及应用上比较重要的著作之一。本书是作者多年从事图论研究和教学的结晶。

本书在理论与应用上的阐述均比较严密，逻辑思维清楚，对于比较重要的定理与引理均举例说明，并把理论与应用有机地结合起来，加以融会贯通，从而自成体系，别具一格。在叙述上由简到繁，循序渐进，讲究教学法。书中例题丰富，适宜自学。稍嫌不足的是，由于该书完成较早，对图论新近的应用，特别是对图论的计算机算法介绍不够，不过，只要读者参阅有关的文献，这是不难弥补的。

前田渡教授对本书的翻译工作极为支持，通过伍朋友同志给我们寄来了他亲自修改的原书的勘误，以供更正；美国圣他卡勒拉大学电机及计算机科学系主任陈树柏教授热情地为本书的中文版写序，使本书增添了光彩；中国科技大学研究生院的左培先生及他在美国攻读博士学位的研究生伍朋友、高晓春同志给了我们大力的支持和鼓励；贵州工学院的吴宏国、张方南、张民选等同志对本书的翻译也作了不少工作；在此一并表示敬意与感谢。

本书的翻译是在葛真同志主持下进行的。钟宁晖同志负责全书的初译及第一章至第六章的复译；引论、第七章至第九章和第十四章的复译由邓祖善同志负责；杜世培同志负责第十章至第十三章的复译；最后由葛真同志对全书进行审校及文字润饰工作。

由于时间紧促，虽然我们尽了努力，译文中的错误仍然难免，希望读者批评指正。

1983年10月

序

图论应用的开始，可追溯至1736年，即欧拉(L.Euler)解答那著名的“哥尼斯堡七桥难题”的时候。所谓图论的研究，是指对由“点”和“线”构成的各种图，研究其中点和线的关系和特性的一种科学。图论在物理科学上的应用，可溯自1847年，当克希霍夫(G.R.Kirchhoff)研究电网络时，由他创立那两个举世闻名的网络定律时开始。但是“图论”(Theory of Graphs)这个名词却是在1936年由D.König首先启用。D.König可以说是以系统性的科学方法研究图论的第一人。

在1930至1936年间，C.Kuratowski,R.M.Foster和H.Whitney在图论研究及发展的过程中，作出了不少重要的贡献。但图论在电网络分析及综合上获得重要的应用，则始于1960年，由伊利诺大学的学者M.B.Reed,M.E.Van Valkenburg, S.Seshu, W.H.Kim及本书作者前田渡(W.Mayeda)教授大力推动所致。

前田渡教授在近二三十年间担任了一个“网络图论”理论及应用研究开垦者的重要角色，在该科学理论的成长上作了不少有意义的贡献。此外，他还在实际电机工程应用上发表了若干重要的文章，其中最具代表性的如有源电路的“双图法”(Two-graph approach)，开关网络的拓扑分析及综合，以及图论在电子计算机科学上的应用等。在这些领域中他均作出了有意义的贡献。

本书介绍了前田渡教授近三十余年来在图论研究方面的成果，在1972年由美国著名的John Wiley & Sons出版社出版。当我于1960年在伊利诺大学攻读电机工程学博士学位时，在图论应用的研究上，有机会研读本书一部分初稿，受益良多。

我在1980年接受了中国科学院的邀请，在北京中国科技大学

研究生院第一次讲授“网络图论及其应用”的专题讲座。承当时听讲的几位热心同仁鼎力协助，在1982年把我在这次讲座中用的英文资料，编撰成《网络图论》一书，由科学出版社出版。该书对前田渡教授在网络图论研究上的辉煌成果，作了颇为详细的介绍。

在此电子计算机科学神速发展，图论在科学应用上日益广泛和进步之时，欣闻贵州工学院葛真教授及钟宁晖、邓祖善、杜世培诸同仁把前田渡教授的《图论》原著翻译成中文出版，可谓适逢其时了。本书对国内在图论理论及应用上之研究，必将有一定的贡献。近日承前田渡教授来信之托，谨将上述数言为序，并谨代表前田渡教授向主持该翻译工作之葛真教授及在他领导下工作的全体同仁深致谢忱，更预祝一切工作顺利，及此译本问世后获丰硕的成果！

陈树柏谨识

一九八三年夏于美国加里福尼亚州圣他卡勒拉大学

原序

近年来，许多已发表的科技论文常在标题中使用一些与线图理论有关的字眼，如“拓扑”、“图论”、“割集”、“树”等等。这不是偶然的。线图理论本身作为数学理论目前正处于发展过程之中，它不断应用于各个从表面看来互不相关的领域中，例如，工程系统科学，人类关系与社会学，商业经营与科学管理，政治学，化学，心理学等。

本书的意图是，不仅要提供使线图理论学起来极有兴趣的入门内容，而且还将引导读者能深入钻研他自己探索的问题，不论这种问题是涉及线图理论本身，还是它的多种多样应用中的一项。

在一本里，不可能对线图理论的所有应用都进行讨论，而我们着重研究的是在电网络理论、开关理论、通讯网和交通网理论、系统诊断等方面的应用。

我很乐于感谢N. 沃克斯博士对本书提出的许多非常宝贵的建议，感谢他阅读了手稿的定稿并改正了其中的错误。我还感谢M. E. 冯·瓦尔肯伯格博士和伊利诺大学协调科学实验室系统组的过去与现在的全部成员，感谢他们对完成本书所作的直接的与间接的支持。

前田渡(Wataru Mayeda)

于伊利诺州奥巴拉

1971年10月

目 录

引论	(1)
第一章 无向线图	(5)
1-1 引言	(5)
1-2 路径和回路	(10)
1-3 欧拉图	(18)
1-4 M 图	(26)
1-5 不可分图	(33)
1-6 路径的集体	(39)
1-7 τ 图	(49)
习题	(60)
第二章 关联集和割集	(63)
2-1 关联集	(63)
2-2 割集	(65)
2-3 割集的环和	(73)
2-4 线性无关割集	(85)
习题	(90)
第三章 线图的矩阵表示和树	(92)
3-1 关联矩阵	(92)
3-2 树	(100)

3-3 回路矩阵	(105)
3-4 割集矩阵	(118)
3-5 割集矩阵的可实现性 (I)	(126)
3-6 从割集矩阵到关联矩阵的变换	(150)
习题	(154)
第四章 平面图	(156)
4-1 2-同构图	(156)
4-2 平面图	(164)
4-3 对偶性	(173)
4-4 割集矩阵的可实现性 (II)	(191)
习题	(206)
第五章 特殊割集和伪割	(208)
5-1 分离两个确定顶点的割集	(208)
5-2 伪割	(218)
5-3 阿贝尔群	(230)
习题	(233)
第六章 有向线图	(235)
6-1 有向线图的关联矩阵和回路矩阵	(235)
6-2 初等树变换	(248)
6-3 回路矩阵的非零大子式的值	(252)
6-4 割集矩阵	(257)
6-5 基本割集矩阵的可实现性	(264)
6-6 有向子图	(268)
习题	(277)

第七章 无源网络的拓扑分析	(279)
7-1 克希霍夫定律	(279)
7-2 网孔变换	(281)
7-3 节点变换	(285)
7-4 导纳矩阵的行列式	(288)
7-5 开路网络函数	(301)
7-6 短路网络函数的拓扑公式	(314)
习题	(322)
第八章 有源网络的拓扑公式、单向网络及等效变换	(324)
8-1 电流图和电压图	(324)
8-2 符号置换	(334)
8-3 主树	(337)
8-4 开路策动点函数	(345)
8-5 开路转移函数	(350)
8-6 短路网络函数	(353)
8-7 单向网络	(356)
8-8 电网络的等效变换	(365)
习题	(375)
第九章 树的生成	(380)
9-1 生成树的必要性	(380)
9-2 用初等树变换来生成树	(382)
9-3 完全树的生成	(393)
习题	(405)
第十章 流图和信号流图	(409)

10-1	流图	(409)
10-2	信号流图	(415)
10-3	信号流图的等效变换	(426)
习题		(438)

第十一章 开关理论 (441)

11-1	连接矩阵	(441)
11-2	开关网络的分析	(448)
11-3	完全确定开关函数的综合	(451)
11-4	以SC网络综合不全定开关函数	(459)
11-5	多触点开关网络	(462)
习题		(466)

第十二章 传输网理论——边权例 (469)

12-1	无向边权 (EWC) 网中的单流	(469)
12-2	无向 EWC 网的端限容量矩阵	(480)
12-3	端限容量之间的关系	(492)
12-4	割集的W类	(496)
12-5	有向 EWC 网	(501)
12-6	损耗 EWC 网	(521)
12-7	EWC 网的流可靠度	(528)
习题		(546)

第十三章 传输网理论——点权例 (553)

13-1	无向情况下的端限容量	(553)
13-2	无向 VWC 网的端限容量矩阵	(564)
13-3	有向 VWC 网	(571)
13-4	点割和点半割的生成	(575)

习题	(585)
第十四章 系统诊断	(588)
14-1 分辨率	(588)
14-2 测试点	(592)
14-3 测试门	(614)
习题	(625)
主要参考文献	(628)
英中名词索引	(633)
符号索引	(644)

引 论

有不少物理系统其性能不仅与元件的特性有关，而且也与元件的相互位置有关。电网络就是一个明显的例子。如果我们把一个电阻器换成一个电容器，一般来讲某些特性（比如说网络的输入阻抗）就会发生变化，这表明这个系统的性质与元件特性密切相关。另一方面，如果我们改变一个电阻器的位置，输入阻抗也会变化，这说明系统的拓扑结构影响着系统的性质。仅由同一种类型的元件组成的系统，其系统特性仅仅取决于本身的拓扑结构，单触点开关电路就是这种系统的例子。在非物理系统中，也能见到类似的情况，比如在管理系统之中就是如此。因此，要显示一个系统，使其拓扑结构能够清晰可见是非常重要的。

表示一个系统的一种简单方法，是画一个由称之为“顶点”的点和连结这些顶点的称之为“边”的线段组成的图，在这个图中，这些顶点和边代表元件和这些元件的联接方式，这样的图就是线图。一个线图根据我们研究的物理系统的类型常常也称为网络、网、图、电路、图解、结构等等。

我们通常用线图来表示一个系统的数学模型或抽象模型，而不指出其物理结构。在这样的情况下，线图指的是流图、信号流图、框图、状态图、简化图、社会图及组织图等。

在线图理论中，已知最早的论文是欧拉 (Euler) 在1736年发表的，他给出了哥尼斯堡(Königsberg)七桥问题的解答，提出了线图的概念。在1847年，克希霍夫 (Kirchhoff) 利用线图理论分析电网络，得到了今天称为策动点阻抗和转移导纳的拓扑公式，

这或许是在工程技术问题中应用线图理论的第一篇论文吧。然而，并不是克希霍夫的论文而是麦比乌斯 (Möbius) 关于四色问题的猜想（大约在1840年），吸引了许多学者献身于线图理论的研究。

四色问题是要证明或者否定，对于任意一个平面地图，如果两个相邻的国家用不同的颜色，只要四种颜色就足够了。在平面地图的每一个国家中间设置一个顶点，当且仅当两个国家相邻时用一条边把这两个顶点连起来，这样做的结果就得到了平面图。换而言之，对于一个给定的平面地图，必定有一个平面线图与其对应，在地图上的一个国家对应于线图的一个顶点，两个国家的界线对应于代表两国的两个顶点之间的一条边。现在，我们可以把四色问题重新陈述如下：证明或者否定对任意一个平面图的顶点染色，相邻的两个顶点用不同的颜色，只需四种颜色就足够了。

如果你想动手证明四色问题，你立即会碰上区别平面图与非平面图的困难。你要研究平面图的性质，尽管关于平面图的基本性质已由库拉托斯基 (Kuratowski) 和惠特尼 (Whitney) 发现，然而四色问题至今还未解决*，仍在吸引许多学者为探讨更多更深的线图理论而努力。当然，也有不少的性质因为其特殊的应用而被发现。

本书的第一部分为初学者提供线图的性质，然而，这并不意味着我们仅仅研究线图的基本与简单的性质。事实上，本书包括如下最高深的材料：

1. 适合于生成所有可能的路径的路径集 $\{P_{ij}\}$ 的特性，以及路径集之中的性质。

2. 怎样生成割集，特别是怎样生成把给定的两个顶点分离的所有割集，这些割集在通讯网和运输系统中是非常重要的。

* 四色问题已在1976年由美国的K. Appel, W. Haken, J. Koch运用电子计算机工作了1200小时，成功地作出了证明。——译注

3. 证明包括托特 (Tutte) 条件在内的割集矩阵的可实现条件。

4. 对于非平面图的库拉托斯基条件的一个证明及对于平面图的惠特尼条件 (对偶性) 的证明。

5. 伪割的引入。当一个线图是平面时，一个伪割就变成路径的对偶。

6. 在有向线图中，判定有向圈存在的一个算法。

7. 生成所有树的两种类型的发展。

当我们讨论线图应用时，我们时常用到带权线图，即边或者顶点具有称之为权这个量的线图。例如，我们能够把一个无源线性双向集中参数的电网络表示成为一个线图。这个线图的每条边具有三个权，即电压、电流及二者比例系数，这将在第七章讨论。为了研究通讯网或运输系统的最大流问题，对应的线图中通常每条边仅需要一个权表示该边能处理的最大运输能力（见第十二章）。我们还能看到一个适当的带权线图能够表示其他系统，诸如开关电路，逻辑电路，航空运输网及计算机系统。

在许多情况下，一个带权线图只是用来表示一个系统。然而在本书中，我们将研究怎样利用带权线图进行系统分析，特别是一种称为拓扑分析法的方法。有两类互相区别的拓扑法，一个是利用称为拓扑公式的法则直接从带权线图研究所述系统的特性。而另一种方法是连续运用等效变换法把一个系统的带权线图简化为一条带权边，这条边的权就表示了系统的特性。拓扑公式法的例子包括：（1）根据一个给定的线性集中参数的电网络所对应的带权线图，找出所有具有某些特性的子图，从而得到电网络的函数（见第七，第八章）；（2）在通讯网与运输系统中，由定出所谓最小割的位置而得到最大流（见第十二章）；（3）在一个开关电路中，由找出指定端点之间所有可能的路径而获得开关函数（见第十一章）。等效变换的例子是：（1）利用节点消去

法获得简化了的信号流图（见第十章）；（2）一个线性电网络的等效变换（见第八章）。

第一类拓扑分析清楚地显示出一个系统的特性与边（或部件）的位置之间的关系。在某些情况下，这种关系足以设计或改善一个满足给定功能的系统，这称为系统的拓扑综合。开关函数和通讯网的综合就是一个良好的例证。在第十四章给出的系统的故障诊断再次表明线图理论的确是应用于系统理论领域中的一个基本工具。

第一章 无向线图

1-1 引言

在这一章里，我们要讨论无向线图的路径和回路的一些性质。路径和回路是线图中相当重要的子图。例如，我们以后将会看到，路径确定开关网络的特性，而回路则与电网络理论中的克希霍夫电压定律有关。

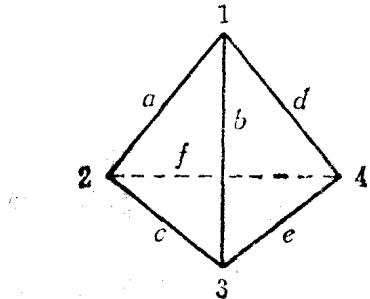


图1-1-1 一个四面体

为了定义线图，考虑图1-1-1所示我们熟悉的四面体，可能要容易些。在这个四面体中，有四个顶点1, 2, 3, 4和六条边 a, b, c, d, e, f 。每一条边位于两个顶点之间：边 a 在顶点1, 2之间，边 b 在顶点1, 3之间，边 c 在顶点2, 3之间等等。

在组合拓扑学中，顶点集合和边集合的集体*称为一维（线性）单纯复形，在图论中则称之为线图。不过，顶点和边的定义要比在多面体中广泛些。

* 集体 (collection) 与集合 (set) 的概念稍有不同。在本书中，集体是指以集合为元素的集合。但有时二者也可混用。——译注