

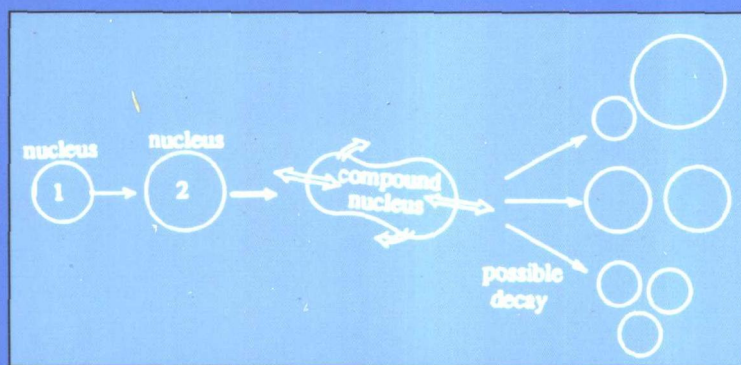
[德]W. 顾莱纳 [美]B. 缪勒

著

» *Q*UANTUM MECHANICS SYMMETRIES

量子力学：对称性

钱裕昆 成珣 译 张启仁 审校



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



Springer

著作权合同登记 图字:01-2002-4291 号

图书在版编目(CIP)数据

量子力学:对称性/(德)顾莱纳,(美)缪勒著;钱裕昆,成琍译. —北京:北京大学出版社, 2002. 10

ISBN 7-301-04999-4

I. 量… II. ①顾… ②缪… ③钱… ④成… III. 量子力学-对称性-核物理 IV. 0571. 21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 095482 号

Translated from “Quantum Mechanics. Symmetries”

Copyright ©Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1989, 1994. All rights are reserved.

本书由 Springer-Verlag 授权北京大学出版社出版

书 名: 量子力学:对称性

著作责任者: W. 顾莱纳 B. 缪勒著;钱裕昆 成琍译

责任编辑:张 萍 王 原

标准书号: ISBN 7-301-04999-4/0 • 0508

出版者:北京大学出版社

地 址:北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn>

电 话:出版部 62754962 发行部 62754140 编辑部 62757513

电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

排 版 者:兴盛达激光照排中心

印 刷 者:中国科学院印刷厂

发 行 者:北京大学出版社

经 销 者:新华书店

787 毫米×1000 毫米 16 开本 27.25 印张 640 千字

2002 年 10 月第 1 版 2002 年 10 月第 1 次印刷

定 价: 45.00 元

英译本前言(节译)

全世界不止一代说德语的学生正是用瓦尔特·顾莱纳的教材为引导了解和欣赏了现代理论物理以及作为科学根基的数学的力量和美。

用一系列密切相关的教科书连贯而完整地表达科学的一个整领域并不是新想法。许多老物理学家怀着愉悦的心情回忆他们通过索末菲的,普朗克的,以及朗道和栗弗席兹的经典丛书开拓自己的道路,进行探索和发现时的感受。从学生的观点看,用一致的符号,逻辑地组织题材和连贯的表达有许多明显优点;此外,对科学的完整概括给作者以难得的机会来表达对自己学科的爱。

顾莱纳丛书的完备性使它对学生和教授都特别有益。他排除了常用语“于是……”,这种表述背后往往隐藏着好几页的数学推导,而使学生莫名其妙。他常用实验数据解说理论观点,这些数据像理论内容一样在不断改进和扩充讲稿的过程中一再更新。丛书就在这种讲稿的基础上形成。

还有,顾莱纳在每卷中收入成百完全做出的例题而大大增加了丛书的价值。对学生来说没有什么比详细看到物理学家感兴趣的问题如何由所学的理论概念和方法解决更加重要。最后,顾莱纳在每一章加入了对所表述的理论概念和(或)实验数据有贡献的人的传略。奥古斯特·孔德(1798—1857年)在他的《实证哲学》中曾指出:“要了解一门科学必须知道它的历史。”这是现代物理教学中经常被忘却的。顾莱纳架设的通向我们科学先驱者的桥梁值得欢迎。我们的工作正是建筑在他们工作的基础上。

此外,丛书对训练有素的物理学家也颇有益。读者会一再发现,当他深入某一卷去检视某一特别课题时,会从浏览而进一步被他原先不熟悉且常常是迷人的新见解和发展所吸引。

我在耶鲁的教学和研究工作中用过几卷顾莱纳教程的德文原版。我欢迎这套新的改进的英文译本,愿热情地将它们推荐给每一个寻求对物理学有一连贯纵览的人。

D. A. Bromley

Henry Ford I 物理教授

耶鲁大学

New Haven, CT USA

中译本序

这套理论物理丛书的目的在于由浅入深地引导学生,最终获得本领域的渊博知识。当然,它们也可用作科学人员的参考书或帮助准备讲演的资料。它们是由作者在美因河畔法兰克福哥德大学理论物理研究所的教学讲义的基础上发展而成。丛书开始是经过多年改进的德文版。许多次德文版后,整套丛书被译为英文,且正在出法文版和日文版。

作者特别高兴中文版即将问世。希望丛书能像在世界其他地方那样也有益于中国学生和科学工作者。作者非常感谢中文版的问世,并且特别引以自豪,因为这里有中国和德国物理学家的长期合作。来自中国(北京、上海、兰州、……)不同大学和研究所的教授、博士后和学生访问过法兰克福的理论物理研究所,并在此作过研究工作。

我们很高兴亲身体验到来自中国的年轻科学家的出色教育并希望中国的学生和教授们同样喜欢这套丛书,希望在这个伟大的国度里找到许多朋友。

法兰克福哥德大学的理论物理课程包括:理论力学 I (第一学期),理论力学 II (第二学期),经典电动力学(第三学期),量子力学 I (第四学期),量子力学 II —— 对称性和相对论量子力学(第五学期),和热力学与统计力学(第五或第六学期)。研究生课程自量子力学 II 和热力学与统计开始,继以量子电动力学,规范理论与弱作用,量子色动力学,和其他关于核和固体理论以及宇宙学等更为专门的课程。

这套丛书现在已到德文第四版。许多年来不少学生和合作者作出习题和例题。我们欣赏 Steffen A. Bass, Adrian Dumitru, Dirk Rischke(现在哥伦比亚大学)和 Thomas Schönfeld 的热心奉献。Astrid Steidl 为本丛书作图。对此我们表示衷心的感谢。我们还要感谢丹麦 Aarhus 大学 Jes Madsen 教授和挪威 Bergen 大学 Laszlo Csernai 教授对正文和例题提出的宝贵意见。我们特别感谢 Fort Collins 科罗拉多州立大学的 Martin Gelfand 教授和他的学生们提醒我们注意一些物理问题。

最后我们要感谢纽约斯普林格出版社,特别是 Hans-Ulrich Daniel 博士和 Thomas von Foerster 博士的鼓励和耐心,以及 Margaret Marynowski 女士的熟练编辑。我们特别要感谢张启仁教授(北京大学)和潘欧嘉博士(北京大学出版社)组织翻译和编辑中文版。

顾莱纳

1998 年 1 月 14 日于美因河畔的法兰克福

中译本审校者序

顾莱纳教授及其同事们所著的理论物理丛书中文版即将问世。这是中德文化交流的一件大事,对我国理论物理的教学和研究必将有所促进。

瓦尔特·顾莱纳教授是世界知名的理论物理学家,在原子核物理、原子物理、场论和粒子物理的广大领域都有独特的、首创的和系统的贡献。他领导下的法兰克福哥德大学理论物理研究所是一个出成果、出人材、具有世界影响的研究集体。在这个集体的长期努力下,相对论量子力学中的克莱恩(Klein)佯谬及其影响终于得到彻底的理解。在此基础上他们对巨核(Giant Nuclei)超临界电荷可能引起的真空衰变作了系统的理论研究,并提出了用重离子碰撞中形成的短暂的巨核分子态对真空衰变进行实验研究的方法。虽然由于实际的复杂性,这方面的研究仍在继续进行中,他们的理论贡献无疑为此问题的最终解决奠定了基础。在壳效应可能导致超重核的问题上,顾莱纳和他所领导的集体也是最早和最系统的研究者之一。他们还首先预言了集团放射性,这种新型放射性正被实验证实。他们还对重离子碰撞中骇波的形成和发展作过系统研究,指出这是压缩和加热核物质的关键机制。这也被实验所证实。在这些具体的研究中他们还建立了一些理论模型,如广义集体模型,被称为格诺埃斯-顾莱纳(Gneuss-Greiner)模型,和双中心壳模型;也发展了一些独特的计算方法,如双中心狄喇克方程的数值解法等。以下数字可能说明一些问题。这个集体有顾莱纳署名的论文在 600 篇以上,会议报告和评述论文 150 篇以上,讲演 300 篇以上。

顾莱纳还是一个教育家,在指导众多的研究生和年轻的研究工作者的同时长期坚持讲授基础理论课。在他指导下获得博士学位的超过 150 人,其中 39 人在世界各地的大学中已成为教授和学术领导。他与合作者所著的教材和专著超过 10 本,这些书在更大范围内发挥着培养年轻人的作用。

用经验丰富、硕果累累来形容顾莱纳的科学研究和教育工作实不为过。这使我们相信将他和其同事们所著的理论物理丛书翻译成中文将有益于我国年轻物理学家的培养。

顾莱纳教授还是中国人民的朋友。多年来他特别支持中德合作。许多中国学者和学生曾到他领导的研究所工作,他也曾多次来华访问讲学,并被聘为北京大学客座教授。在这套丛书的翻译过程中他还把最近教学中作的一些修改寄来。这意味着中译本将是这套丛书的最新版本。

张启仁

1998 年 4 月 8 日于承泽园

第一版序言

理论物理已经成为包含很多方面的学科。对年轻学生,要应付如此大量新学科的学习是相当困难的,我们只对整个领域做一个概观,它包括从力学经过电动力学、量子力学、场论、核和重离子科学、统计力学、热力学和固体理论到基本粒子物理。而这些知识必须在仅仅 8-10 个学期内获得,在此期间,还有一张文凭或硕士论文必须要做,还要准备考试。要做到所有这些,大学教师就必须尽可能早地引导学生到新的分支,使他们产生兴趣和激情,从而又释放出新的精力。自然地所有不必要的课程必须被简单地排除掉。

在法兰克福的约翰·沃尔夫冈·哥德大学我们在第一学期就直接面对学习理论物理的学生。理论力学 I 和 II 和量子力学 I —— 导论是头两年间的基本课程。这些讲座用许多数学解释和支持材料来补充。在第四个学期的学习后,研究生工作开始了,而量子力学 II —— 对称性、统计力学和热力学、相对论量子力学、量子电动力学、弱作用的规范理论和量子色动力学是必修的。除此以外一些关于特殊课题的补充课程被给出,诸如流体力学、经典场论、特殊和广义相对论、多体理论、核模型、基本粒子及模型和固体理论。它们中一些,例如为期两学期理论核物理和理论固体物理也是必修的。

包括量子力学——对称性的讲义的形式仿效所有其他的讲义:与必要数学工具的广泛的准备一起,许多例子和练习被做出来。我们力求给予科学以一种尽可能有趣味的形式。谈到量子力学中的对称性时我们正面对一个特别优美的主题。被选的材料可能不是传统性的,但是以我们的观点,在现代物理这一领域具有相当的重要性。

本书在简短地提及经典力学中某些对称性之后,对称性在量子力学中的巨大重要性被勾划出来。特别是详细描写了旋转对称性的结果,并且我们很快被引导到李群的一般理论。广泛地描画了同位旋群、超荷和 $SU(3)$ 对称性及它们在现代基本粒子物理中的应用。基本的数学定理不加证明地引用和启发性地演示表明了它们的重要性和意义。定理的证明可以在详细的例子和完成的练习中找到。

一个关于根矢量和经典李代数的补充加深了这个材料,广泛地描画了杨盘技巧,并且通过关于群特征标的一章和关于杂数的一章,把我们引到了非常现代的物理问题。关于特殊离散对称性和动力学对称性的章节推进了这些讲座。这些都是使年青物理学家着迷的主题,因为这些内容对他们表明早在第五学期他们就能追求和讨论研究工作前沿的问题。

许多学生和合作者在这些年里帮助做了例子和练习。对这第一个英文版我们欣赏 Maria

Berenguer, Snjezana Butorac, Christian Derreth, Klaus Geiger 博士, Matthias Grabiak 博士, Carsten Greiner, Christoph Hartnack, Richard Herrmann 博士, Raffaele Mattiello, Dieter Neubauer, Jochen Rau, Wolfgang Renner, Dirk Rischke, Thomas Schönfeld 和 Stefan Schramm 博士的帮助。Astrid Steidl 小姐画了图并准备了图表。对所有他们,我们表示衷心的感谢。我们也感谢芒斯特大学物理系的 K. Langanke 博士和 R. Könning 先生,他们对德文版作了有价值的评论。

我们想特别感谢 Dipl. -Phys 的 Pela Waldhauser 先生,为了他的从头到尾的帮助。我们非常赞赏他的组织天才和在技术性问题上的建议。

最后我们想感谢 Springer-Verlag, 特别是 H-U, Daniel 博士,为了他的鼓励和耐心;以及 Michael Edmeades 先生,为了他专家般的英文排版。

1989 年 7 月于法兰克福

瓦尔特·顾莱纳 本特·缪勒

第二版序言

我们高兴地注意到我们的教科书《量子力学：对称性》在物理系学生和研究人员中找到了许多朋友，以至于产生了对第二版的需求。我们利用这次机会对这课本作了一些改进，修正了一些印刷错误和小差错，并在各处加上了解释性的要点。除了许多小的改动外，第 8.6 节，第 8.11 节和第 11.4 节以及练习 3.9, 7.8 和 9.5 被扩展了。增加了两个新的练习，关于维格纳-埃克特定理（练习 5.8）和关于 $SU(N)$ 生成元的完备性关系（练习 11.3）。最后，仔细校验并引入了关于李群的数学补充（第 12 章）和新的一节引言。

我们感谢几个同事的有用的评论，特别是 L. Wilets 教授（西雅图），他提供了错误和打印差错的单子。我们大大地受益于 P. O. Hess 教授（墨西哥大学），他给出了对第 12 章可得到的修正和有价值的材料。我们也感谢 R. Mattiello 博士，他监督了这本书第二版的准备工作。最后我们感谢与 H. J. Kölsch 博士和他的小组在海德堡斯普林格出版社的令人愉快的合作。

1994 年 7 月于德国法兰克福

瓦尔特·顾莱纳

美国北卡罗莱纳州杜海姆

本特·缪勒

目 录

第 1 章 量子力学中的对称性	(1)
1.1 经典物理中的对称性	(1)
1.2 量子力学中的空间平移.....	(14)
1.3 么正平移算符.....	(15)
1.4 关于在空间中移动的态的运动方程.....	(16)
1.5 对称性和态的简并性.....	(18)
1.6 量子力学中的时间平移.....	(24)
1.7 数学补充:群的定义	(26)
1.8 数学补充:转动和它们的群论性质	(28)
1.9 转动群的一个同构.....	(31)
1.9.1 无穷小和有限转动.....	(32)
1.9.2 空间的各向同性.....	(34)
1.10 多粒子态的转动算符	(41)
1.11 人物小传	(42)
第 2 章 角动量算符的角动量代数表示——$SO(3)$的生成元	(43)
2.1 转动群的不可约表示.....	(43)
2.2 角动量算符的矩阵表示.....	(47)
2.3 两个角动量的相加.....	(54)
2.4 克莱布许-高登系数的计算	(57)
2.5 克莱布许-高登系数的递推关系	(58)
2.6 克莱布许-高登系数的明晰的计算	(59)
2.7 人物小传.....	(65)
第 3 章 数学补充:李群的基本性质	(66)
3.1 李群的一般结构.....	(66)
3.2 对易关系解释为广义的矢量乘积,李氏定理,李群的秩.....	(74)
3.3 不变子群,单和半单李群,理想.....	(76)
3.4 紧致李群和李代数.....	(81)

3.5	不变算符(卡西米尔算符).....	(81)
3.6	拉卡定理.....	(82)
3.7	关于多重态的评论.....	(82)
3.8	对称群下的不变性.....	(84)
3.9	不变算符的构造.....	(87)
3.10	对阿贝尔李群的卡西米尔算符的评论	(89)
3.11	卡西米尔算符的完备性关系	(89)
3.12	对某些群和它们性质的评论	(91)
3.13	在坐标变换和函数变换之间的联系	(91)
3.14	人物小传.....	(101)
第4章	对称群和它们的物理意义——一般考虑.....	(102)
4.1	人物小传	(106)
第5章	同位旋群(同位自旋).....	(107)
5.1	多核子体系的同位旋算符	(112)
5.2	李代数表示的一般性质	(118)
5.3	李代数的正规(或忠实)表示	(119)
5.4	同位旋矢量的变换规律	(122)
5.5	同位旋不变性的实验检验	(127)
5.6	人物小传	(140)
第6章	超荷.....	(141)
6.1	人物小传	(146)
第7章	SU(3)对称性	(147)
7.1	群 $U(n)$ 和 $SU(n)$	(147)
7.1.1	$U(n)$ 和 $SU(n)$ 的生成元.....	(149)
7.2	$SU(3)$ 的生成元	(150)
7.3	$SU(3)$ 的李代数	(152)
7.4	$SU(3)$ 李代数的子代数和位移算符	(161)
7.5	T 多重态, U 多重态和 V 多重态的耦合	(163)
7.6	对推理的定性分析	(164)
7.7	对 $SU(3)$ 多重态几何结构的进一步评论	(166)
7.8	网点和内壳上的状态数	(167)
第8章	夸克与 $SU(3)$.....	(176)
8.1	寻找夸克	(179)
8.2	夸克状态的变换性质	(179)
8.3	从基本表示 $[3]$ 和 $[\bar{3}]$ 构造所有 $SU(3)$ 多重态	(184)

8.4	从夸克和反夸克构造表示 $D(p, q)$	(185)
8.4.1	最小的 $SU(3)$ 多重态	(188)
8.5	介子多重态	(196)
8.6	约化 $SU(3)$ 直积的规则	(199)
8.7	U 自旋不变性	(203)
8.8	U 自旋不变性的检验	(205)
8.9	盖尔曼-大久保质量公式	(207)
8.10	$SU(3)$ 的克莱布许-高登系数	(209)
8.11	有内部自由度的夸克模型	(212)
8.12	$SU(6)$ 中的质量公式	(234)
8.13	夸克模型中的磁矩	(235)
8.14	介子和重子激发态	(237)
8.14.1	多于三个夸克的组合	(237)
8.15	轨道角动量的激发态	(239)
第9章	置换群的表示和杨盘	(241)
9.1	置换群和全同粒子	(241)
9.2	杨图的标准形式	(244)
9.3	标准形式和置换群 S_N 不可约表示的维数	(246)
9.4	在 $SU(2)$ 和 S_2 之间的联系	(253)
9.5	$SU(n)$ 的不可约表示	(256)
9.6	维数的决定	(261)
9.7	$SU(n)$ 的 $SU(n-1)$ 子群	(264)
9.8	两个多重态张量乘积的分解	(266)
第10章	数学浏览, 群特征标	(270)
10.1	群特征标的定义	(270)
10.2	舒尔引理	(270)
10.2.1	舒尔第一引理	(270)
10.2.2	舒尔第二引理	(271)
10.3	表示的正交关系和离散群	(272)
10.4	等价类	(273)
10.5	离散群群特征标的正交关系和别的关系	(275)
10.6	群 D_3 的群特征标的正交关系	(276)
10.7	表示的约化	(277)
10.8	不可约性的判据	(278)
10.9	表示的直积	(278)

10.10	扩展到连续紧致群	(279)
10.11	数学浏览:群积分	(279)
10.12	么正群	(281)
10.13	从 $U(N)$ 到 $SU(N)$ 的转换, 例子 $SU(3)$	(282)
10.14	在么正群上的积分	(284)
10.15	么正群的特征标	(287)
第 11 章	粲数和 $SU(4)$	(301)
11.1	带粲数的粒子和 $SU(4)$	(303)
11.2	$SU(4)$ 的群性质	(303)
11.3	$SU(4)$ 的结构常数 f_{ijk} 和系数 d_{ijk} 的表	(310)
11.4	$SU(4)$ 的多重态结构	(312)
11.5	高级的考虑	(318)
11.5.1	隐粲数介子的衰变	(318)
11.5.2	显粲数介子的衰变	(319)
11.5.3	重子多重态	(320)
11.6	粲素的势模型	(330)
11.7	$SU(4)$ ($SU(8)$) 质量公式	(337)
11.8	γ 共振	(340)
第 12 章	数学补充	(343)
12.1	引言	(343)
12.2	根矢量和经典李代数	(346)
12.3	本征值的标积	(350)
12.4	卡坦-韦耳归一化	(352)
12.5	根矢量的图像表示	(352)
12.6	秩为 1 的李代数	(354)
12.7	秩为 2 的李代数	(354)
12.8	秩 $l > 2$ 的李代数	(355)
12.9	例外李代数	(356)
12.10	素根和邓金图	(356)
12.11	邓金的方案	(358)
12.12	卡坦矩阵	(159)
12.13	由素根决定所有的根	(361)
12.14	两个单李代数	(362)
12.15	经典李代数的表示	(363)

第 13 章 特殊的离散对称性	(367)
13.1 空间反射(宇称变换)	(367)
13.2 反射后的状态和算符	(368)
13.3 时间反演	(369)
13.4 反么正算符	(370)
13.5 多粒子体系	(374)
13.6 实本征函数	(376)
第 14 章 动力学对称性	(376)
14.1 氢原子	(376)
14.2 群 $SO(4)$	(378)
14.3 氢原子的能级	(379)
14.4 经典的各向同性谐振子	(380)
14.4.1 量子力学各向同性谐振子	(381)
第 15 章 数学浏览:非紧致李群	(391)
15.1 非紧致李群的定义和例子	(391)
15.2 李群 $SO(2,1)$	(397)
15.3 对散射问题的应用	(400)
名词索引	(403)

例题和练习目录

1.1	不同参考系中的角动量	(4)
1.2	指定场的守恒量	(5)
1.3	诺瑟定理(为了增进理解)	(6)
1.4	时间不变的运动方程:拉格朗日函数和守恒量	(8)
1.5	平移、转动和伽利略不变性的条件	(9)
1.6	在均匀电磁场中的守恒定律	(12)
1.7	空间位移态的矩阵元	(19)
1.8	$(i\hbar/\hbar)^* \hat{B}(x)$ 和变换算符的关系式	(20)
1.9	算符 $\hat{A}(x)$ 的平移	(21)
1.10	均匀场中平移的生成元	(22)
1.11	在转动下矢量场的变换	(35)
1.12	在转动下两分量旋量的变换	(38)
1.13	测量电子自旋的方向	(40)
2.1	自旋 1 算符的特殊表示	(48)
2.2	对于自旋轨道耦合克莱布许-高登系数的计算	(62)
3.1	SO(3)群的李代数	(68)
3.2	复 $n \times n$ 矩阵的运算	(69)
3.3	一个对易关系的证明	(70)
3.4	正规洛伦兹变换的生成元和结构常数	(71)
3.5	$\hat{p}_\nu$ 和 $\hat{J}_\nu$ 的代数	(75)
3.6	平移-旋转群	(76)
3.7	单和半单李群	(77)
3.8	$\exp\left\{\frac{1}{2}i\mathbf{n} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}\right\}$ 的约化	(78)
3.9	卡坦的半单性判据	(79)

3.10	SO(3)的半单性	(81)
3.11	旋转群的不变子空间	(83)
3.12	不变子空间的约化	(83)
3.13	旋转群的卡西米尔算符	(86)
3.14	秩为 1 和 2 的某些群	(86)
3.15	从卡西米尔算符构造哈密顿量	(90)
3.16	一个 n 维空间的带有 r 个参数的变换	(93)
3.17	SO(n)的生成元和无穷小算符	(93)
3.18	自旋 1 的李代数的矩阵表示	(95)
3.19	一维空间的平移;三维空间的欧几里得群 E_3	(98)
3.20	群和代数的同态及同构	(99)
3.21	结构常数的变换	(100)
4.1	具有转动对称性和电荷无关力的守恒定律	(103)
4.2	关于各种对称性的能量简并度	(104)
4.3	附加的对称性的简并度和宇称	(105)
5.1	无穷小 SU(2)变换的加法定律	(110)
5.2	氘核	(113)
5.3	核力的电荷独立性	(115)
5.4	π 介子三重态	(116)
5.5	群生成元的归一化	(120)
5.6	G 宇称	(124)
5.7	李代数的表示,轨道角动量算符代数的正规表示	(127)
5.8	维格纳-埃克特定理	(129)
5.9	在质子-氘核散射中的 π 介子产生	(132)
5.10	在氘核-氘核散射中中性 π 介子的产生	(132)
5.11	π 介子-核子散射	(133)
5.12	中性 ρ 介子的衰变	(139)
6.1	原子核的超荷	(142)
6.2	Δ 共振的超荷	(142)
6.3	重子	(143)
6.4	反重子	(144)
6.5	重子共振态的同位旋和超荷	(144)

7.1	SU(2)的李代数	(149)
7.2	生成元 $\hat{\lambda}_i$ 的线性独立性	(151)
7.3	系数 d_{ijk} 的对称性	(155)
7.4	结构常数 f_{ijk} 的反对称性	(156)
7.5	计算某些 d_{ijk} 系数和结构常数	(156)
7.6	结构常数和系数 d_{ijk} 之间的关系	(158)
7.7	SU(3)的卡西米尔算符	(159)
7.8	对 SU(3)的卡西米尔算符有用的关系	(160)
7.9	SU(3)多重态内壳状态多重性的增加	(169)
7.10	重子八重态中心的粒子状态	(173)
7.11	计算表示 $D(p, q)$ 的维数	(173)
7.12	对表示 $D(p, q)$ 计算二次卡西米尔算符	(174)
8.1	在表示[3]中的 US(3)生成元	(180)
8.2	反三重态[$\bar{3}$]的状态的变换性质	(182)
8.3	SU(3)两个基本表示的不等价性	(183)
8.4	态的权	(186)
8.5	夸克三重态[3]和反夸克三重态[$\bar{3}$]的最大权	(186)
8.6	赝标介子	(190)
8.7	(为了深入的洞察)介子 $K^0, \bar{K}^0$ 和它们的衰变	(191)
8.8	标量介子	(197)
8.9	矢量介子	(197)
8.10	张量介子	(198)
8.11	其他共振态	(199)
8.12	约化 SU(2)多重态	(202)
8.13	构造中子波函数	(218)
8.14	构造重子十重态的波函数	(221)
8.15	构造重子八重态的自旋-味道波函数	(228)
9.1	S_3 的基函数	(248)
9.2	S_4 的不可约表示	(249)
9.3	三个自旋 $\frac{1}{2}$ 粒子体系的多重态	(254)
9.4	在群 SU(3)中的双粒子体系多重态	(256)

9.5	由三个粒子构成的 $SU(3)$ 多重态	(258)
9.6	$SU(3)$ 的维数公式	(264)
9.7	一个张量直积的分解	(268)
9.8	$SU(2)$ 的表示和自旋	(269)
9.9	三重态和夸克禁闭	(269)
10.1	群 D_3	(273)
10.2	旋转群 $O(3)$	(274)
10.3	群特征标的应用:对有严格 $SU(3)$ 对称性的色单态夸克-胶子等离子体的 配分函数	(293)
10.4	$SU(n)$ 表示维数的递推公式的证明	(296)
11.1	$SU(N)$ 生成元的反对易关系	(304)
11.2	$SU(N)$ 中生成元乘积的迹	(306)
11.3	$\hat{F}_a$ 的完备性关系	(307)
11.4	卡西米尔算符在一个 $SU(N)$ 基本表示上的本征值	(309)
11.5	$SU(4)$ 介子多重态的 $SU(3)$ 内容	(324)
11.6	分解直积 $[4] \otimes [4] \otimes [4]$	(325)
11.7	$SU(4)$ 重子多重态的 $SU(3)$ 内容	(326)
11.8	较高 $SU(4)$ 多重态的分解和维数	(327)
11.9	数学补充:艾里函数	(334)
12.1	$SU(4)$ 代数的权算符	(345)
12.2	对结构常数 C_{ab} 的关系的证明	(349)
12.3	B_l 的邓金图	(358)
12.4	$SU(3)$, $SU(4)$ 和 G_2 的卡坦矩阵	(360)
12.5	用相应的素根决定 G_2 的根	(361)
12.6	$SU(3)$ 的分析	(365)
13.1	一个反么正算符对波函数的矩阵元的效果	(371)
13.2	在 $\hat{U}$ 和 $\hat{S}$ 间的对易关系	(373)
14.1	氢原子的能量和径向角动量	(381)
14.2	龙格-楞次矢量	(382)
14.3	龙格-楞次矢量的性质	(383)