

解題力學材料

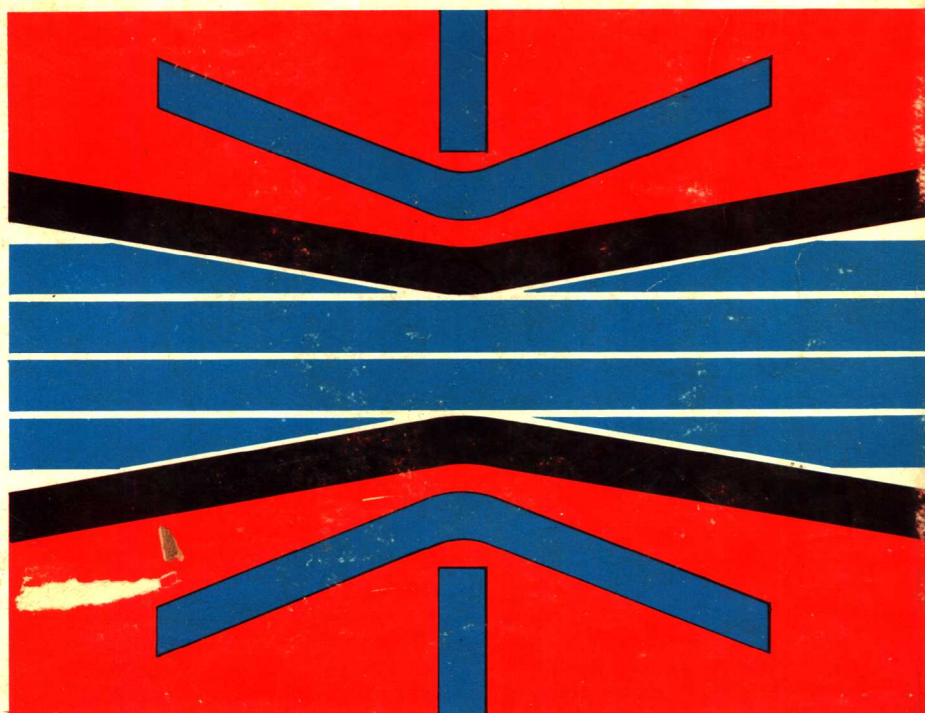
S I 版

S.P. TIMOSHENKO

JAMES M. GERE

MECHANICS OF MATERIALS

義東陳 題解



科技圖書股份有限公司

本公司經新聞局核准登記
登記證局版台業字第1123號

書名：材料力學題解

著述者：陳東義

發行人：趙國華

發行者：科技圖書股份有限公司

台北市博愛路185號二樓

電話：3110953

郵政劃撥帳號：15697

六十七年十月初版

特價新台幣90元

前 言

鐵馬與歌與奇爾教授合著的“材料力學”自六十二年由本公司首先譯印以來，先後再版多次。至六十六年復譯印國際制（SI）本，以求適應潮流，不及一年即再版，足見該書受到國內外讀者的贊賞與重視，本公司與有榮焉。茲為提倡推行國際制起見，復將國際制版中的習題，全部演成解答，以便讀者隨時校對演習結果是否正確之用。查教科書中所列習題原為測驗學生瞭解本書的程度而設，而其解答各國向不公開發售。因目前坊間發售的各種教科書習題解答種類甚多，發行急促，難免對學生們學習發生不良影響，茲請陳東義碩士代作本書解答，力求正確明晰，由本公司破例印行。務請讀者視此書為備而不用之參考書，幸勿依賴此書以自誤，則不勝幸甚矣。

科技圖書公司編輯部誌

目 次

前 言

第一章 拉力、壓力及剪力	1
第二章 應力與應變之分析	45
第三章 扭力	76
第四章 剪力及彎曲力矩	95
第五章 樑內之應力	121
第六章 樑之撓度	176
第七章 靜不定樑	227
第八章 不對稱彎曲	281
第九章 非彈性彎曲	312
第十章 立柱	346
第十一章 結構分析與能法	366
附錄之習題	452

第一章 拉力、壓力及剪力

〈習題：自 38 頁～50 頁〉

1.2-1 試用靜力學表示在一根受拉力的等截面桿橫截面上的全力。(圖 1-1 a) 如應力均勻分佈在其截面上時，則作用線將通過該截面的重心。(提示：假設桿件的截面為任意形狀。在截面的平面內選用一組軸線，並獲取通過合力作用點的座標式)。

【解】 考慮下圖所示任意形狀的截面，應力 σ 為常數，若設 dA 為此截面內的一小塊，則作用於 dA 上的力為 σdA ，其合力為：

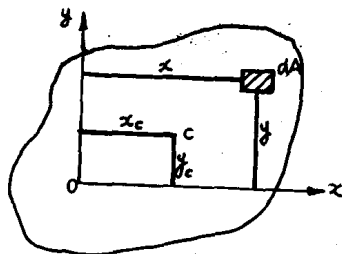
$$S = \int \sigma dA = \sigma \int dA = \sigma A$$

若合力 S 對某一座標系統的座標為 (x, y) ，且截面形心的座標為 (x_c, y_c) 。由力矩定理得

$$\sigma A \bar{x} = \int x \sigma dA = \sigma \int x dA = \sigma A x_c$$

$$\sigma A \bar{y} = \int y \sigma dA = \sigma \int y dA = \sigma A y_c$$

$$\therefore \bar{x} = x_c, \bar{y} = y_c$$



習題圖 1.2-1

2 材料力學題解

故若應力均勻分佈於截面，其應力的合力 S 必作用於此截面的形心。

1.2-2 一根等截面桿，其截面為 $25\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ 矩形，及長度 $L = 3.5\text{ m}$ ，若受到軸向拉力為 90 kN 。經觀測得該桿件伸長 1 mm 。試計算在桿件內的拉應力及應變。

【解】 拉應力 $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{90,000}{25 \times 50} = 72\text{ N/mm}^2$

拉應變 $\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{1\text{ mm}}{3,500\text{ mm}} = 0.000286$

1.3-1 一根長線依其本身重量垂直懸掛着。若該線係由下列的材料做成：(a)具有極限應力 2 kN/mm^2 之鋼(b)具有極限應力 350 N/mm^2 之鋁。若不致斷裂，求其所能勝任之最大長度。(註：鋼的單位重量為 77 kN/m^3 及鋁的單位重量為 27 kN/m^3)。

【解】 $\sigma_u = \frac{P}{A} = \frac{\gamma \ell A}{A} = \gamma \ell \rightarrow \ell = \frac{\sigma_u}{\gamma}$

鋼線 $\ell = \frac{2 \times 10^6\text{ kN/m}^2}{77\text{ kN/m}^3} = 25,974\text{ m}$

鋁線 $\ell = \frac{0.35 \times 10^6\text{ kN/m}^2}{27\text{ kN/m}^3} = 12,963\text{ m}$

1.3-2 一段短鋼管 ($\sigma_v = 270\text{ N/mm}^2$)，負荷 1 MN 的壓力載重對屈伏點的安全因數為 1.8 。若管厚為其外直徑的 $1/8$ ，試求所需管子外徑的最小值 d 。

【解】 $\frac{270\text{ N/mm}^2}{1.8} = \frac{1.0 \times 10^6\text{ N}}{A}$

$A = 6.67 \times 10^3\text{ mm}^2$

$6.67 \times 10^3 = \frac{\pi}{4} [d^2 - (d - 2 \cdot \frac{d}{8})^2]$

$\therefore d = 139.3\text{ mm}$

1.3-3 一根圓形截面的實心桿 (直徑 $d = 40\text{ mm}$) 通過桿件的中心，在橫向鑽上二個小孔，孔的直徑為 $d/4$ ，(見習題圖 1.3-3) 假設在小孔處，桿的淨截面上的容許拉應力為 $\sigma_w = 70\text{ N/mm}^2$ 。試求該桿在受拉力時所能負荷的容許載重 P 。

【解】
$$A = \frac{\pi}{4} d^2 - \frac{d}{4} \cdot d$$

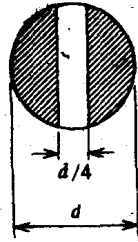
$$= \frac{\pi - 1}{4} \times 40^2$$

$$= 856.6 \text{ mm}^2$$

$$P = 70 \times 856.6$$

$$= 60,000 \text{ N}$$

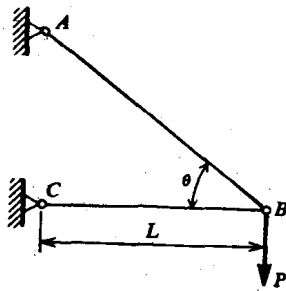
$$= 60 \text{ kN}$$



習題圖 1.3-3

1.3-4 AB 及 BC 兩桿件 (見習題圖 1.3-4) 共同支承一個載重 P 。

兩桿件均用同樣材料作成，水平桿 BC 的長度 L 保持不變。但角度 θ ，則由於 A 點的垂直移動致改變 AB 長度以符合 A 點的新位置而有所改變。假設受拉力的容許應力與受壓力之容許應力相同，並假設兩根桿件將一律被充分受應力達到這些容許值，試求出 θ 角使該結構的重量為最小。



習題圖 1.3-4 與 1.5-14

【解】 設 AB 棒的截面為 A_1 ，BC 棒的截面為 A_2 ， $T_1 = P \csc \theta$ ， $T_2 = T_1 \cos \theta = P \csc \theta \cos \theta$

$$\text{則 } A_1 = \frac{T_1}{\sigma_w} = \frac{P}{\sigma_w} \csc \theta, \quad A_2 = \frac{T_2}{\sigma_w} = \frac{P}{\sigma_w} \cot \theta$$

結構重為 $w = \gamma (A_1 \cdot L \sec \theta + A_2 L)$

$$= \frac{\gamma P L}{\sigma_w} (\csc \theta \sec \theta + \cot \theta)$$

4/16/25/5

4 材料力學題解

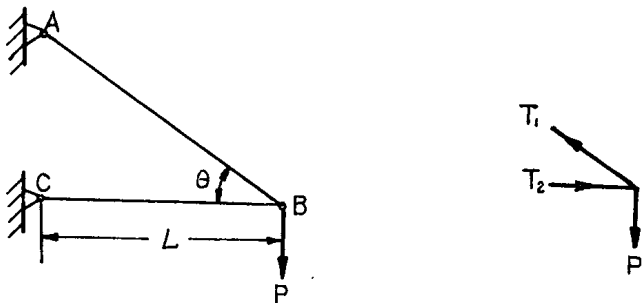
$$\frac{dW}{d\theta} = 0$$

$$-\csc \theta \cot \theta \sec \theta + \sec \theta \tan \theta \csc \theta - \csc^2 \theta = 0$$

$$\sec^2 \theta - 2 \csc^2 \theta = 0 \quad , \quad \tan^2 \theta = 2 \quad ,$$

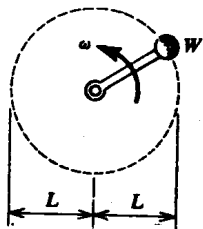
$$\tan \theta = \sqrt{2} \quad ,$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \sqrt{2} = 54^\circ 44'$$



習題圖 1.3-4

1.3-5 一個重量 W 附在一根纖細之桿臂上（長度為 L ），桿臂則在一個光滑表面上繞着一個承軸旋轉成一水平面（見習題圖 1.3-5），桿臂及重量依固定不變之角速度 ω 旋轉。將桿臂的重量略去不計，設容許應力為 σ_w 。試為桿臂所需之截面面積導出一個公式。



習題圖 1.3-5, 1.3-6 與 1.3-7

【解】
$$P = \frac{W}{g} L \omega^2$$

$$\therefore A = \frac{P}{\sigma_w} = \frac{WL}{g\sigma_w} \omega^2$$

1.3-6 若將桿臂重量一併計入，再解上述問題。（假設 γ 為桿臂材料每單位體積的重量）。

【解】
$$dF = \frac{\gamma A dr}{g} r \omega^2 + \frac{W}{g} L \omega^2$$

$$\begin{aligned} \therefore F_x &= \int_x^L \frac{\gamma A \omega^2}{g} r dr + \frac{W}{g} L \omega^2 \\ &= \frac{\gamma A \omega^2}{2g} (L^2 - x^2) + \frac{W}{g} L \omega^2 \end{aligned}$$

此項拉力在桿端點（即 $x=0$ 處），達大最值，為

$$F_{max} = \frac{\gamma A \omega^2}{2g} L^2 + \frac{W}{g} L \omega^2$$

$$\therefore A = \frac{F_{max}}{\sigma_w} = \frac{\gamma A \omega^2 L^2}{2g\sigma_w} + \frac{WL\omega^2}{g\sigma_w}$$

$$A \left(1 - \frac{\gamma L^2 \omega^2}{2g\sigma_w} \right) = \frac{WL\omega^2}{g\sigma_w}$$

$$\therefore A = \frac{2WL\omega^2}{2g\sigma_w - \gamma L^2 \omega^2}$$

1.4-1 一個 50 mm 直徑的鋼螺栓（ $E = 200 \text{ kN/mm}^2$ ）須受拉力以負荷 260 kN 載重。若螺栓受應力部分的最初長度為 550 mm，求其最終長度為若干？

【解】
$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{260 \times 550}{\frac{\pi}{4} \times (50)^2 \times 200} = 0.36 \text{ mm}$$

$$L' = L + \delta = 550.36 \text{ mm}$$

1.4-2 一根圓鋼棒（ $E = 200 \text{ kN/mm}^2$ ）長 6 m，須負荷 7 kN 的拉力載重。若棒之容許應力為 120 N/mm^2 ，及容許之末端變位為 2.5 mm 求所需棒的最小直徑為若干？

【解】 對應容許變位的應力為

$$\sigma = E \frac{\delta}{L} = 200000 \times \frac{2.5}{6000} = 83.33 \text{ N/mm}^2 < 120 \text{ N/mm}^2$$

6 材料力學題解

$$\text{故 } \sigma_w = 83.33 \text{ N/mm}^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{P}{\sigma_w} = \frac{7000}{83.33}$$

$$\therefore d = 10.3 \text{ mm}$$

1.4-3 一根由鋼管 ($E = 200 \text{ kN/mm}^2$, $\nu = 0.30$) 作成的拉力構材, 其外徑為 90 mm , 截面面積為 1400 mm^2 。試問使該鋼管直徑減少 0.0129 mm 的軸向力 P 為若干?

$$\text{【解】} \quad \epsilon' = \frac{0.0129}{90} = \nu \epsilon \quad \epsilon = 4.78 \times 10^{-4}$$

$$P = A\sigma = AE\epsilon = 1,400 \times 200 \times 4.78 \times 10^{-4} \\ = 134 \text{ kN}$$

1.4-4 一根直徑 60 mm 的實心圓桿, 受 200 kN 的軸向力壓縮。(a) 試求桿的直徑增加量 Δd , 假設 $E = 86 \text{ kN/mm}^2$ 及 $\nu = 0.30$ 。(b) 若其長度為 380 mm , 試求該桿體積的增量。

$$\text{【解】} \quad (a) \quad \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{EA} = \frac{200}{86 \times \frac{\pi}{4} \times (60)^2} = 8.225 \times 10^{-4}$$

$$\epsilon' = \nu \epsilon = 0.3 \times 8.225 \times 10^{-4} = 2.47 \times 10^{-4}$$

$$\Delta d = d \epsilon' = 60 \times 2.47 \times 10^{-4} = 0.0148 \text{ mm}$$

$$(b) \quad \frac{\Delta V}{V} = \epsilon (1 - 2\nu)$$

$$\therefore \Delta V = V \epsilon (1 - 2\nu)$$

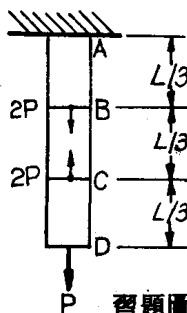
$$= 380 \times \frac{\pi}{4} \times (60)^2 \times 8.225 \times 10^{-4}$$

$$\times (1 - 2 \times 0.3)$$

$$= 354 \text{ mm}^3$$

1.5-1 一根如圖 1-7 的受力桿件, 具同樣截面面積 A 及彈性模數 E 。
○ 試作該桿下端的變位 δ 的一個公式。
○ 此桿件將伸長抑縮短?

$$\text{【解】} \quad \delta_{AB} = \frac{P \times L/3}{AE} = \frac{PL}{3AE}$$



習題圖 1.5-1

$$\delta_{BC} = \frac{-P \times L/3}{AE} = -\frac{PL}{3AE}$$

$$\delta_{CD} = \frac{P \times L/3}{AE} = \frac{PL}{3AE}$$

$$\begin{aligned}\therefore \delta &= \delta_{AB} + \delta_{BC} + \delta_{CD} \\ &= \frac{PL}{3AE} \text{ (伸長)}\end{aligned}$$

1.5-2 於圖 1-8 內所示的柱脚，所受的載重為 $P_1 = 580 \text{ kN}$ 及 $P_2 = 660 \text{ kN}$ 。上部的長度 $a = 0.6 \text{ m}$ ，其截面為每邊 70 mm 的正方形；下部長度 $b = 0.7 \text{ m}$ ，其截面為每邊 120 mm 的正方形。假設 $E = 200 \text{ kN/mm}^2$ ，試求 (a) 柱脚頂部的變位及 (b) 上部軸向應變對下部軸向應變的比值。

【解】 (a)
$$\delta_1 = \frac{580 \times 600}{(70)^2 \times 200}$$

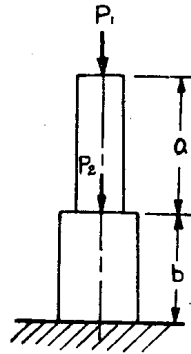
$$= 0.355 \text{ mm}$$

$$\delta_2 = \frac{(580 + 660) \times 700}{(120)^2 \times 200}$$

$$= 0.301 \text{ mm}$$

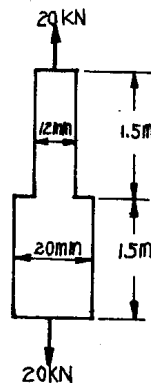
$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 0.656 \text{ mm}$$

(b)
$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{0.355/600}{0.301/700} = 1.38$$



習題圖 1.5-2

1.5-3 一根鋼桿長 3 m 並在其整個長度的一半，具有直徑 $d_1 = 20 \text{ mm}$ 的圓形截面。在其長度的其餘一半，為具有直徑 $d_2 = 12 \text{ mm}$ 的圓形截面。(a) 在拉力載重 $P = 20 \text{ kN}$ 下，該桿將伸長多少？(b) 若該材料之同樣體積被軋壓成一長 3 m 的圓桿，其直徑為固定不變之 d ，則在同樣載重 P 下，其伸長量為若干



習題圖 1.5-3

8 材料力學題解

? (假設 $E = 200 \text{ kN/mm}^2$) 。

$$\begin{aligned} \text{【解】 (a)} \quad \delta &= \frac{20 \times 1500}{\frac{\pi}{4} \times (20)^2 \times 200} + \frac{20 \times 1500}{\frac{\pi}{4} \times (12)^2 \times 200} \\ &= 1.805 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\text{(b)} \quad V_1 + V_2 = V$$

$$\frac{\pi}{4} \times [(20)^2 + (12)^2] \times 1500 = \frac{\pi}{4} \times d^2 \times 3000$$

$$\therefore d = 16.49 \text{ mm}$$

$$\delta = \frac{20 \times 3000}{\frac{\pi}{4} \times (16.49)^2 \times 200} = 1.405 \text{ mm}$$

1.5-4 試為一根等截面桿件，長度為 L 及截面為 A 並在其本身重量下垂直懸掛着，試誘導其全部伸長公式。(假設 W = 桿件的全重) 。

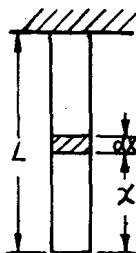
$$\text{【解】} \quad W = \gamma AL$$

$$F_x = \gamma Ax$$

$$d\delta = \frac{F_x \cdot dx}{AE}$$

$$= \frac{\gamma Ax dx}{AE}$$

$$\delta = \int_0^L d\delta = \int_0^L \frac{\gamma Ax dx}{AE} = \frac{\gamma AL^2}{2AE} = \frac{WL}{2AE}$$



習題圖 1.5-4

1.5-5 一根等截面鋼桿平放於水平表面時，長 5 m 。若被垂直懸掛於其一端，試求其伸長量。(假設 $E = 200 \text{ kN/mm}^2$ ，單位體積重量 $\gamma = 80 \text{ kN/m}^3$) 。

$$\begin{aligned} \text{【解】} \quad \delta &= \frac{WL}{2AE} = \frac{\gamma AL^2}{2AE} = \frac{\gamma L^2}{2E} = \frac{80 \times 5^2}{2 \times 200 \times 10^6} \\ &= 5 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.005 \text{ mm} \end{aligned}$$

1.5-6 試導出一等截面桿件在其本身重量下垂直懸掛時，體積增加 ΔV 的公式。(假設 W = 桿的全重， L = 桿的長度， ν = 卜桑氏比，及

E = 彈性模數)。

【解】 由 1.5-4 題， $\delta = \frac{WL}{2AE}$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{W}{2AE}$$

$$\begin{aligned}\therefore \Delta V &= V\epsilon(1-2\nu) = (AL)\left(\frac{W}{2AE}\right)(1-2\nu) \\ &= \frac{WL}{2E}(1-2\nu)\end{aligned}$$

1.5-7 一根長度為 L 的桿件，在一個水平面內以角速度 ω 圍繞着一個垂直軸旋轉（見習題圖 1.3-5）桿的截面面積為 A ，重量為 W_1 。在桿件末端附一重量 W 。試求由於離心效應所引起桿的全部伸長 δ 公式。

【解】 由習題 1.3-6 $F_x = \frac{\gamma A \omega^2}{2g}(L^2 - r^2)$

$$d\delta_1 = \frac{\gamma A \omega^2}{2gAE}(L^2 - r^2) \cdot dr$$

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \int d\delta_1 = \int_0^L \frac{\gamma A \omega^2}{2gAE}(L^2 - r^2) dr \\ &= \frac{\gamma A \omega^2}{2gAE} \left(L^2 r - \frac{1}{3} r^3 \right) \Big|_0^L = \frac{\gamma AL^3 \omega^2}{3gAE} \\ &= \frac{W_1 L^2 \omega^2}{3gEA}\end{aligned}$$

$$F_2 = \frac{W}{g} L \omega^2$$

$$\delta_2 = \frac{W}{gEA} L^2 \omega^2$$

$$\therefore \delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{\omega^2 L^2}{3gEA} (W_1 + 3W)$$

1.5-8 一根逐漸尖細的矩形截面桿件，厚度 t 為不變，負荷一個力 P 如習題圖 1.5-8 所示。桿件的寬度自支承處 b_1 依直線變化至自由端的寬 b_2 。試導出由力 P 所引起桿件的伸長 δ 公式。

【解】

$$b_x = b_2 + \frac{b_1 - b_2}{L} x$$

$$d\delta = \frac{P dx}{E \left[t \cdot \left(b_2 + \frac{b_1 - b_2}{L} x \right) \right]}$$

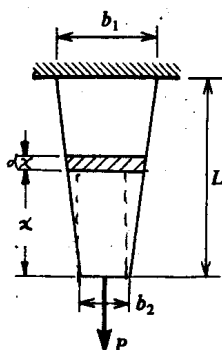
$$\therefore \delta = \int d\delta$$

$$= \frac{P}{Et} \int_0^L \frac{1}{b_2 + \frac{b_1 - b_2}{L} x} \cdot dx$$

$$= \frac{PL}{Et(b_1 - b_2)} \ln \left(b_2 + \frac{b_1 - b_2}{L} x \right) \Big|_0^L$$

$$= \frac{PL}{Et(b_1 - b_2)} \cdot (\ln b_1 - \ln b_2)$$

$$= \frac{PL}{Et(b_1 - b_2)} \ln \frac{b_1}{b_2}$$



習題圖 1.5-8 與 1.5-9

1.5-9 試導出在上列習題內桿件的體積增加 ΔV 公式。【解】 $\Delta V = V \epsilon (1 - 2\nu)$

$$\epsilon = \frac{d\delta}{dx} = E \cdot t \cdot \left(b_2 + \frac{b_1 - b_2}{L} x \right)$$

$$dV = \left(b_2 + \frac{b_1 - b_2}{L} x \right) t dx$$

$$\therefore d\Delta V = dV \epsilon (1 - 2\nu)$$

$$= \left(b_2 + \frac{b_1 - b_2}{L} x \right) t dx$$

$$\times \frac{P}{E \cdot t \cdot \left(b_2 + \frac{b_1 - b_2}{L} x \right)} (1 - 2\nu)$$

$$= \frac{P dx}{E} (1 - 2\nu)$$

$$\therefore \Delta V = \int d\Delta V = \int_0^L \frac{P}{E} (1 - 2\nu) dx = \frac{PL}{E} (1 - 2\nu)$$

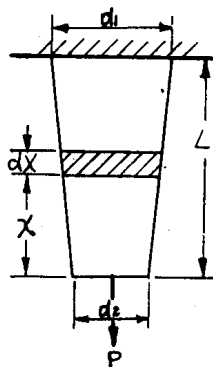
1.5-10 一個圓形截面逐漸尖細的鋼桿 ($E = 200 \text{ kN/mm}^2$) 其長度 $L = 3 \text{ m}$ ，負荷拉力載重 $P = 45 \text{ kN}$ 。在其較大端，桿件的直徑為 $d_1 = 50 \text{ mm}$ ，在較小端的直徑 $d_2 = 25 \text{ mm}$ 。由力 P 所引起桿伸長量為若干？

【解】

$$\begin{aligned} d\delta &= \frac{P dx}{E \cdot \frac{\pi}{4} (d_2 + \frac{d_1 - d_2}{L} x)^2} \\ &= \frac{45 dx}{200 \cdot \frac{\pi}{4} (25 + \frac{50 - 25}{3000} x)^2} \\ &= 0.2865 \times \frac{dx}{(25 + \frac{x}{120})^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta &= \int_0^{3000} d\delta = 0.2865 \int_0^{3000} \frac{dx}{(25 + \frac{x}{120})^2} \\ &= -0.2865 \times 120 \times \left[\frac{1}{25 + \frac{x}{120}} \right]_0^{3000} \end{aligned}$$

$$= 0.688 \text{ m}$$



習題圖 1.5-10

1.5-11. 試導一方程式，用以規劃一圓形截面柱體的半徑 r 。使柱的體積為最小（見習題圖 1.5-11）柱體的頂上支承一 P 力，加其本身重量。柱體材料的單位重量為 γ ，容許壓應力為 σ_w 。並決定柱體頂上及其底部的截面面積與體積（提示：試考慮一個微分元體長度 dx 。因一切截面上的應力必須相同且為 σ_w ，則在該元體頂上及底部兩個截面面積之差 dA 必須作為補償壓力方面的差別，此項差別即等於該元體本身的重量。因此， $\sigma_w dA = \gamma A dx$ 或 $dA/A = \gamma dx/\sigma_w$ 。求該式兩側的積分，以導出其解法

)。

【解】 $\therefore \sigma_w dA = \gamma A dx$

$$\therefore \frac{dA}{A} = \frac{\gamma}{\sigma_w} dx$$

$$\int_0^x \frac{dA}{A} = \int_0^x \frac{\gamma}{\sigma_w} dx$$

$$\ln \frac{A_x}{A_0} = \frac{\gamma x}{\sigma_w}$$

$$\frac{A_x}{A_0} = e^{\frac{\gamma x}{\sigma_w}}$$

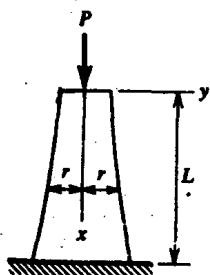
$$\therefore A_x = A_0 e^{\frac{\gamma x}{\sigma_w}}$$

$$A_x = \pi r^2, \quad A_0 = \frac{P}{\sigma_w}$$

$$\therefore r^2 = \frac{P}{\pi \sigma_w} e^{\frac{\gamma x}{\sigma_w}} \quad \therefore r = \left(\frac{P}{\pi \sigma_w} e^{\frac{\gamma x}{\sigma_w}} \right)^{1/2}$$

$$\therefore A_x = A_0 e^{\frac{\gamma x}{\sigma_w}} \quad \therefore dV = A_x dx = \frac{P}{\sigma_w} e^{\frac{\gamma x}{\sigma_w}} dx$$

$$\begin{aligned} \therefore V &= \int_0^L \frac{P}{\sigma_w} e^{\frac{\gamma x}{\sigma_w}} dx = \frac{\sigma_w}{\gamma} \cdot \frac{P}{\sigma_w} \cdot e^{\frac{\gamma x}{\sigma_w}} \Big|_0^L \\ &= \frac{P}{\gamma} (e^{\frac{\gamma L}{\sigma_w}} - 1) \end{aligned}$$



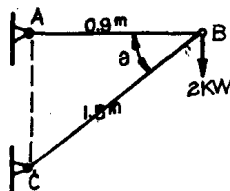
習題圖 1.5-11

1.5-12 在圖 1-10a 內所示桁架的構材 AB 為一直徑 3 mm 長度 0.9 m 的鋼線 ($E_s = 200 \text{ kN/mm}^2$)；構材 BC 為一木質長度 1.5 m 每邊為 25 mm 正方形的構材 ($E_w = 10 \text{ kN/mm}^2$) 若 $P = 2 \text{ kN}$ ，試決定桁架接頭 B 的水平及垂直分量變位。

【解】 $\delta_s = \frac{PL_s \cot \theta}{E_s A_s}$

$$= \frac{2 \times 900 \times 3/4}{200 \times \frac{\pi}{4} \times (3)^2}$$

$$= 0.955 \text{ mm}$$



習題圖 1.5-12.

$$\delta_w = \frac{PL_w \csc \theta}{E_w A_w} = \frac{2 \times 1500 \times 5/4}{10 \times (25)^2}$$

$$= 0.6 \text{ mm}$$

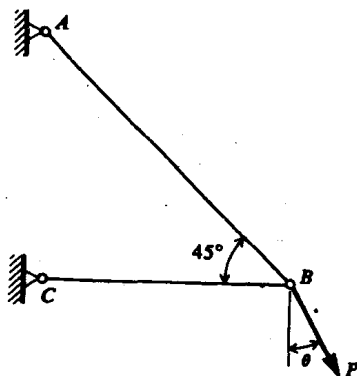
$$\delta_{bh} = \delta_s \cot \theta + \delta_w \csc \theta$$

$$= 0.955 \times \frac{3}{4} + 0.6 \times \frac{5}{4}$$

$$= 1.47 \text{ mm}$$

$$\delta_{bh} = \delta_s = 0.955 \text{ mm}$$

1.5-13 在習題圖 1.5-13 內所示的桁架，在接頭 B 處支承一 P 力，該力與垂直線成一 θ 角起作用。構材 AB 及 BC 的截面面積分別為 A_1 及 A_2 。試求出 θ 角值，使接頭 B 的變位，將與力 P 在同一方向。



習題圖 1.5-13

【解】 $\frac{T_1}{\sqrt{2}} = P \cos \theta$, $\therefore T_1 = \sqrt{2} P \cos \theta$

$$\frac{T_1}{\sqrt{2}} + T_2 = P \sin \theta$$
 , $\therefore T_2 = P(\sin \theta - \cos \theta)$

$$\delta_1 = \frac{\sqrt{2} T_1 L}{EA_1} = \frac{2 PL \cos \theta}{EA_1}$$

$$\delta_2 = \frac{T_2 L}{EA_2} = \frac{P(\sin \theta - \cos \theta) L}{EA_2}$$

$$BD = \delta_2$$
 , $BF = \delta_1$