

面向21世纪课程教材

水力学简明教程

A Concise Course of Hydraulics

莫乃榕 主编

3-43
3

■ 华中科技大学出版社

水力学简明教程

莫乃榕 主编

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

水力学简明教程/莫乃榕 主编
武汉:华中科技大学出版社, 2003 年 2 月
ISBN 7-5609-2877-3

I. 水…
II. 莫…
III. 水力学 - 高等学校 - 教材
IV. TV13

水力学简明教程

莫乃榕 主编

责任编辑:章咏霓
责任校对:蔡晓瑚

封面设计:刘 卉
责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

录 排:华中科技大学出版社照排室
印 刷:湖北恒吉印务有限公司

开本:787×1092 1/16
版次:2003 年 2 月第 1 版
ISBN 7-5609-2877-3/TV·11

印张:19.75
印次:2003 年 2 月第 1 次印刷

字数:405 000
印数:1-2 000
定价:24.80 元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

《水力学简明教程》阐述水力学的基本原理及其工程应用。主要包括:流体的物理性质、流体静力学、流体力学基本方程、流态及水头损失、管流、明渠流、渗流。

书中强调基本概念,注重工程应用,力图用当今的思维方式去分析水力学问题,引导读者用流体力学的三大方程(连续性方程、动量方程、能量方程)去导出各类水力学公式和结论,而不是简单罗列这些公式。书中尽量多地提供有创意的解题方法,以加强读者的理解能力和应试能力。各章的习题也富有启发性。

本书是一本简明教程,可作为土木工程专业水力学(少学时)课程的教材,也可供有关工程技术人员参考。

前 言

水力学是土木工程的一门技术基础课,它既有本学科的系统性和完整性,又有鲜明的工程应用特征。本书根据教育部水力学流体力学课程教学指导小组审定的水力学(少学时)课程教学基本要求,并参考全国注册结构工程师流体力学考试大纲编写而成,可以作为土木工程专业的水力学(少学时)教材。主要内容有:流体静力学、流体力学基本方程、流态及水头损失、管流、明渠流、渗流。

为了加强基础理论,我们把流体力学的三大方程(连续性方程、动量方程、能量方程)及一些基本的流动问题集中编在第三章,其余各章则分别介绍水力学的工程应用。考虑到少学时教学的需要,我们把堰流安排在明渠流一章中,把量纲分析和相似理论并入流态及水头损失一章。书中用大量的例题介绍各种水力学的解题方法,各章的习题可以开拓思路,扩展思维空间。

水力学虽然是一门发展成熟的学科,但它的研究方法和分析方法总是带有时代的特征。本书力图运用具有时代特点的思维方式去阐述水力学基本理论,使今天的读者更容易接受和理解。在分析各种水力学问题时,我们不是简单地罗列水力学公式,而是引导读者利用流体力学的基本理论自己导出一般的水力学公式。本书弃用一些陈旧的查图、查表的计算方法,介绍一些简便易学的计算方法,目的是提高计算精度,增加学习的兴趣。

本书的编写大纲曾广泛征求过各方面的意见。参加本书编写的有:莫乃榕(第一、二、三、四、五、七章),陈应华(第六章)。由于编者学识有限,书中定有缺点和错误,恳请读者和专家指正。

编 者

2002 年 11 月

目 录

第一章 绪论	(1)
1.1 水力学及其工程应用	(1)
1.2 连续介质模型	(2)
1.3 流体的主要物理性质	(3)
1.4 作用在流体上的力	(16)
1.5 方程的近似解——牛顿迭代法	(17)
习题一	(17)
第二章 流体静力学	(21)
2.1 流体静压强的特征	(21)
2.2 流体静止的微分方程	(22)
2.3 静止液体的压强分布	(24)
2.4 液柱式压差计	(27)
2.5 静止大气的压强分布 国际标准大气	(30)
2.6 静止液体作用在平面上的合力	(32)
2.7 静止液体作用在曲面上的合力	(36)
2.8 液体的相对静止	(40)
2.9 浮体的平衡和稳定	(45)
习题二	(49)
第三章 流体力学基本方程	(56)
3.1 描述流体运动的方法	(56)
3.2 连续性方程	(63)
3.3 流体运动的微分方程	(67)
3.4 N-S 方程的解	(68)
3.5 伯努利方程	(72)
3.6 伯努利方程的应用	(76)
3.7 动量方程及其应用	(84)
3.8 流体微团运动分析	(92)
3.9 平面势流	(96)
习题三	(104)

第四章 流态与水头损失	(112)
4.1 水头损失及其分类	(112)
4.2 两种流态	(114)
4.3 紊流的基本特征	(117)
4.4 边界层理论	(121)
4.5 管道均匀流的沿程水头损失	(126)
4.6 圆管层流	(127)
4.7 圆管紊流	(129)
4.8 量纲分析和相似理论	(136)
习题四	(145)
第五章 管流	(150)
5.1 沿程损失系数的实验曲线	(150)
5.2 局部水头损失的计算	(157)
5.3 孔口出流和管嘴出流	(162)
5.4 有压管流的水力计算	(165)
5.5 考虑浮力作用的伯努利方程	(175)
5.6 变水位出流问题	(179)
5.7 非恒定管流的伯努利方程	(180)
5.8 水击	(183)
习题五	(187)
第六章 明渠恒定流与堰流	(196)
6.1 渠道及明渠流的分类	(196)
6.2 明渠均匀流	(199)
6.3 梯形断面渠道均匀流的水力计算	(203)
6.4 无压圆管渠道均匀流的水力计算	(207)
6.5 明渠流的流态——缓流与急流	(210)
6.6 水跃与跌水	(217)
6.7 棱柱形渠道渐变流水面曲线分析	(222)
6.8 棱柱形渠道渐变流水面曲线计算	(233)
6.9 堰流	(236)
6.10 小型桥梁孔径设计中的水力计算	(242)
习题六	(246)
第七章 渗流	(252)
7.1 地下水及多孔介质	(252)

7.2 渗流基本定律——达西定律	(255)
7.3 渗流运动的微分方程	(258)
7.4 潜水面微分方程	(262)
7.5 渗流叠加原理	(268)
7.6 平面渗流的潜水面曲线	(268)
7.7 轴对称渗流 井和井群	(275)
7.8 渗流流网	(282)
习题七	(285)
部分习题答案	(290)
人名索引	(293)
术语索引	(296)
参考文献	(306)

第一章 绪 论

本章将首先介绍一些与水力学有关的基础知识,包括水力学的研究内容和研究方法、水力学在工程中的应用,以及流体的一些物理性质。

1.1 水力学及其工程应用

水力学是研究液体在外力作用下静止和运动的规律,并运用这些规律去解决工程实际问题的一门工程技术基础学科。

地球上存在的物质可以分为固体、液体和气体。研究固体在外部载荷的作用下产生的应力,弹性物体的应力和应变关系的学科称为固体力学,如材料力学、弹性力学等。液体和气体合称为流体。研究流体在外力作用下,流体参数(压强、密度、速度)的变化规律的学科称为流体力学,包括水力学、气体动力学等。

固体和流体的最大区别在于承受切应力的能力不同。当固体受到切应力的作用时,它将产生相应的变形来抵抗这个切应力,并且仍能保持静止状态。而静止的流体则不能承受任何切应力,在切应力的作用下流体将发生连续不断的运动,直至这个切应力消失为止。流体的这种性质称为易流动性。

流体力学运用描述流动问题的三大方程(连续性方程、动量方程、能量方程)来研究流体运动的规律。水力学是流体力学的一个分支,它的研究对象是液体,主要是水。液体很难压缩,除个别问题(如水击现象)外,液体可视为不可压缩流体。气体作低速运动(速度不超过 100m/s)时,其密度的变化很小,这时的气体也可视作不可压缩流体。液体的许多运动规律也适用于低速运动的气体。因此,本书不但研究液体的运动,也介绍一些气体的流动问题。

水是自然界存在的一种重要物质,水与工农业生产及人民生活息息相关。水力学在水利工程、土木工程、给排水工程、机械及动力工程等领域中都得到了广泛的应用。

水利工程是人类为了利用水能和水资源而建造水坝、发电站、水库、水渠等建筑物的一种工程技术。水工建筑物修建在水流中,水动力对建筑物的作用,建筑物的存在使水流的边界条件发生变化,因此水流会受到影响,这些都是水利工程设计和施工中必须考虑的问题。例如,举世瞩目的长江三峡水电站,主坝高度为 190m 的重力坝,电站装机容量 1820万 kW ,主坝包括挡水坝、溢洪道、水电站等水工建筑物。为了设计坝体断面、校核水坝的稳定性,必须计算上、下游的水流对坝体的作用力。大坝蓄水后,壅水将到达上游数百公里的范围,水面曲线的计算就成为一名重要的工作。又如,计划兴建的南水北调中段工程,南起湖北省丹江口水库,途经河南

省、河北省,北至北京市、天津市,全长 1200km,建成后将成为世界上最长的运河。该项工程包括明渠、隧道、渡槽、扬水站等多种水工建筑物,工程宏大。明渠的通水能力,扬水站的动力设计,这些问题都直接与水力学有关。

在土木工程中也有大量的水力学问题。在修建公路、架设桥梁、开设航道等工程时,必须解决一系列的水力学问题,如桥涵设计、站场路基排水设计、隧道的通风和排水的设计,等等。为了供应城市的工业和生活用水,要建设自来水厂,修建输水管路。为了排除城市的污水以及多余渍水,还要建设排水工程系统。建筑物内部也有水力学问题。随着城市建设的发展,高楼大厦不断出现,目前国内最高的大厦为某市的世界金融中心,楼高 460m,楼内有复杂的供水系统和消防系统,其中水力计算是建筑设计的一项重要内容。风载荷是建筑物最重要的切向载荷,高层建筑、高耸结构(如电视塔)、柔性结构的抗风能力差,设计时必须进行风振控制研究,风毁是这类建筑的潜在危险。这方面最典型的事例是美国西海岸的塔科马大桥的塌落,这座主跨长 853m 的悬索桥于 1940 年建成后仅四个月在一次风速只有 60km/h(远低于设计风速)的大风中倒塌,事故原因在于气旋引发大桥产生强烈的颤振和扭振。为了防止这类事故再次发生,目前对大型的土木工程结构都要进行抗风研究和试验。例如,广州市中天广场大厦(高 390m)、上海市东方明珠电视塔(高 468m,世界第三高)、香港特区青马大桥(悬索桥,主跨长 1377m)、江阴市长江大桥(悬索桥,主跨长 1385m)等建筑物都进行过严格的抗风试验。

许多动力机械都以水或油作为工作介质。液体的流动特征、能量转换等水力学问题都直接影响机械的运转性能和效率。水泵、水轮机的性能就与叶片、导流片的绕流特性有关。水力计算这类机械的设计工作的重要内容。

综上所述,水力学在工程实际中得到了广泛的应用。随着生产的发展,需要应用水力学原理来处理和解决的工程问题会越来越多,各种工程实际的水力学新课题的研究也会使水力学得到丰富和发展。本书将介绍水力学的基本理论和分析方法,为读者深入研究各类流动问题、解决工程实际的水力学问题、学习其他有关的专业课程打好理论基础。

1.2 连续介质模型

物质由分子组成。分子具有一定的质量和体积,分子之间有间隙。例如,每 mm^3 的体积里,水有 3.3×10^{19} 个水分子,水分子的平均间距为 $3.1 \times 10^{-7} \text{mm}$;空气有 2.7×10^{15} 个气体分子,气体分子的平均间距为 $7.2 \times 10^{-6} \text{mm}$ 。因此,物体的质量是不均匀地分布的。

单位体积里所含有的物体的质量称为密度,记作 ρ ,单位是 kg/m^3 。密度的倒数称为比体积,记作 v ,即 $v=1/\rho$,它表示单位质量的物质所占有的体积, v 的单位是 m^3/kg 。

流体的密度按下式求得

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V}$$

式中, ΔM 是微体积 ΔV 里所含有的流体质量。如图 1-1 所示, 当体积 ΔV 足够小的时候, 密度 ρ 趋于常数。当 ΔV 过于小, 如小于 ΔV_0 时, 此体积里所含的分子数量较少, 随机进出的分子数不能保持平衡, ρ 的值在图 1-1 的曲线上表现出时而大, 时而小的变化, ρ 并不趋于一个确定的常值。可见, 分析流体的流动时, 所研究的空间体积不应小于图 1-1 所示的 ΔV_0 。这样的微体积, 宏观上足够小, 微观上足够大。我们把这种宏观上足够小, 微观上足够大的微体积里的流体称为流体微团, 或称为流体质点。在流体微团里, 质量可视为均匀分布。

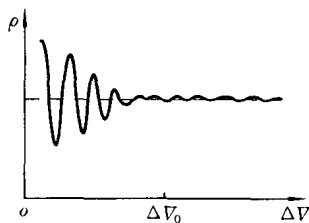


图 1-1 密度

工程实际的流动问题属于大尺度的流动问题, 一般情况下我们不关心小尺度的流动特征。从宏观上研究流体的运动规律, 就可以把流体的质量看成是空间连续分布的。

从微观上分析, 流体的运动特征还表现出时间上的随机性质。例如, 每 mm^3 体积里的气体分子在 1 秒钟内要发生 10^{26} 次碰撞, 如果研究的时间尺度过于小, 每 mm^3 体积里的气体分子在 1 秒钟内的碰撞次数就比较小, 流体的压强、速度等流动参数不具有物理统计平均量的特征。在工程实际中, 人们不关心微观时间里的流动特征。例如, 在 10^{-6}s 这样极短的时间, 10^{-10}mm^3 体积(相当于一粒尘土的体积)里, 气体分子仍碰撞 10^{10} 次, 流体的参数仍然具有物理统计平均量的特征。

在研究流体运动时, 可以把流体视为连续介质, 即流体是一种在时间上和空间上连续分布的物质, 这种研究模型称为连续介质模型。

水力学和流体力学的研究对象是大尺度的流动问题, 连续介质模型是完全适用的。这样, 流动参数(压强、速度等)都可以表示为时间和空间的连续函数, 流体的流动都可以用连续函数及其微分、积分方程来描述。

在研究某些流动问题时, 如果研究尺度与分子间距相当, 就不能采用连续介质模型。例如, 微血管的直径约为 10^{-6}m , 在这样的微尺度里, 液体的质量不能视为连续分布。又如, 计算机的读写磁头与磁盘的间隙约为 50nm ($1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$), 在研究这一间隙中气流对磁头的作用力时, 不能采用连续介质模型。

1.3 液体的主要物理性质

在外力作用下, 液体呈现静止或流动的状态。外力对液体的作用, 是通过液体自身的物理性质来表现的。本节将介绍液体的主要物理性质。

1. 惯性

惯性是物体所具有的维持原有的运动状态的一种特性。质量是惯性的量度。质量越大, 物体所具有的惯性也越大。

质量用 M 表示,单位是 kg 。单位体积里的质量称为密度,记作 ρ ,单位是 kg/m^3 。在常温、常压下,空气的密度约为 $1.25\text{kg}/\text{m}^3$,水的密度为 $1000\text{kg}/\text{m}^3$ 。

2. 分子之间的作用力

液体的粘性、压缩性、表面性质等物理性质与分子之间的作用力密切相关,在介绍这些物理性质之前,我们先分析分子之间的作用力。

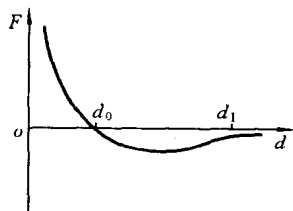


图 1-2 分子间作用力

分子之间的作用力有两种:排斥力和吸引力。图 1-2 表示两个孤立分子之间的相互作用力 F 与分子之间的距离 d 的关系曲线。现规定排斥力为正的作用力,吸引力为负的作用力。当分子之间的距离 d 小于 d_0 ,即 $d < d_0$ 时, $F > 0$,分子的排斥力大于吸引力;当 $d_0 < d < d_1$ 时, $F < 0$,分子的吸引力大于排斥力,分子的作用力主要由吸引力所控制;当 $d > d_1$ 时, $F \approx 0$,分子的吸引力很小,排斥力更小,分子之间的相互约束力很小。对于一般的分子, $d_0 = 3 \times 10^{-9} \sim 4 \times 10^{-9} \text{mm}$, $d_1 = 10^{-7} \sim 10^{-8} \text{mm}$ 。

如果要改变两个分子之间的距离,就需要克服分子间的作用力而做功。将一个分子从无穷远移到与另一个分子的距离为 d 的地方所做的功定义为分子势能。分子处在永不停止的运动状态,如果分子的动能大于分子势能,则这对分子就会相互分开。

如图 1-2 所示,可以说明固体、液体、气体的区别。当温度较低时,分子运动速度较小,分子动能小于分子势能,分子间的距离与 d_0 同量级,分子只能在其平衡位置作微小的振动,这时的物质表现为固体状态。当温度较高时,分子动能稍大于分子势能,分子之间的距离介于 d_0 和 d_1 之间,分子不再维持相对于某一平衡位置的振动,但分子之间的吸引力还比较大,分子不能相互分离散开,这时的物质表现为液体状态。当温度足够高时,分子的动能很大,分子之间的距离大于 d_1 ,分子之间的吸引力很小,分子容易相互散开,分子运动接近于自由运动,这时的物质表现为气体状态。

前面谈到,水分子的平均间距为 $3.1 \times 10^{-7} \text{mm}$,与 d_1 同量级,分子之间存在一定的吸引力。空气分子的平均间距为 $7.2 \times 10^{-6} \text{mm}$,比 d_1 高出 1~2 数量级,分子之间的吸引力很小。

与固体相比,液体和气体的分子间距比较大。液体没有固定的形状,但保持固定的体积。气体既没有固定的形状,也没有固定的体积,它能充满任何一个可能到达的空间。

3. 粘性

流体抵抗变形运动的特性称为粘性。

静止的流体不能承受切力。液体受到切力作用时,就会发生连续不断的变形运动,一直到切力消失为止;反之,如果流体发生变形运动,在流体的内部必然产生切力,称为粘性切力。粘性切力是流体粘性的具体表现。

为了说明粘性的概念,下面介绍牛顿于 1687 年进行的粘性实验。

如图 1-3 所示,设有两块相距为 h 的平行平板,平板之间充满液体。使下板静止不动,上板

以速度 U 在自身平面内作匀速运动。为了维持上板的匀速运动,必须对上板施加外力,此外力的大小为 F ,方向与板的运动方向相同。实验表明, F 与上板的面积 A 、速度 U 成正比,而与板距 h 成反比,比例系数记作 μ ,即

$$F = \mu \frac{U}{h} A \quad (1-1)$$

由于上板以匀速运动,因此,上板的下表面必然受到液体施加于平板的切力,该切力的大小也是 F ,方向则与速度 U 的方向相反。上板下表面的单位面积上所受到的切力称为粘性切应力,记作 τ ,即

$$\tau = \mu \frac{U}{h} \quad (1-2)$$

式中, μ 称为液体的动力粘度,单位是 $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$,或 $\text{Pa} \cdot \text{s}$ 。 μ 与液体的物理性质有关。

进一步的研究还表明,当速度 U 不太大时,两平板之间的液体的速度呈线性分布,如图 1-3 所示。图中的坐标 y 为下板的法向,坐标 x 与速度 U 同向,坐标原点 o 在下板的上表面上。当 $y=0$ 时,液体的速度 u 与下板的速度相同, $u=0$; 当 $y=h$ 时,液体的速度与上板速度相同, $u=U$ 。液体速度 u 的分布式为 $u(y) = \frac{y}{h}U$ 。这样,粘性切应力式(1-2)也可以写成

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1-3)$$

上式表明,粘性切应力 τ 与速度梯度成正比。式(1-3)不但适用于液体,也适用于气体,即流体的粘性切应力等于流体的动力粘度与流体的速度梯度的乘积。

可以证明,速度梯度 $\frac{du}{dy}$ 表示流体微团的剪切变形速率。

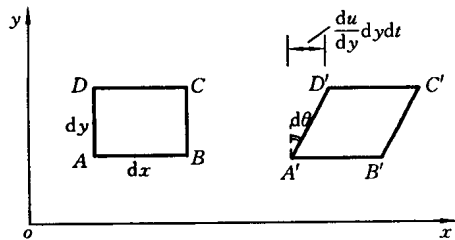


图 1-4 流体微团的变形

在图 1-4 所示的运动液体中,我们分析一个流体微团 $ABCD$ 的运动和变形。某时刻,微团的位置是 $ABCD$,其中 AB 之长为 dx , DA 之长为 dy 。在运动过程中,各质点只有水平方向的速度 u ,并且这个速度仅与坐标 y 有关, $u=u(y)$ 。现设 A 点的速度为 u ,则 D 点的速度为 $u + \frac{du}{dy}dy$ 。点 A 与点 B 的速度相同,点 D 与点 C 的速度也相同。显然, D 和 A 的相对速度为 $\frac{du}{dy}dy$ 。

过了一个时刻 dt 之后,微团运动到新的位置 $A'B'C'D'$,形状也由原先的矩形变为平行四边形, DA 顺时针转过角度 $d\theta$ 。角 $d\theta$ 很小,其值可用正切值代替,即

$$d\theta = \frac{\frac{du}{dy}dydt}{dy} = \frac{du}{dy}dt$$

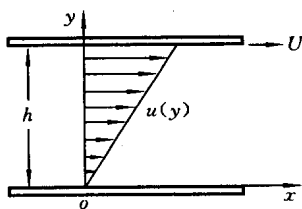


图 1-3 粘性实验

初始时刻,微团的角度用 $\angle DAB$ 表示,其值为 $\frac{\pi}{2}$ 。过一个时间间隔 dt 后,这个角变为 $\angle D'A'B'$,其值为 $\frac{\pi}{2}-d\theta$ 。微团角度的改变量为 $\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{2}-d\theta)=d\theta$,单位时间微团角度的变化率称为微团的剪切变形速率,它等于 $\frac{d\theta}{dt}=\frac{du}{dy}$ 。可见,式(1-3)的物理意义是:流体运动时,作用在流体微团上的粘性切应力等于流体的动力粘度 μ 与流体微团的剪切变形速率的乘积,此即牛顿内摩擦定律。

动力粘度 μ 与流体密度 ρ 的比值记作 ν ,称为运动粘度,它的单位是 m^2/s ,

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1-4)$$

在后面的分析中可以看到, ν 出现在流体运动的方程式中, ν 由此而得名为运动粘度。

牛顿内摩擦定律还可以这样理解:当存在速度梯度时,流速小的流体层施加粘性切应力给流速大的流体层,使流速大的流体层有减小速度的趋势;流速大的流体层也施加粘性切应力给流速小的流体层,使它有增大速度的趋势。

粘性切应力的大小与流体的物理性质有关,而且主要与流体分子的内聚力以及分子运动产生的动量交换有关。

分子的内聚力就是分子与分子之间的吸引力。由于存在分子内聚力,因此运动速度不同的两层流体之间出现粘性切应力。内聚力越大,粘性切应力越大。

物质的分子处在连续不断的运动中。当流速大的流体层内的分子跃迁到流速小的流体层时,这个分子就会把自身携带的动量释放一部分给流速小的流体层,使它有运动加快的趋势,这时就相当于受到一个拉力;反之,流速小的流体层内的分子运动到流速大的流体层时,分子就从流速大的流体层中获得一定数量的动量,这就相当于给流速大的流体层的流体施加一个阻力,即粘性切应力。

对于不同物质,分子内聚力以及分子间动量交换对粘性的影响程度是不同的。液体的分子动能较小,内聚力较强,因此,由分子运动引起的流速不同的流体层之间的动量交换比较弱。液体的粘性切应力、动力粘度的大小主要取决于分子内聚力的大小,与分子的动量交换强弱程度关系不大。当温度升高时,分子间距增大,内聚力减小,液体的动力粘度减小。气体的分子间距较大,内聚力很小,气体的粘性切应力、动力粘度的大小主要取决于分子间的动量交换。当温度升高时,气体分子的动量交换加剧,动力粘度增大。

任何一种流体都具有粘性。流体运动时,流体微团的惯性力等于重力、压力、粘性力之和。如果粘性力比其他力小得多,则粘性力可略去不计。不考虑粘性影响的流体称为理想流体。

同一种流体,在某些情况下可视为理想流体,在另外一些情况下必须视为粘性流体。例如,考察水在明渠中的流动。如果在很长的流程内,明渠过水断面的形状、大小无变化,底坡也不变化,渠道内没有堰、闸等水工建筑物,此时水的速度变化不大,可视为处处相等。速度梯度也就

会等于零,由式(1-3)看出,粘性切应力为零,这样就可将水视为理想流体。但如果明渠中出现堰、闸等水工建筑物,则在这些水工建筑物附近,水流的速度梯度比较大,粘性切应力对水的流动有重要的影响,这种情况下,水应视为粘性流体。

下面介绍牛顿内摩擦定律,即式(1-3)的应用。在液体的实际流动中,如果速度不是很大,速度可视为线性分布,润滑油的缓慢运动就属于这种情况。工程中常见的各种水流,其速度分布一般比较复杂,不能使用线性分布式。

例 1-1 一块平板,重量为 G ,底面积为 A 。此平板沿一个倾角为 θ ,在表面涂有润滑油的斜面上向下滑动,如图 1-5 所示。已测得润滑油的厚度为 δ ,平板下滑的匀速度为 U ,试求润滑油的动力粘度 μ 。

解 平板运动引起润滑油也运动,润滑油的速度沿斜面的法向呈线性分布。贴近平板下表面的润滑油的速度大小等于 U (平板速度),斜壁面上的速度为零。由于平板作匀速运动,因此重力沿斜面方向的分量等于平板受到的粘性切力,即

$$G \sin \theta = \mu \frac{U}{\delta} A$$

因此,

$$\mu = \frac{G \delta \sin \theta}{U A}$$

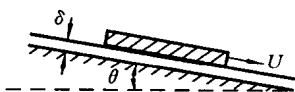


图 1-5 平板沿涂润滑油的斜面向下滑动

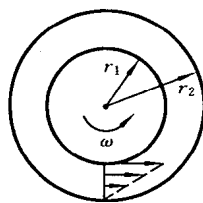


图 1-6 外圆柱固定,内圆柱旋转

例 1-2 两个同心圆柱,半径分别为 $r_1=100\text{mm}$ 和 $r_2=103\text{mm}$ 。两圆柱之间充满粘性液体,其动力粘度 $\mu=0.14\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$,外圆柱固定,内圆柱以角速度 $\omega=20\pi\text{ rad/s}$ 绕中心轴旋转,试求对内圆柱应施加的外力矩 M 。(设圆柱体长度 L 为 1m)

解 粘性液体的速度可以视作线性分布,如图 1-6 所示。内圆柱表面的粘性切应力为

$$\tau = \mu \frac{\omega r_1}{r_2 - r_1}$$

粘性力对中心轴的力矩等于外力矩,即

$$M = \tau 2\pi r_1^2 L = \mu \frac{\omega r_1}{r_2 - r_1} 2\pi r_1^2 L$$

将 r_1 和 r_2 的单位换成 m ,即 $r_1=0.1\text{m}$, $r_2=0.103\text{m}$, $L=1\text{m}$ 为圆柱体长度,将其他数据代入计

算,得

$$M = 18.42(\text{N})$$

例 1-3 深度 $h=2\text{m}$ 的明渠水流的速度分布式(如图 1-7)为

$$u = 4\left(\frac{y}{h}\right)^{\frac{1}{7}}$$

试求 $y=0.1h, 0.5h, h$ 处的粘性切应力。(水的动力粘度为 $\mu=1.14 \times 10^{-3} \text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$)

解 利用式(1-3)计算粘性切应力,则有

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \frac{4\mu}{7h} \left(\frac{y}{h}\right)^{-\frac{6}{7}}$$

图 1-7 明渠水流的速度分布

代入数据,得

$$y = 0.1h, \quad \tau = 2.34 \times 10^{-3} (\text{N}/\text{m}^2)$$

$$y = 0.5h, \quad \tau = 5.90 \times 10^{-4} (\text{N}/\text{m}^2)$$

$$y = h, \quad \tau = 3.26 \times 10^{-4} (\text{N}/\text{m}^2)$$

4. 压缩性

流体的密度 ρ 与压强 p 及温度 T 有关,即

$$\rho = \rho(p, T)$$

当压强、温度变化时,密度会发生变化,即

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial p} dp + \frac{\partial \rho}{\partial T} dT$$

密度的变化率为

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} dp + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} dT =$$

令

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T$$

$$\alpha_T = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

下标 T 和 p 分别表示密度发生变化时,温度 T 或压强 p 不变化。密度可表示为比体积 v 的倒数,因此

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T = - \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T \quad (1-5)$$

κ 称为(等温)体积压缩系数,单位是 Pa^{-1} 。

$$\alpha_T = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \quad (1-6)$$

α_T 称为(等压)体积膨胀系数,单位是 K^{-1} 。 K 是温度的单位(开)。

由此可见,压强增高时,分子间的距离减小,宏观体积减小,这种性质称为流体的压缩性。温度升高时,分子间的距离增大,宏观体积增大,这种性质称为流体的膨胀性。流体的压缩性和膨胀性分别用体积压缩系数和体积膨胀系数来量度。

气体的分子间距比较大,很容易压缩。完全气体(物理学称为理想气体)的密度、压强、温度之间的关系满足状态方程,即

$$p = \rho RT \quad (1-7)$$

式中, p 为压强,单位是 N/m^2 ,或 Pa (帕); T 为绝对温度,单位是 K (开); R 是气体常数,对于空气, $R=287 \text{ N} \cdot \text{m}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。由式(1-7)求得的气体(等温)体积压缩系数和(等压)体积膨胀系数分别是 $\kappa=1/p$ 和 $\alpha_T=1/T$ 。气体的压缩性很强,一般不能忽略。但如果气体在流动中压强的变化不大,密度的变化很小,则气体可视为不可压缩流体,这时,水力学的很多公式和定理不仅适用于液体,同样也适用于气体。

液体分子的平均间距比较小,不容易压缩。类似于气体状态方程式(1-7)的液体状态方程的一般形式是不存在的,只有在某些特定的条件下存在某些经验公式。例如,人们在研究常温(20°C)下海水的密度沿水深变化时,得到的经验公式为

$$\frac{p}{p_0} = (B + 1) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - B \quad (1-8)$$

式中, ρ_0 是在标准大气压 $p_0=1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$ 下水的密度,对于纯水, $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$,对于海水, $\rho_0=1026 \text{ kg/m}^3$ 。对于纯水和海水, $B=3000, n=7$ 。

液体的体积压缩系数很小,工程中常使用它的倒数来描述液体的压缩性, $K=1/\kappa$, K 称为液体的压缩模量。 K 值变化不大,因此式(1-5)中的微分可用增量代替,即

$$K = - \frac{\Delta p}{\Delta v/v} \quad (1-9)$$

当压强增加时,体积减小,因此液体的压缩模量 K 是正数。

现用式(1-8)计算水的压缩模量,式(1-8)可改写成

$$(B + 1) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n = \frac{p}{p_0} + B$$

两边取对数,再求微分,得

$$\frac{d(\rho/\rho_0)}{d(p/p_0)} = \frac{\rho/\rho_0}{n(p/p_0 + B)}$$

因此体积压缩系数为

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} = \frac{1}{\rho} \frac{\rho_0}{p_0} \frac{d(\rho/\rho_0)}{d(p/p_0)} \\ &= \frac{1}{np_0(p/p_0 + B)} \end{aligned}$$

水的压缩模量为