

高等学校教材

结构力学

下册

(第6版)

湖南大学结构力学教研室 编

杨萸康 李家宝 洪范文 汪梦甫 主编

汪梦甫 罗建辉等 修订



高等教育出版社

高等学校教材

结构力学

J I E G O U L I X U E

下 册

(第6版)

湖南大学结构力学教研室 编

杨萑康 李家宝 洪范文 汪梦甫 主编

汪梦甫 罗建辉等 修订

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是在第四版的基础上,按照教育部力学基础课程教学指导委员会制定的“结构力学课程教学基本要求(A类)”、高等学校土木工程学科专业指导委员会制定的《高等学校土木工程本科指导性专业规范》以及近二十年来教学改革的情况修订而成的。本书内容选材适当,叙述深入浅出,注重联系实际,力求适应当前教学改革的要求。

全书共十二章,分上、下两册出版。上册共九章,内容包括:绪论,平面体系的几何组成分析,静定结构的受力分析,虚功原理和静定结构的位移计算,力法,位移法与渐近法,矩阵位移法,影响线及其应用,结构计算简图和简化分析。下册共三章,内容包括:结构弹性稳定计算,结构动力计算,结构极限荷载。每章后面附有思考题和习题及大部分习题答案。

本书可作为高等学校土木、水利和道桥类专业及成人教育、自学考试教材,也可供有关专业工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学.下册/杨蒨康等主编;湖南大学结构力学教研室编.--6版.--北京:高等教育出版社,2016.2

ISBN 978-7-04-044748-4

I. ①结… II. ①杨… ②湖… III. ①结构力学-高等学校-教材 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 020656 号

策划编辑 水渊
插图绘制 杜晓丹

责任编辑 水渊
责任校对 刘春萍

封面设计 张楠
责任印制 耿轩

版式设计 于婕

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 中国农业出版社印刷厂
开本 787mm×1092mm 1/16
印张 9.25
字数 210千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 1958年1月第1版
2016年2月第6版
印 次 2016年2月第1次印刷
定 价 15.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 44748-00

第6版(2016年修订本)序

本书是在湖南大学结构力学教研室所编《结构力学》(第四版)的基础上,根据教育部审定的“结构力学课程教学基本要求(A类)”,并参照高等学校土木工程学科专业指导委员会2011年制定的《高等学校土木工程本科指导性专业规范》和近二十年来教学改革的情况修订而成的。

本次修订的内容主要有以下几个方面:

(1) 在内容调整方面,考虑材料力学、理论力学对静定梁与刚架、静定拱、静定桁架有一定介绍,将该三章合为一章,删除了一些并不经典的算例;考虑到结构力学教学中很少讲授能量原理、近似法,删去了能量原理、近似法两章;尽管渐近法在实际应用中也不多,考虑到一些高校的毕业设计中仍有采用,故保留了渐近法中的部分内容并将其与位移法合为一章。此外,将影响线及其应用一章挪到矩阵位移法后,这使前面的内容衔接更为妥当一些。

(2) 对少数章节作了不同程度的改写,纠正了一些不完善、不严谨的表达。从教学法考虑,对某些章节内容的叙述、论证和安排的顺序等方面作了改进,以使本书更符合当前教学改革的要求。

本版主编为杨蒞康、李家宝、洪范文、汪梦甫,修订工作由汪梦甫主持进行。参加修订工作的有:汪梦甫(第一、二、三、六、九、十一章)、周芬(第四、五章)、金波(第七章)、刘兴彦(第八章)、罗建辉(第十、十二章)。

本书由同济大学朱慈勉教授审阅,朱教授提出了许多宝贵的修改意见,使本书的质量得以进一步提高,此外修订时还借鉴和参考了相关书籍,谨此表示诚挚的感谢。由于修订时间和编者水平有限,本书的不足之处在所难免,热忱欢迎广大读者批评指正。

湖南大学结构力学教研室

编者

2015年11月

第 5 版(2005 年修订本)序

本书是在湖南大学结构力学教研室编,杨萋康、李家宝主编的《结构力学》(第四版)和李家宝主编的建筑力学第三分册《结构力学》(第三版)的基础上,根据 2004 年教育部高等学校非力学类专业力学基础课程教学指导分委员会通过的《结构力学课程教学基本要求(A 类)》修订的,作为《结构力学》第 5 版(2005 年修订本)出版。

这次修订工作除充分考虑到建设部高等学校土木工程专业指导委员会制定的结构力学课程教学大纲和国家注册结构工程师考试大纲的全部要求外,还注意保持本教材前几版贯彻少而精、符合认识规律、便于教和学的特点。从内容上,删去了近似法和能量原理两章,将论述静定结构内力分析的三章合并为一章,将位移法和渐近法归结到一章,并对部分章节的内容取舍、观点论证和安排顺序做了调整,以更好适应当前的教学要求。本版采用国家标准 GB 3100~3102—93《量和单位》中规定的有关符号。

本修订版主编为洪范文,全部修订工作除附录 A 由刘兴彦负责外,均由洪范文完成。本书凝结了湖南大学结构力学教研室的前辈和同仁的心血,他们为结构力学的教材建设做出了不可磨灭的贡献,为本书奠定了坚实的基础,特别是第四版主编李家宝教授对此次修订提出了许多指导性意见和对细节修改的建议,更是弥足珍贵。

本修订版由北京建筑工程学院刘世奎教授审阅,他所提出的许多宝贵修改意见,为本书提高质量增色甚多。本书在修订过程中,得到了湖南大学教务处和教材代办站的鼎力支持。对此,我们谨表示深深的谢意。

由于编者能力所限,书中不足之处,恳请专家、读者多加指正。

湖南大学结构力学教研室

编者

2005 年 4 月

第四版(1997年修订本)序

本书是在我教研室所编《结构力学》(第三版)的基础上,根据1995年国家教委审定的高等学校工科本科“结构力学课程教学基本要求”再次修订的。

这次修订工作除注意保持前版教材的特点:贯彻少而精、符合认识规律、便于教与学外,还力求做到有所改进和有所发展。在内容方面,删去了静定空间桁架一章,增加了近似法、能量原理以及结构的计算简图和简化分析共三章。从教学法考虑,对第三版教材的某些章节内容的叙述、论证和安排的顺序等方面作了改进,以使本书更符合当前教学改革的要求。采用本教材的院校,请按各校具体教学要求选择本书内容。书中少量属于加深和参考的内容,均以“*”号注明。

本版采用了国家标准 GB 3100~3102—93《量和单位》中规定的有关符号等,在贯彻和实施国家标准方面做了有益的工作。

本版主编为杨萸康、李家宝,修订工作由杨萸康、李家宝、洪范文主持进行。参加修订工作的有:杨萸康(第6、15章)、李家宝(第1、13、17章)、洪范文(第7、10章)、王兰生(第2、3、4、5章)、罗汉泉(第11、14、16章)、李存权(第8、9章)、汪梦甫(第12章)。全书的插图由乐荷卿、郭宾提供。

本修订版请西安冶金建筑科技大学王荫长和刘铮两位教授审阅,他们提出了很多宝贵的修改意见。在编辑审读加工过程中,高等教育出版社的有关领导和编辑给予了多方面的具体指导和有益建议,使本书的质量得以进一步提高。对此,我们谨表深深的谢意。

由于编者水平所限,书中不足之处,望读者多加指正。

湖南大学结构力学教研室

编者

1997年6月

第三版(1982年修订本)序

本书是在我室所编《结构力学》(1965年修订本)一书的基础上,根据1980年5月审订的高等工业学校本科四年制土建类专业的“结构力学教学大纲”(草案)再次修订的。

修订时,我们注意保持1965年修订本的特点,力图贯彻“少而精”的原则,在内容的阐述上,尽可能做到由具体到抽象,由简单到复杂,以符合学生的认识规律,利于教和学。为了加强基本理论、基本知识和基本技能的训练,对于1965年修订本中符合新订大纲要求的内容,修订时作了适当的充实;另外,根据新大纲的要求,增加了矩阵位移法一章,加深了虚功原理、结构的稳定和动力计算等内容的论述。全书内容分基本部分(第1~12章)和选学部分(第13~15章)。书中还有少量属于参考性的内容,在该节标题前面以“*”号注明。

这次修订工作由杨蕪康、李家宝担任主编,参加编写工作的有:杨蕪康(第8、15章)、李家宝(第1、2章)、刘光栋(第10、11、12、14章)、罗汉泉(第5、6、7、13章)、李存权(第3、4章)、罗宗对(第9章)。王兰生、何放龙、李俊东负责演算全书的习题。全书的插图由王秀贞描绘。

本书由王光远、郭长城、王荫长、刘铮同志担任主审、杨天祥同志担任复审。1982年5月工科结构力学教材编审小组在长沙召开了审稿会,参加审稿会的编委有杨天祥、龙驭球、秘书朱伯钦以及王荫长、刘铮、郭长城、王道堂等同志。参加审稿的同志对本书提出了许多很好的意见。此外,郑州工学院寿楠椿和本校王贻荪同志也曾对初稿提出过书面修改意见。对此,我们表示衷心的感谢。

由于编者水平所限,书中缺点可能不少,希望使用本书的教师和读者多加批评指正。

湖南大学结构力学教研室

1982年6月

第二版(1965年修订本)序

本书是在我室所编“结构力学”一书的基础上,根据1962年5月审订的高等工业学校本科五年制工业与民用建筑专业和铁道建筑、公路与城市道路以及桥梁与隧道等专业的“结构力学教学大纲”(试行草案)修订的,同时也照顾了河川枢纽及水电站建筑专业的需要。

修订时,我们基本上依据教学大纲的要求,力图贯彻“少而精”的原则,删去了大量枝节内容和偏深的非基本内容,重新改写了绝大部分的章节;在少数问题上,对大纲的规定作了一些变动,如删去了用零载法检查平面桁架的可变性、索式桁架的概念、简支梁的内力包络图,增加了分析静定空间桁架的截面法、半穿式桁架桥的上弦杆的稳定问题等。

为了符合学生的认识规律,在内容的阐述上,尽可能注意由具体到抽象、由简单到复杂。如力法和位移法的概念都是先从一个最简单的例子引出,然后扩展到一般情况;又如静定结构的特性,则是在讲完内力计算之后,通过与超静定结构的特性对比才提出的。

由于本书兼顾了两种专业的某些不同要求,因此,就每一专业来说,各有一部分内容是毋需讲授和学习的。对于铁道建筑、公路与城市道路以及桥梁与隧道等专业的学生来说,可略去以下章节:§14-5, §14-6, 第十六章, §17-5;对于工业与民用建筑专业的学生,可略去下列各节:§3-6, §3-8, §4-4, §5-9, §5-10, §6-6至§6-8, §8-11至§8-13, §11-4至§11-6, §15-2, §15-3, §18-9。此外,关于超静定桁架和混合结构,就工业与民用建筑专业来说,可只限于最基本的内容,不妨结合本书§10-4中的例10-3对桁架和混合结构的计算特点稍加详细交代,而将第十二章整个略去。在第十一章中,所述无铰拱和两铰拱两部分具有相对的独立性,重复讲述了总和法,以便对工业与民用建筑专业可以单独着重讲授两铰拱部分。书中还有少量属于参考性的内容,一律采用小字排印。

本书初版是由我室教师周泽西、俞集容、杨蕪康和原为我室成员现为长沙铁道学院教师李廉锴、张忻宇通过集体讨论、分工执笔并相互修改写成的。这次修订工作由周泽西、俞集容主持进行,执笔的有万良逸(第5、7、8、9、10章)、周泽西(第1、20章)、俞集容(第2、14、15、17章)、杨蕪康(第4、6、13、19章)、刘光栋(第3、11、12、16、18章)。

本书承哈尔滨建筑工程学院王光远同志审阅,并提出不少宝贵意见,对此我们表示衷心的感谢。

由于编者水平所限,缺点可能不少,希望使用本书的教师和读者多加批评指正。

湖南大学结构力学教研室

1965年4月

第一版(1958年版)序

为了适应祖国大规模工业建设的需要,大量培养工程技术干部就成为当前最重要的工作之一。我国高等工业学校在一系列教学改革工作之后,已经取得很大的成绩,惟学生学习负担过重的问题,迄未完全解决。

目前已经翻译出版的苏联结构力学教材很多,但大都与部订教学大纲不能完全切合,内容分量过多,学生参考费时,且翻译名词各书不一致,更增加了初学者阅读上的困难。

这本讲义系根据我院情况编写的。我院有工民建、铁道桥隧、铁道建筑和公路与城市道路等四个专业,所用结构力学的教学大纲各不相同。在编写这本讲义之初,只能参考1955年部订内容最多的“桥隧”专业用和“工业与民用建筑结构”专业用“结构力学及弹性塑性理论教学大纲”作为编写的依据,再结合我院其他专业的需要并参照目前工程界的实际情况来安排内容。在编排的次序方面,也是根据教学实际情况来决定的。至于讲授的内容,则由任课教师按专业的需要自行选择取舍。讲义主要取材于下列各书:

- | | |
|-------------|----------------------|
| 1. 结构理论 | И.П.普洛珂费耶夫著 |
| 2. 建筑力学教程 | И.М.拉宾诺维奇著 |
| 3. 杆件系统结构力学 | И.М.拉宾诺维奇著 |
| 4. 结构静力学 | А.В.达尔柯夫、В.И.库兹聂错夫合著 |
| 5. 结构静力学 | Б.Н.日莫契金、Д.П.巴谢夫斯基著 |
| 6. 结构力学 | А.И.杜霍维奇内著 |
| 7. 静定结构学 | 钱令希编 |
| 8. 弹性力学 | М.М.费洛宁柯-鲍罗第契著 |
| 9. 弹性理论 | Б.Н.日莫契金著 |
| 10. 弹性力学 | 钱伟长 叶开沅著 |

这本讲义分别由李廉锴、周泽西、张忻宇、俞集容、杨弗康等同志编写,并分工修改与校阅,插图由庄述权、邓如鹤、李家宝、尹业良等同志协助绘制。这本讲义曾在本院各专业教学中两度使用,对解决学生学习上的某些困难,尚能起一定的作用。我们根据实际使用结果,曾先后进行修改和补充,现在我们又再度将静定结构部分进行了若干修改与补充,先行出版,其余部分也正在陆续修改与校阅之中。

由于我们的业务水平及教学经验所限,虽然在主观上尽了自己的努力,但实际上还会存在许多不妥的地方。我们衷心希望各学校的兄弟教研组在使用或参考这本讲义时,能把所发现的缺点及改进意见随时告诉我们,使这本讲义能够逐步完善起来。

中南土木建筑学院
结构理论教研组
1957年6月

主要符号表

A	振幅, 面积
c	支座广义位移、黏滞阻尼系数
C	弯矩传递系数
c_{cr}	临界阻尼系数
d	节间距离
D	侧移刚度
E	弹性模量
E_p	结构总势能
E_p^*	荷载势能
E_c	结构总余能
E_c^*	支座位移余能
f	矢高、工程效率
F_p	荷载
\mathbf{F}_p	结构荷载向量
F_H	水平推力
F_{Ax} 、 F_{Ay}	A 处铰支座(约束)水平、垂直方向的分反力
F_N	轴力
F_{Nx} 、 F_{Ny}	水平、垂直方向的分轴力
F_Q	剪力
F_Q^L 、 F_Q^R	截面左、右的剪力
F_Q^F	固端剪力
F_r	楼层剪力
F_{pe}	欧拉临界荷载
F_{per}	临界荷载
F_{pu}	极限荷载
F_p^+	可破坏荷载
F_p^-	可接受荷载
F_c	弹性力
F_I	惯性力
F_c	阻尼力
\bar{F}^e	局部坐标系下单元杆端力

F^e	整体坐标系下单元杆端力
\bar{F}^{Fe}	局部坐标系下单元固端力
F^{Fe}	整体坐标系下单元固端力
G	切变模量
i	线刚度
I	惯性矩、冲量
I	单位矩阵
k	刚度系数、剪力分布不均匀系数
K	梁柱线刚度比
\bar{k}^e	局部坐标系下单元刚度矩阵
k^e	整体坐标系下单元刚度矩阵
K	结构刚度矩阵
m	质量
M	质量矩阵
M	力矩、力偶矩、弯矩
M^F	固端弯矩
M_r	楼层力矩
M_u	极限弯矩
M_e	弹性极限弯矩
N	形函数矩阵
p	均布荷载集度
P	广义荷载
P_E	等效结点荷载向量
P	综合结点荷载向量
q	均布荷载集度
R	广义反力、半径
r	单位位移引起的广义反力、半径
S	转动刚度、影响线量值
t	时间
T	周期、动能
T	坐标转换矩阵
u	水平位移
v	竖向位移、挠度、速度
V	应变能
W	功、平面体系自由度、抗弯模量
X	广义多余未知力
y	位移

\bar{y}	反弯点高度
Z	广义未知位移
α	线膨胀系数
β	弦转角、频比
Δ	结构广义位移
Δ	结构位移向量
δ	虚位移、广义位移
δ^e	单元杆端位移向量
ε	线应变
μ	力矩分配系数
μ'	转角分配系数
γ	剪力分配系数
γ'	侧移分配系数
φ	初相角、转角、角位移
Φ	振型矩阵
θ	干扰力频率
ξ	阻尼比、等效集中质量系数
σ_b	强度极限
σ_s	屈服应力
σ_u	极限应力
ω	圆频率

目 录

第十章 结构弹性稳定计算	1	荷载下的受迫振动	60
§ 10-1 概述	1	§ 11-7 一般多自由度体系的 自由振动	63
§ 10-2 用静力法确定等截面 压杆的临界荷载	3	§ 11-8 振型分解法	76
§ 10-3 用静力法确定变截面 压杆的临界荷载	6	§ 11-9 无限自由度体系的 自由振动	86
§ 10-4 等截面直杆稳定	10	§ 11-10 计算频率的近似方法	88
§ 10-5 偏心受压直杆稳定	14	思考题	93
§ 10-6 刚架稳定	16	习题	93
思考题	24	第十二章 结构极限荷载	100
习题	24	§ 12-1 概述	100
第十一章 结构动力计算	29	§ 12-2 静定梁弹塑性分析	101
§ 11-1 概述	29	§ 12-3 用极限平衡法求超静定梁 的极限荷载	106
§ 11-2 单自由度体系的 自由振动	33	§ 12-4 比例加载时判定极限荷载 的一般定理	110
§ 11-3 单自由度体系的 受迫振动	38	§ 12-5 刚架的极限荷载	112
§ 11-4 考虑阻尼影响的单自由度 体系的振动	45	思考题	114
§ 11-5 两个自由度体系的 自由振动	53	习题	115
§ 11-6 两个自由度体系在简谐 		附录	119
		参考文献	126

第十章 结构弹性稳定计算

§ 10-1 概 述

在结构设计中,除保证结构必须满足强度条件和刚度条件外,还必须满足结构稳定的条件。从平衡稳定性的角度来考察,体系的平衡状态有三种形式:稳定平衡状态、不稳定平衡状态和随遇平衡状态。设体系原来处于某种平衡状态(例如中心压杆处于直线平衡形式),若受到外界轻微扰动使其偏离原来的平衡位置,当扰动消除后,如体系能够恢复到原来的平衡位置,则原来的平衡状态就称为稳定平衡;当扰动消除后,如体系不能恢复到原来的平衡位置,甚至偏离越来越大,则原来的平衡状态就称为不稳定平衡。从稳定平衡过渡到不稳定平衡的中间状态称为随遇平衡或中性平衡。当体系处于不稳定平衡状态时,任何轻微扰动都将使它偏离原来的平衡位置,其构件将产生很大的变形,将导致它丧失承载能力而破坏,这种现象称为丧失稳定性,简称失稳。

结构稳定性问题,按照失稳时其材料应力所处阶段,可以分为弹性失稳和弹塑性失稳。本章限于讨论结构弹性失稳的基本概念及其计算原理和方法。

在结构弹性稳定的计算中,常采用小挠度稳定理论。只有在需要得到更精确的结论时,才采用大挠度稳定理论。

结构弹性失稳有两种类型:分支点失稳和极值点失稳。下面以压杆为例加以说明。

1. 分支点失稳

图 10-1a 所示为一两端铰支理想轴压杆,即轴线为理想直线且处于中心受压状态。由材料

力学可知,当其上端压力 F_p 小于欧拉临界值 $F_{pe} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$ 时,

杆件中心的平衡状态是稳定的,即杆件受到某种附加外因而发生微小弯曲,当外因消去后杆件又会恢复到原来的直线平衡状态。图 10-1b 所示为在压力 F_p 增长过程中, F_p 与压杆中点挠度 Δ 之间的关系曲线,称为 $F_p - \Delta$ 曲线。图中平衡路径 OA_1 属于稳定平衡状态(A_1 所对应的压力 F_p 接近但略小于 F_{pe}),当 $F_p = F_{pe}$ 时(对应于 A 点),体系稍受扰动后,杆件会突然发生弯曲,由原来的直线平衡形式转变为新的微弯状态的平衡形式,其平衡路径如图 10-1b 中 AB 或 AB' 所示。图 10-1b 中的点 A 标志着体系由稳定的直线平衡形式过渡到不稳定状态的临界点,这一状态称为临界状态,相应的压力 F_{pe} 称为临界荷载。在点 A 杆件的

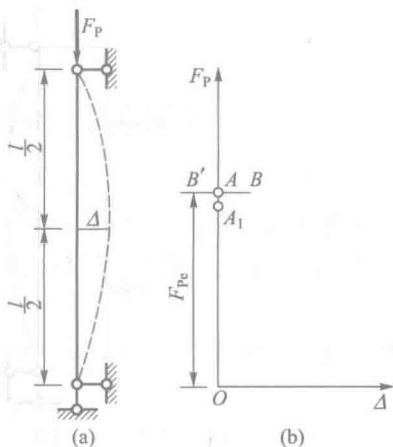


图 10-1

平衡形式既可以是直线形式,也可以是微弯形式,即平衡形式出现分支现象,故称此类失稳为分支点失稳,在点 A 相应的荷载称为平衡分支荷载或屈曲荷载。分支点失稳又称为第一类失稳。

丧失第一类稳定性的现象,不只发生于直杆中心受压的情况,在其他结构中也可能出现。例如,图 10-2a 中虚线所示承受静水压力的圆弧拱,当水压力 q 达到其临界值 q_{cr} 以前,它维持圆形的平衡形式,处于中心受压状态;当 q 达到临界集度 q_{cr} 时,则原来的圆形曲线形式不再是稳定的平衡形式,而可能出现新的有质的区别的平衡形式(如图中实线所示),这时拱也将发生压缩和弯曲。图 10-2b 所示在结点承受集中荷载的刚架,在荷载达到其临界值以前,都只有轴向压缩变形;当荷载达到临界值时,则可能出现具有压缩和弯曲变形的新的平衡形式,如图中的实线所示。又如图 10-2c 所示的薄壁工字梁,当荷载达到其临界值 $F_{p,cr}$ 之前,工字梁只在其腹板所在的竖直平面内弯曲,保持平面弯曲的平衡形式;当 F_p 达到 $F_{p,cr}$ 时,平面弯曲形式的平衡不再是稳定的,此时,梁可能从原来的腹板平面内偏离出来,出现斜弯曲和扭转。

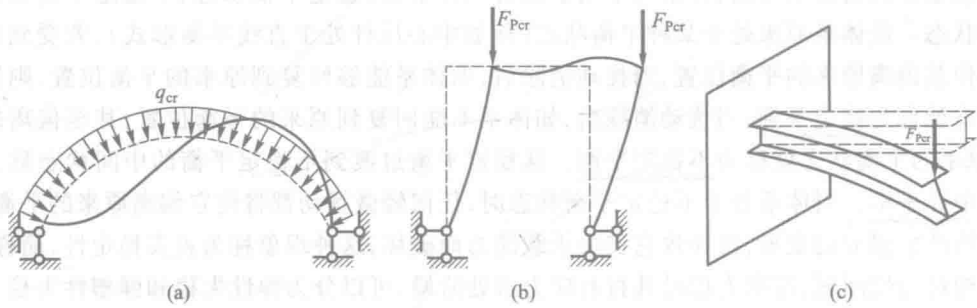


图 10-2

由上述可知,丧失第一类稳定性的特征是:原来的平衡形式成为不稳定的,而可能出现新的有质的区别的平衡形式。

2. 极值点失稳

现以图 10-3a 所示两端简支承受偏心压力 F_p 的直杆为例加以说明。在这种压杆中,不论

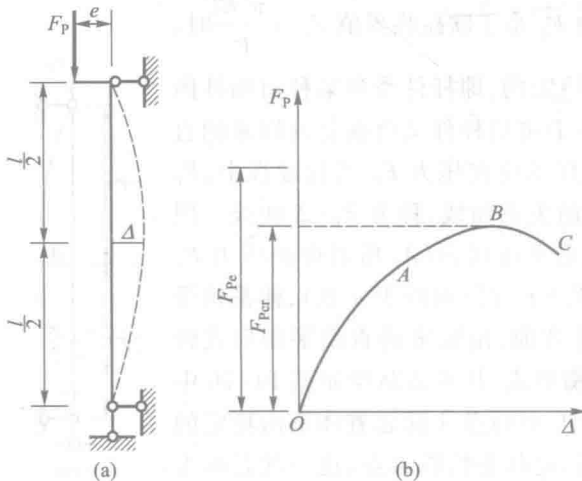


图 10-3

F_p 值如何,杆件总是会发生压缩和弯曲。不过,当 F_p 在小于某一临界值 $F_{p_{cr}}$ 之前 ($F_{p_{cr}}$ 小于欧拉临界值 F_{pe}), 如果不继续增加压力 F_p , 杆件的挠度 Δ 不会自动增加, 其 $F_p-\Delta$ 曲线如图 10-3b 中 OAB 所示, 至点 B 时, 荷载达到极大值。此后, 即使不增加荷载, 甚至减小荷载, 挠度仍继续增加, 如图 10-3b 中曲线 BC 所示, 点 B 为极值点。在极值点以前的曲线段 OAB , 其平衡状态是稳定的, 而在 BC 段, 平衡状态是不稳定的。在极值点 B 处, 平衡路径由稳定平衡转为不稳定平衡。这种失稳形式称为极值点失稳, 又称第二类失稳。与极值点 B 相应的荷载称为失稳极限荷载, 也称为压溃荷载, 它即为这类失稳形式的临界荷载。由此可知, 第二类失稳的特征是: 平衡形式并不发生质变, 而是结构丧失承载能力。对工程结构而言, 多数受压构件均处于偏心受压状态, 它们属于第二类失稳问题。

除分支点失稳和极值点失稳外, 在扁平拱式结构失稳时, 还可能发生所谓“跳跃失稳”的第三类失稳问题, 限于篇幅, 在此不拟多述。

无论发生何种失稳, 对于工程结构来说, 都是不允许的, 因为它们或者使结构不能维持原来的工作状态, 或者使其丧失承载能力, 而且变形常急剧增加, 导致结构破坏。因此, 在许多工程结构的设计中, 只考虑强度条件是不充分的, 为了保证安全, 还应进行稳定的验算。

最后, 对稳定问题与强度问题的区别作如下说明。

强度问题是指结构在稳定平衡状态下它的最大应力不超过材料的允许应力, 其着眼点放在内力的计算上。对大多数结构而言, 通常其应力都处于弹性范围内而且变形很小。因此, 按线性体系来进行计算, 即认为荷载与变形之间呈线性关系, 并按结构未变形前的几何形状和位置来进行计算, 叠加原理适用, 此种计算称为线性分析或一阶分析。对于应力虽处于弹性范围但变形较大的结构(例如悬索), 则因变形对计算的影响不能忽略, 故应按结构变形后的几何形状和位置来进行计算, 此时, 荷载与变形之间已非线性关系, 叠加原理不再适用, 这种计算称为几何非线性分析或二阶分析。

稳定问题与强度问题不同, 它的着眼点不是计算最大应力, 而是研究结构的平衡是否处于稳定状态, 即要找出与临界状态相应的最小荷载(临界荷载)。由于它的计算要在结构变形后的几何位置上进行, 其方法也属于几何非线性的范畴, 叠加原理不再适用, 故其计算也属于二阶分析。

结构稳定计算是结构力学中的一个重要专题, 本书将着重介绍分支点失稳情况下临界荷载的静力法计算。

§ 10-2 用静力法确定等截面压杆的临界荷载

用静力法求分支点临界荷载是从丧失稳定时平衡形式将发生质变这一特征出发, 首先假设体系已处于新的平衡形式, 据此建立其平衡方程, 然后找出微分方程的一般解, 进而利用边界条件去确定临界荷载。

现以图 10-4a 所示一端固定另一端铰支的直杆稳定问题为例来说明静力法的原理和计算步骤。

当荷载 F_p 达到临界值时, 平衡形式将发生质变。设该杆已处于新的如图所示的微弯平衡形式。如取图示坐标系, 则任一截面上的弯矩为(图 10-4b)

$$M = F_P y + F_R (l - x)$$

式中 F_R 为上端支座链杆的反力。

由小挠度弯曲理论得

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M$$

即

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + F_P y = -F_R (l - x)$$

令

$$n = \sqrt{\frac{F_P}{EI}}$$

(10-1)

则上列微分方程可写成

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + n^2 y = -\frac{F_R}{EI} (l - x)$$

它的一般解为

$$y = A \cos nx + B \sin nx - \frac{F_R}{F_P} (l - x) \quad (10-2)$$

式中, A 和 B 为积分常数, $\frac{F_R}{F_P}$ 也是未知的。对于图 10-4 所示杆件, 其边界条件有

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } y=0 \text{ 和 } \frac{dy}{dx}=0$$

$$\text{当 } x=l \text{ 时, } y=0$$

据此, 可得如下的齐次方程组:

$$\left. \begin{aligned} A - l \frac{F_R}{F_P} &= 0 \\ nB + \frac{F_R}{F_P} &= 0 \\ A \cos nl + B \sin nl &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

当 $A=B=\frac{F_R}{F_P}=0$ 时, 上列方程组可以得到满足。但是从式(10-2)可知, 此时各点的位移 y 都等于零。这种情形是相应于杆件的直线平衡形式, 不是我们所要研究的微弯平衡状态。对于临界状态, 要求 A 、 B 、 $\frac{F_R}{F_P}$ 不全等于零, 而这只有当式(a)中系数行列式等于零时才有可能。故可得到如下本征方程:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -l \\ 0 & n & 1 \\ \cos nl & \sin nl & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (b)$$

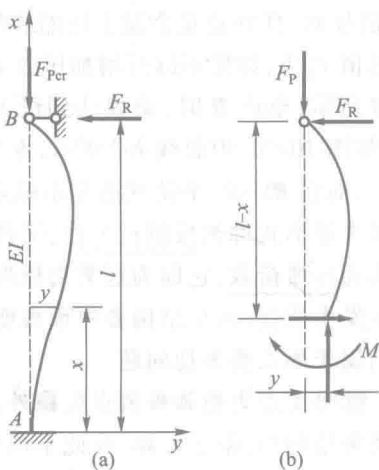


图 10-4