序

居今日而欲致國家於富强之林，登斯民於康樂之境，其道無他，要在教育、文化、經濟諸方面力求進步而已。自然科學之研究與發展，屬於文化領域之一環，同時亦爲國防建設之主動力，其在教育設施方面，實佔有甚大之比重，久爲識者所共喩。

巴西華僑徐君銘信，身羈異邦，心縈祖國，鑒於自然科學之發展與夫建國前途所關之鉅，嘗思盡一己之力，爲邦人士格物致知之助。比年以來，其慨捐於國內學術機構者，固已爲數不貲。前歲之冬，復搜購德國著名函授學校之數學、物理、化學、生物等優良課本約五百萬言寄臺，經東海大學吳校長德耀與溫院長步頤之介紹，欲以迻譯刋行，嘉惠學子之任，委諸元吉，自維學殖荒落，本不敢承，惟感於徐君所見者大，所志者遠，殊不宜過拂其意，爰勉受義務主編及統籌出版之命。嗣經先後約請江鴻（數學總執筆人）、宋洲、李煥燊、南登岐、孫賡年(物理學總執筆人)、張壽彭、陳喜棠、許巍文、黃友訓、傅貽椿、熊俊（生物學總執筆人）、廖可奇、劉泰庠、鍾恩寵、關德懋（以姓氏筆劃爲序）諸君分任迻譯，復承臺灣新生報謝總社長然之、王社長嘯生及顏副總經理伯勤慨允由該社擔任印刷及發行工作，其事遂舉。顧以個人精力時間，均屬有限，一年以還，竭知盡能，時以能否符合信達雅之準則爲慮，幸賴各方碩彥陳力就列，各自靖獻，得如預期出書，以餉讀者，實爲元吉精神上莫大之收穫。今後倘蒙文教先進及讀者不吝匡翼，俾在吾國科學發展史上日呈緝熙光明之象，遂徐君之初願於萬一，並使其今後仍就此途徑邁進之志事，（徐君近復精選英文本初級科學百科全書，交由科學勵進中心*譯印。）永感吾道不孤，邪許同聲，則尤元吉一瓣心香，朝夕禱祝者也。玆值本書出版伊始，謹誌涯略，並向協助譯印諸君子敬致感謝之忱。

中華民國五十一年元月湯元吉序於臺北

---

*該中心爲一不以營利爲目的之財團法人，其宗旨在於促進科學教育、發展科學研究及介紹科學新知。現任董事爲李熙謀、錢思亮、趙連芳、林致平、徐銘信、李先聞、戴運軌、鄭壁厚、湯元吉等九人。

編 輯 要 旨

一・本叢書包括數學、物理、化學、生物等四種。

二・本叢書物理、化學、生物等三種，均係採用德國魯斯汀(Rustin函授學校之課本；數學一種，則係採用德國馬特休斯(Mathesius)函授學校之課本，分別遴請專家迻譯。

三・本叢書之供應對象，主要為中等以上學校之學生、自行進修人士及從事教授各該有關課業之教師，故其內容亦以適合上述各界人士之需要為主旨。

四・原書內於每一相當節段，均附有習題、複習題、試題及論文作業等，可使在學者增加反覆研討之機，自修者亦易得無師自通之樂。本叢書對於前三者均已予以保留，俾利讀者之研習。至於論文作業題目，本係該函授學校對於所屬學生之另一種教學措施，學生於作成論文後，校方尚需負修改之責，與本叢書旨趣未盡相同，故均於正文內予以省略，惟為存眞起見，一俟本叢書出齊後，當彙印單行本，以供讀者參考。

五・本叢書因係依據原書格式譯輯而成，故未能於每一學科之首册中編列總目，擬俟全書出齊後，另行編印專册，以供讀者檢閱。

六・本叢書數學原文，每講約為六萬字，而其餘各書字數自二萬餘字至四萬餘字不等，且各講自成段落，不能分割，故為便利讀者及減輕讀者負擔，只能將其每二講或三講合印為一册，字數遂在七萬餘字至九萬餘字之間。

七・本叢書所有各種科學名詞，一律採用國立編譯館輯譯，教育部

定公布之名詞；但主編者認爲必要時，亦偶用其他譯名代替之；其爲上述公布名詞中所無者，則出於主編者或譯者之創擬。該項替代或創擬之名詞，是否妥善無疵，未敢自是，尙冀海內專家學者不吝賜教。

八・本叢書之迻譯工作係由多人執筆，行文屬辭，難免各具風格，主編者能力時間，均屬有限，故雖竭智盡慮，勉爲整理，亦僅能使其小異而大同，尙祈讀者諒之。

九・本叢書原文篇帙浩繁，約近五百萬字，出版須依一定進度，編者勢難將譯文與原文逐一核對，倘有未盡妥洽之處，亦請讀者隨時指教，俾於再版時更正，幸甚幸甚！

主編者謹識

重 要 忠 告

以上三册，讀者不要以爲看過一遍就算了！我們在此奉勸各位還得隨時從新加以溫習，因爲各位輾轉之間已登上數學知識的較高階段，故對以往所學的東西，現在更可放寬眼界來看，更易理解了。

請讀者特別要重視，儘可能的獨立去做**所有習題**！只有勤於練習，便成名手；所謂“熟能生巧”，此之謂也。各位也不要忘記，拿我們的解答（看本册 410 節）和諸位對于第三册中〔321〕節雜題所做的答案作一比較！

數學第四冊目錄

上 冊　　數　　**自乘問題**　　頁數

下 冊　　體　　**何幾軌跡**

上冊　數

自乘問題

也許我們的讀者中有少數人是第一次聽見所謂“自乘”這兩個字；但這少數的讀者不要害怕，以爲現在要學一些特別難的問題。“自乘”之意，在德文爲“Potenz”，在英文爲“Power”，讀者也得不時學一些外國文字，假如有機會看外國書籍的話，我們對於少數的這些讀者更要加以安慰的是：第一學年的每一個學生已在學習自乘的方法，縱使他沒有聽見過這一專門名詞。

有一點我們現在要對所有讀者懇切的奉告：自乘的理論在數學中是最重要的部門之一，會佔到本書好幾册篇幅之多，應請讀者特別努力用心學習。——各位也一定很快就會感到莫大的興趣！

如何計算大量的數字始最相宜

在一個工廠中製造大量的藥片，其包裝的方法好比如下： 323

1 個膠囊裝(5×1)片$=5$片；

1 個紙盒子裝四個膠囊$=[4\times(5\times1)]$片$=20$片；

1 個木盒子裝十個紙盒子$=\{10\times[4\times(5\times1)]\}$片$=200$片；

1 箱裝五十個木盒子$=(50\times\{10\times[4\times(5\times1)]\})$片$=10{,}000$片。

讀者假如提出抗議來說，在上面這些數字中最右邊的小括弧中之“1”，以及一切大小括號都應該去掉，也不致影響乘積之值，那麼各位是有理由的。但這個“1”在我們所述的情況中是有其重大意義的，各位不久便可看出，而且那些大小括號也是各種不同包裝的象徵。

讀者試設想，倘在一種包裝上面很清楚的印有下列記號：

$$(50\times\{10\times[4\times(5\times1)]\})$$

各位便該知道，這種包裝的方法是如此的：在包裝者面前有許多單獨的藥錠(即藥片)，這是出發單位。他從這些藥錠中每取五片包裝在一起而得到較大單位的包裝。每四個這種較大單位湊成二十片的包裝，進而則由每十個這種單位構成二百片的包裝。

最後他用一個大箱子裝了五十盒的二百片包裝，內含一萬個藥錠。但包裝的人決不會去數一萬個藥片的，他要數的最高數目只是五十個木盒子而已。

以上並沒有學到什麼新的玩藝兒；因爲如此多倍的乘法，我們已在第二册中之〔118〕節講過了。

324 下面的包裝方式是一種頗堪注目的

多倍乘法的特殊情形

一個膠囊裝有(10×1)藥片＝10片；

一個紙盒裝有十個膠囊＝$[10\times(10\times1)]$藥片＝100片；

一個木盒裝有十個紙盒＝$\{10\times[10\times(10\times1)]\}$藥片＝1000片；

一個箱子裝有十個木盒＝$(10\times\{10\times[10\times(10\times1)]\})$藥片＝10000片。

這就是所謂自乘的特殊情形：加進出發數“1”者，首先是因數“10”，其次又有一個“10”加入乘積$[10\times(10\times1)]$之內，然後又有一個“10”，如此陸續增加了許多因數，而且全是**相同的因數**。

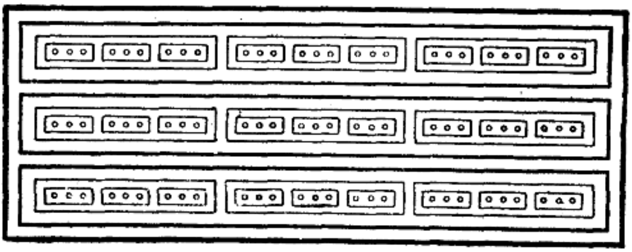
讀者立即可以看出，這種包裝的方法比前例所述容易記憶多了。

此外各位諒必猜想得到，在第二個例題中對於包裝方式的規定，可以簡單的把它寫出來，但上面第一個例子的組合記號$\{10\times[4\times(5\times1)]\}$却無法再從省略。

由於這兩個例題的對照，當可使到讀者自開始就相信，所謂 325
“自乘”的用意決不會增加我們數學作業的困難，却帶來無比的輕鬆，卽帶給我們一種**能力**，可以簡便而醒目的方法從事大量數字的計算。

假如我們再告訴讀者，所謂“能力”一詞在拉丁文裡是“Potentia”，那麼各位更能瞭解“自乘”(=Potenz)的眞意了。

〔326a〕圖所表示者，爲用一定的因數“3”來實施的連乘式： 326



326a

第一總括
第二總括
第三總括
第四總括

有一次開運動會，到了一個團體的八十一名選手，每一選手在我們上面所畫的圖中是以一個小圓圈來表示。每三名選手組成一個三人小組；每三個三人小組構成一個九人小隊，如此類推，到了最後一共擁有八十一名運動員。這種大小各異的組合，在〔326a〕圖中是用四種粗細不同的線來劃分。

自乘的寫法

我們學了上面的例子之後，跟着就要說明自乘的式子如何寫 327
法。

對於運動選手的多方分組，各位已經看清了，是以“3”爲**基本數**。首先組成三名單獨的運動健兒，然後組成三個三人小組，如此類推。

這種在我們所學的例題中作爲自乘根據的**基本數**，叫做：

自乘之基數（或簡稱"冪底"）

我們現在就以一普通數字“3”，把這一自乘例題的基本事實寫出來：

那末，如果拿數學的簡單成語來說，這個冪底“3”就是形成各種組合時，必須放在**原始單位**前面的一個**因數**，而本例題則以每一個運動員當作**原始單位**。目前我們所須表明者，究竟有多少個如此的因數（即基數3）應該站在原始數1的前面。在〔326a〕圖中，我們一共把（$3\times\{3\times[3\times(3\times1)]\}$）名運動員組合起來，成為一個八十一人的大隊。

似此八十一人大隊中，每一運動健將屬於**四種**不同的組合：

1) 屬於一個三人組成的小組，

2) 屬於連同另外兩個三人小組的九人小隊，

3) 屬於連同另外兩個九人小隊的廿七人中隊，

4) 屬於連同另外兩個廿七人中隊的八十一人大隊。

照數學上的表達方式來說：在原始數1的前頭站着四個“3”作為因數；分組逐漸擴大，四次乃告完成。從方程式的外表來看，是用了四種不同的括號，以便表明此八十一人大隊中所包括的運動員人數。

假如我們想**扼要**表示這種四次的連乘式，只須將不變的**冪底**“3”一次寫出來，其右角再加上一個“4”，亦即連續相乘的次數便可；但不要寫成“34”，因為這樣寫法，可不叫做三十四了嗎？也不要跟以前一樣寫成（$3+4=7$；$3\times4=12$；$3\div4=\frac{3}{4}$），——所有這些寫法的意思與自乘是完全兩回事，讀者是知道的——；而自乘的寫法應為：

3^4，（即將4寫在3的右上角）

讀如“三上四”（德文讀法，意即“三自乘四次”，或“三的平方之平方”，即“三的四次方”）。我們是將“4”當作小一點的數字寫在基數“3”的右邊，略為高一些，是把它推出使之曝露之意；因此我們稱之為：

或簡稱爲"**指數**"。參看第二冊中之〔109〕節及〔121〕節！

我們**總括一下**：在方程式 328

$$3^4=(3\times\{3\times[3\times(3\times1)]\})=81$$

中，3^4 是**有所指示的自乘**，由**自乘基數** (3) 及**乘冪指數** (4) 所組成；81是由 3 **相乘四次所得之積**。如上面提及的，相乘之時可將原始數略去，(卽$3\times3\times3\times3\times1=3\times3\times3\times3=81$)；但目前還想保留它，爲的是要指明當我排列分組時，是拿**單個運動員**，卽拿"1"做出發點的。

至此讀者應該可以自己說出，"3^3"是什麼意思。(各位試試 329
看，將自己的想法寫出來，和我們下面要講的作一比較！)

請讀者描繪八十一個運動選手的草圖，但要去掉最後一個總括數字！那末在各位的草圖上便不再看見有81人的大隊，卽不復有 1×3^4 的運動員，而祇有三個中隊，每一中隊有 3^3 名選手，是則一共有 3×3^3 個運動健兒。現在繼續解算組合的方式！請讀者再畫另外一種包含81個選手的略圖，只把剩下之九人小隊（所包括者爲三人小組）用粗線方框框起來；現在一共是九個九人小隊，亦卽 9×3^2 名運動員。現在又請讀者取銷九人小隊的方框，結果就祇剩下廿七個三人小組，亦卽 27×3^1 名選手。玆將各該**單個**排列方式寫成簡單明瞭的對照表如下：

一個81人大隊＝3^4 運動員＝$(3\times\{3\times[3\times(3\times1)]\})$運動員＝81運動員

一個27人中隊＝3^3 運動員＝$\{3\times[3\times(3\times1)]\}$運動員＝27運動員

一個 9 人小隊＝^{2}3運動員＝$[3\times(3\times1)]$運動員＝9運動員

一個 3 人小組＝3^1運動員＝(3×1)運動員＝3運動員

最後我們也將所有三人小組解散，那就不成其爲組合了。因

此，**總括號以內的數目便等於零**。

拿數學上的語言來說：在**原始數**1之前已經沒有因數了，亦即站在"1"前頭的因數"3"（$3^1=3\times1$）被剔除了，而以指數"0"代替了指數"1"：

$$3^0=1$$

這個式子每使初學者發生困擾，因爲他還不十分了解自乘的意思。讀者必須注意的，是 3^0 不等於 3×0 或 $0\times3=0$，却有下面的涵義：在出發點"1"之前並無因數，（**但不是因數等於零**！）換句話說，便是**沒有東西**在1前面。既然沒有東西在"1"之前，也就是原有"1"之值未變。故再强調一次：

$$\boxed{3^0=1}$$

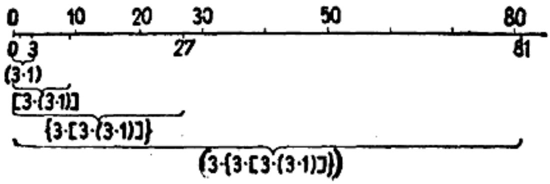
讀者可能提出異議來說：假如在1之前不應該有因數出現，是則寫成 3^0 便爲毫無意義之舉，因爲既用**自乘基數**表達出來，在1之前卽應有因數出現，並且每一因數之值都應該等於"3"才對，——而事實上又要求在1之前不應該有因數出現，這究竟是怎麼一回事呢？

我們的例題對此的解釋有如下述：

除非我們不使那些運動員組合則已，否則，依照我們的例題卽非每次應用因數"3"不可，因爲這一條件已被自乘基數"3"一勞永逸地硬性規定了。

> **在自乘 3^0 之內的指數"0"，是說明排列成每三名運動員（亦卽組成三人小組）的方式已不存在（卽指一切組合皆已解散之後），或者還沒有組成，好比所有運動選手仍然一盤散砂似的。因此可以說：3^0 是等於一項命令的通告（這命令是說："請大家每三名排成一小組！），但命令尚未下達，運動員尚未遵照實行，或者是提醒大家，這個命令已被撤消了。**

我們也想拿**數字直線**來說明“自乘”，尤其所謂“指數”的 330
眞諦：



試問：在這種圖解中什麼地方可以看出有指數“4”的跡象？實則我們並沒有將“4”寫出的必要。但我們可以數出四個水平的括號，或者可以說，在最後的排列方面可以計算四種不同的括弧記號（亦卽3^4）。

> **由此可見 3^4 的自乘是要求連續的相乘，但“4”旣不是乘數，也不是被乘數，却是規定相乘的次數，也就是站在原始數 1 前頭的各項因數之數目，而所有這些因數都是等於“3”。**

現在擧一個**自乘的例子**，這個例子是來自商人的經驗，但爲 331
了適合於我們在數學上的用途，已被簡單化了。

有一家商店賣貨，是定有**單價**的，好比是一塊錢，或一個法郎，或一個馬克；我們簡單稱它爲“1”好了。一天收入頗豐的晚間，在錢箱中有幾千張一元鈔票還沒有入賬，現在要拿來數一數。

試問：管錢的出納員是不是一張一張繼續不斷的 1, 2, 3……576, 577……5998, 5999, 6000 這樣數下去呢？答案是否定的，因爲他如果這樣數下去的話，可能會數錯好幾次，以致數到最後一張時不敢斷定，究竟總數對不對。

我們又要問：如果用簡單的乘法來數，卽將好幾個一元錢歸併在相同的小組，然後再數這些小組，這樣行不行呢？比方管錢的人也許會想到將每十張一塊錢的鈔票湊成較大的單位，卽將其

合爲一小束，用廻紋針夾住。因此便不必再數6000個單位，而只須數 600 個(十張的一元鈔票)即可。可是這個乘數 (600) 仍然失之太大。那位出納員或又想到將每六百張的鈔票紮在一起，如此做法，他便只有10個(六百張的一元鈔票)，亦即一個非常龐大的被乘數了。

332 **習　題**：

假設有一個乘積是由簡單的乘法構成$(a \cdot b)$，其值應儘量接近於6000；但 a 與 b 都是很小的整數。試以實驗的方法求此因數！

333 那家商店的出納員想要運用一種方法，即不須繼續數到10以外的方法。讓我們來幫助他吧！

第一步驟：我們計算十張的一元鈔票，定其名爲 $10E$，而用一張小紙條把它捆起並黏住。在此紙條上面註明第一個重要的數字 "10"，這是我們工作的基本數，再加上指數 "1"，因爲這紙條是在我們第一步驟中膠黏起來的，結果還爲：10^1。又因此紙條包含着十倍的一張一元鈔票$(10E)$，我們又加上一個附註$(10\times1)=1Z$(Z是代表十元的鈔票)。於是在紙條上寫着：

$$10^1=(10\times1)=1Z$$

這種工作，即一再的將 $10E$ 捆成 $1Z$，最後所有一元鈔票便歸併而成許多束的十元鈔票了。(參閱上面〔331〕節。)

第二步驟：我們又將每10束的十元錢捆在一起，並用紙條黏住；上面寫明基數10，指數 2 (因爲這是第二步驟)，再加上以上相乘的詳細規定〔$10\times(10\times1)$〕及每一束應有的價值：H (一百之意)；是則共有：

$$10^2=[10\times(10\times1)]=1H$$

我們的工作又是一種乘法，有如第一步驟中拿10來相乘一樣。

擺在我們面前的一百元一束的數字也還覺得太大，所以我們不得不再進一步。

第三步驟：再將每10束的百元鈔票捆成千元的一束：

$$10^3=\{10\times[10\times(10\times1)]\}=1T(T\text{代表一千元})$$

如果我們繼續想捆成一千元的十個單位，在此例題中已屬不可能之事，因爲現在只剩下六捆了。

我們回顧一下我們的計算工作：我們用不着數到10以外去，便能支配了一元鈔票的大量數目，唯一理由是因爲我們應用了自乘的計算方法。

這個自乘的基數是"10"，意思就是說我們一開始就將每10張一元的鈔票紮在一起，然後採用此法，再將上一次的每10捆紮在一起，餘類推。乘冪指數是指明一種捆紮方法形成於那一個工作步驟：在第一個步驟是十元的捆法，在第二個步驟是一百元的捆法，在第三個步驟是一千元的捆法。

我們撇開我們的例題，繼續討論這種捆紮方式，又可求得： 334

第四步驟：$10^4=(10\times\{10\times[10\times(10\times1)]\})=$ 一萬張一元的捆法；

第五步驟：$10^5=[10\times(10\times\{10\times(10\times[10\times(10\times1)]\})]$ ＝十萬張一元的捆法；

第六步驟：$10^6=\{10\times[10\times(10\times\{10\times[10\times(10\times1)]\})]\}$ ＝一百萬張一元的捆法。

但 10^0 又是什麼意思呢？ 335

因爲任何指數是指工作進行的番號，故指數"0"是表示零次的工作次數；意即**還沒有着手捆紮**，因此擺在我們面前的只有許多**單獨的**一元 (E) 鈔票。在這個例子中，讀者當能再次看出方程式，$10^0=1$ 的意義何在。

到了第二天上午，我們再注視商店出納員的工作，並假定在 336
其錢櫃中只有他昨天紮在一起的一千元的鈔票，此外則一無所有。因此，他爲了收進大票子而得找出小鈔起見，不得不事先有所準備。爲此他可不必解開所有六捆的一千元鈔票，以便有散票(即一張一張的一元票)找給人家，却只須打開一捆一千塊的票子，便有了十捆百元的鈔票可資運用。必要時再將百元的一捆解開

，就得到十捆十元的小票子；最後鬆開一捆十元者，就有十張一元的鈔票拿來應付顧客了。

於是他把這種金額不同的一束一束鈔票，依據其價值之多寡放進了他錢箱中各有規定位置的抽屜中，上面註明單位，十位，百位（即 E, Z, H）等記號。我們拿〔336a〕圖所示之**位數價值表**作爲這些抽屜的記號，其順序是由單位“0”開始，一直到達百萬爲止：

M	Ht	Zt	T	H	Z	E
6	5	4	3	2	1	0

336a

爲了確定這些抽屜的順序，我們還給它註上一定的數字，亦即利用由 0 到 6 的乘冪指數：在單位抽屜 (E) 中存放一元散票，不加捆紮（即捆了 0 次），在十位抽屜 (Z) 中存入每十張一元鈔票的若干束，如此類推。

至於讀者是否完全了解上述的一切，假如各位做了下面的習題，便可見分曉。

337 **習　題**：

試問店中出納員究應解開多少個別的紙條，假如他想由一捆千元鈔票中去找給人家一張一元票子的話？

338 另外一天，在他的千位抽屜內有六捆一千元的鈔票，在百位抽屜中有八捆一百元的，在十位抽屜內有兩捆十元的，以及在單位抽屜中有六捆一元錢的鈔票。作爲數學家的我們，可把這一事實用簡單的方式書之如下：

$$0\times10^6+0\times10^5+0\times10^4+6\times10^3+8\times10^2+2\times10^1+$$
$$6\times10^0=6000+800+20+6=6826$$

現在讀者諒必已經看出這種**自乘方法**（以10爲基數）是你們早已熟習的。因爲名稱並不十分重要，故自乘對於讀者並不是什麼新鮮的東西。——我們還會對此詳加討論，但在討論之前再學幾個

自乘的例子

在命數法中的十二進數，如“一個”，“十二個爲一打”，“十 339
二打爲一羅”，也是按自乘的意義組成的：

$1打=12\times1個=12^{1}個$

$1羅=12\times12\times1個=12^{2}個=144個$

好比有十二個鋼筆尖裝在一個紙袋之內，而現在有十二個如此的紙袋(卽有 144 個鋼筆尖)，又收容在一個盒子裏面。

習　題：

試問：在這個例子中，如$12^{2}=144$，$12^{1}=12$，又$12^{0}=1$的乘冪指數 2，1，及0等，要用什麼方法才能使它明白表現出來？

每個人都熟悉的自乘之例，是某一數量或某一大小的**重複双** 340
倍之計算方法。

西洋象棋是一種有64個方格的遊戲，其發明人曾向國王請求對於他的發明給以微少的賞賜，他說：棋盤上面第一個方格“只要”放一粒麥子，第二格二粒，第三格四粒，如此類推的每加一格卽加倍計算。那國王對於數學也許並不精通，很快的就允其所請，因爲他沒有弄淸楚下表所列的，一倍一倍加上去的數字：

第一格：$2^{0}=1粒$

第二格：$2^{1}=2\times1粒=2粒$

第三格：$2^{2}=2\times2\times1粒=4粒$

第四格：$2^{3}=2\times2\times2\times1粒=8粒$

餘類推！

習　題：

1) 試問：到了**第十格**那發明家應該得到多少粒麥子？
2) 假如你沒有做連乘法，你能一下就說出**第64格**的粒數嗎？
3) 一共究竟要拿出多少麥子來？——國王能否履行他的諾言？（實則國王應該先就教於朝廷中的數學大臣，讓他發表意見，全國並收獲不到如此多的麥子！）

341 耳語傳布問題

有人將一項謠言告訴其他兩個人，而此二人也是一樣輕於相信人言和喜歡播弄是非的。這兩個人又都在往後一刻鐘內將此“消息”各自轉告另外尚不知情的兩個人；這四人也就依樣畫葫蘆地繼續傳播下去。

習　題：

試問：三小時之後共有若干人受了這種耳語宣傳的影響？

其實，被謠言傳播的人數並不會如我們所計算的增加之速，因爲在這些人中間可能已有少數人接受了“由其他方面”傳來的消息。雖然如此，自乘計算方法對於此類情況所顯示之不祥影響力終歸是富於啓發性的。

342 霍亂病菌的繁殖問題

一個霍亂病菌在有利的條件下，每二十分鐘可分裂一次，每次必有兩個下一代的小細菌出生；在二十分鐘之後這兩個小細菌又繼續的照樣分裂，由此類推下去。

習　題：

假如有利條件繼續下去，試問每一單個細菌在一天之內所產生之細菌總數爲若干？

實則這種情形是決不會發生的，因爲細菌的生命不會維持如此長久。無論如何，我們的計算當可使讀者對這些帶危險性的小生物之强大繁殖力獲得一種深刻印象！

343 增加資產的問題

我們先講一個令人不大相信的故事，但我們研究數學的人却從這個故事可以學到許多東西。故事非常簡單：一個商人很會做生意，以致他的財產一年比一年倍增，到了一九〇〇年的年終共有資金1000個錢幣單位。在〔343a〕圖中是以圖解說明這個故事，所謂“圖解”者即“**畫出圖來講解**”之意。在水平的**時間軸**（簡稱時基軸）上，我們是以相等間隔註明 1900，1901 等年度