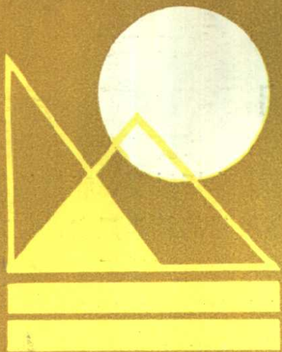


中等师范数学进修教材

初等几何

北 京 出 版 社

中等师范数学进修教材

初等几何

北京教育学院师范教研室编

*

北 京 出 版 社 出 版

新华书店北京发行所发行

北 京 新 华 印 刷 厂 印 刷

*

1982 年 4 月第 1 版　1982 年 6 月第 1 次印刷

书号：K 7071·791　　定价：0.60 元

说　明

为了满足当前小学教师数学进修的迫切需要，我们编写了这套教材　作为师范学校招收民办教师的教学用书，也可供希望通过进修达到目前中师数学水平的教师使用，或作为小学教师的教学参考书．在选择教材内容时，我们参照了全国中师数学教学大纲(草案)及部分省、市的小学教师进修计划．全套数学教材包括«代数与初等函数»上、下册及«初等几何»等三个分册．在使用时，各地可根据本省、市进修计划的授课时数，将教材内容作适当删减．

本书是«初等几何»部分．在编写过程中，考虑到小学教师当前的实际情况，我们把有些知识内容进行了相对集中，有些知识内容作了适当简化，但全书还是比较系统地讲述了平面几何中的直线、角、平行线、三角形、四边形和圆，立体几何中的直线和平面、多面体和旋转体等基础知识．此外，在编写时比较注意使教材符合小学数学教学的实际需要，也注意了便于同志们自学．

参加这套教材编写工作的有上海师范学校教材组王明欢、陈丽荫，北京教育学院师范教研室许华棋、张君达，湖南省师范教材编写组周华辅、夏炎炎等同志。

由于我们的水平有限，编写时间又比较匆促，书中一定会有不少缺点和错误，请同志们在使用过程中提出宝贵意见．

北京教育学院师范教研室

一九八一年九月

目　录

绪　论

“几何学”是数学的一门学科．它研究的是物体的形状、大小和相互位置关系．

如果我们只注意一个物体的形状和大小，而不管它的其他性质，这样的一个物体也叫做**几何体**（简称**体**）．

体是由面包围成的，面可以分为平面和曲面．例如，长方体是由六个平面包围成的，球是由一个曲面包围成的．几何里的**面**没有厚度．

面和面相交成线，线可以分为直线和曲线．例如，长方体的相邻两个面相交于一条直线（长方体的棱），圆柱体的侧面与底面相交于一个圆．几何里的**线**只有长度，没有宽度和厚度．

线和线相交得点．例如，长方体相邻的两条棱相交于一点（长方体的顶点）．几何里的**点**没有厚薄、宽窄、长度，它只有一个位置．

我们所说的点、线、面都不能单独存在，而只能依附于物体，但在几何里为了研究它们的性质，常常把它们分开来进行研究，但这并不是认为点、线、面是互不相关的．

体、面、线、点，或者若干个体、面、线、点组合在一起，叫做**几何图形**（简称**图形**）．

可以全部放在一个平面内的图形叫做**平面图形**．研究平面图形的性质、作法和计算等问题的就是**平面几何学**．

不能全部放在一个平面内的图形，叫做**空间图形**（立体图形）。研究空间图形的性质、作法和计算等问题的就是**立体几何学**。

平面几何学与立体几何学合在一起，就是我们所要学的**初等几何学**。

第一章　直线、角、平行线

第一节　直线、射线、线段

1.1 直线、射线、线段

平面上两个点的位置关系只有两种情况：两点重合或不重合.

经过(不重合)两点能引一条直线，而且只能引一条直线.

几何中所说的直线，都是向两方无限伸长的，直线用两个大写字母来表示，例如，“直线 AB”或者“直线 BA”；也可以用一个小写字母来表示，例如，“直线 l”(图 1-1)。

图 1-1

在直线上某一点一旁的部分叫做**射线**，这一点叫做射线的**端点**，这个端点也叫做**原点**. 射线是向一方无限伸长的. 射线用表示它的端点和射线上任意一点的两个大写字母来表示，并把表示端点字母的写在前面，例如“射线 OC”(图 1-2)。

图 1-2

直线上两点之间的部分叫做线段，这两点叫做线段的端点．线段是两端都有界的．线段用表示它的端点的大写字母表示，例如“线段 AB”；也可以用一个小写字母来表示，例如“线段 a”（图1-3）。

图 1-3

线段和射线都可以延长．如图 1-4 甲，我们说延长线段 AB；如图 1-4 乙，我们说延长线段 BA；如图 1-5，我们说反向延长射线 OC。

图 1-4

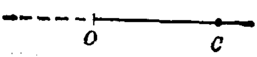


图 1-5

在连接两点的线中，以线段为最短．该线段的长称为**两点间的距离**．

1.2 线段的比较

如果把线段 AB 放到线段 CD 上，使 A 点与 C 点重合，并且使线段 AB 沿着线段 CD 的方向落下，则线段 AB 的另一端点 B 的位置必将出现下列三种情况之一：B 点在线段CD上；B 点与D点重合；或 B 点在线段 CD 的延长线上．这时我们分别称线段 AB<CD，AB=CD 或 AB>CD（图 1-6）．

如果在线段 AB 上有一点 C，则线段 AB 称为线段

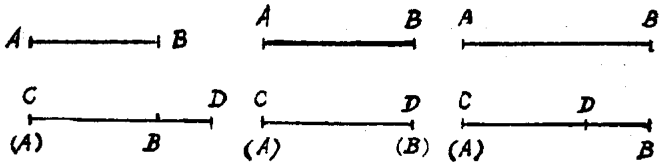


图 1-6

AC 与 CB 的和，其中每一条线段 AC 或 CB 称为线段 AB 与另一条线段的差（图1-7）。

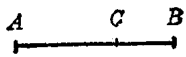


图 1-7

1.3 线段的度量、线段的比和比例线段

1．线段的度量

线段的度量就是用数来表示一条线段的长度，也就是要求出用某一长度单位来量一条线段所得的量数。

2．线段的比和比例线段

在同一长度单位下，两线段 a 和 b 的长度的比称做两线段的比，记作$\frac{a}{b}$或 $a:b$。a 和 b 分别称为线段的比的前项和后项。两线段的比与所取的长度单位无关（只要求选用同一长度单位）。

如果线段 a 和 b 的比等于线段 c 和 d 的比，则称线段 a、b、c、d 为**成比例的线段**（或称**比例线段**），记作$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 或 $a:b=c:d$。线段 a、d 称为比例的**外项**，b、c 称为比例的**内项**。如果线段 $a:b=b:c$，则称线段 b 为 a、c 的**比例中项**。

比例线段的基本性质有：

(1) 如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则 $ad=bc$；

(2) 如果 $ad=bc$，则以 a、d 为外(内)项，b、c 为内(外)项，可以组成比例 $a:b=c:d$，$b:a=d:c$，……；

(3) 如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ （反比定理）；

(4) 如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$或$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ （更比定理）；

(5) 如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ （合比定理）；

(6) 如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ （分比定理）；

(7) 如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots\cdots$，则 $\frac{a+c+e+\cdots\cdots}{b+d+f+\cdots\cdots}=$

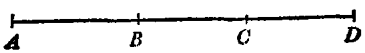
$$=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots\cdots$$ （等比定理）。

习　题　一

1. 根据图形，填写下面的空白：

(1) $AC=BC+($　　　$)$；　(2) $CD=AD-($　　$)$；

(3) $AC+CD=($　　$)+BD$。



（第 1 题）

2. 画线段 AB，使 $AB=3.5\text{ cm}$。延长 AB 到 C，使 $BC=2.5\text{ cm}$；

再延长 BA 到 D，使 $AD=1$ cm。

3．用直尺和圆规画图：

(1) 在线段 AB 的延长线上取一点 C，使 $BC=3\ AB$；

(2) 已知线段 a 和 b $(a>b)$，画出等于 $a-b$ 的线段。

4．设M是线段 AB 的中点，O 是线段 AB 上的任意一点，求证：

(1) $OM=\frac{1}{2}|OA-OB|$；

(2) $|OA^2-OB^2|=2\ AB\cdot OM$

5．已知C是线段 AB 上的一点，D 是 AB 的延长线上的一点．并且 $AD:DB=AC:CB$。

如果 $AB=6$ cm，$AC=3.6$cm，求 AD 和 DB 的长。

第二节　两条直线的相互位置关系

平面上两条直线的位置关系有三种情况：重合、相交或平行(图 1-8)。

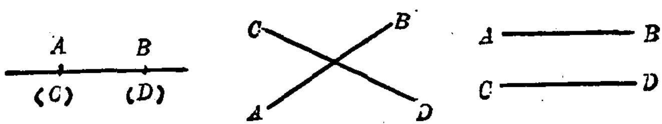


图 1-8

1.4　两条直线重合

如果两条直线迭合在一起，也就是它们有无数个公共点，那么这两条直线叫做重合的直线。

显然，两条直线如果有两个公共点，则这两条直线重合。

1.5 两条直线相交

如果两条直线有而且只有一个公共点，那么这两条直线叫做**相交的直线**．这个公共点叫做**交点**．

两条直线相交可以有各种不同的情况，这些情况可以从它们所成角的大小来区别．

1．角

从一点引出的两条射线所组成的图形叫做**角**．用符号“$\angle$”来表示．两条射线的公共端点叫做**角的顶点**．组成角的射线叫做**角的边**．

通常用表示角的顶点的大写字母来表示角，例如$\angle O$（图 1-9 甲）；也可以用三个大写字母来表示角，中间的一个是角的顶点，另外两个分别是角的两条边上的一点，例如$\angle ABC$（图 1-9 乙）；有时也可以用注在角里的一个数字或一个小写字母来表示角，例如$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle \alpha$、$\angle \beta$（图 1-9 丙）．

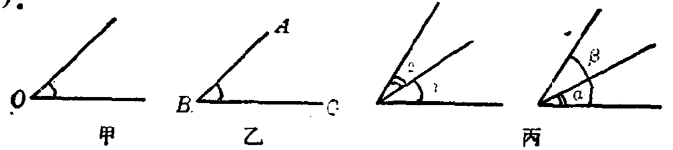


图 1-9

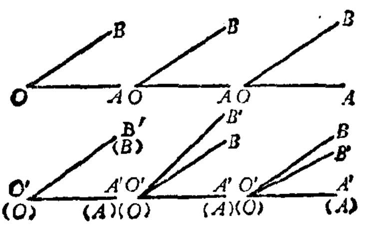


图 1-10

(1) 角的比较

如果把$\angle AOB$移到$\angle A'O'B'$上，使它们的顶点O与O'重合，$\angle AOB$的一边OA与$\angle A'O'B'$的一边$O'A'$重合，并且使OB、$O'B'$在重合的一边

$O'A'(OA)$ 的同侧，则$\angle AOB$ 的另一边 OB 将出现下列三种情况之一：OB 在$\angle A'O'B'$ 的内部；OB 与$O'B'$ 重合；或OB 在$\angle A'O'B'$ 的外部．这时我们分别称$\angle AOB<\angle A'O'B'$，$\angle AOB=\angle A'O'B'$或$\angle AOB>\angle A'O'B'$（图 1-10）．

如果在$\angle AOB$ 的内部，以它的顶点O为端点引一射线OC，则称$\angle AOB$ 为$\angle AOC$ 与$\angle COB$ 的和，其中每一个角$\angle AOC$ 或$\angle COB$ 称为$\angle AOB$ 与另一个角的差．记作$\angle AOB=\angle AOC+\angle COB$，$\angle AOC=\angle AOB-\angle COB$ 或$\angle COB=\angle AOB-\angle AOC$（图 1-11）．

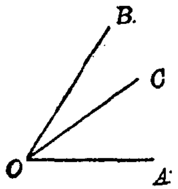


图 1-11

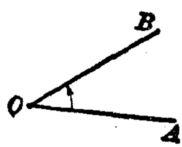
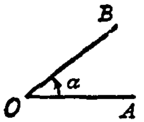
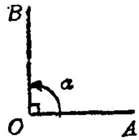
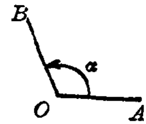
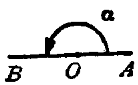
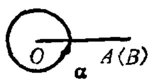


图 1-12

(2) 角的分类

角也可以看成是由射线绕着它的端点旋转而成的（图 1-12）．

把一条射线绕着它的端点旋转，如果它的最后位置（终边）与最初位置（始边）构成一条直线，这样所得到的角叫做**平角**；如果它的最后位置和最初位置重合，这样所得到的角叫做**周角**；平角的一半叫做**直角**；小于直角的角叫做**锐角**；大于直角而小于平角的角叫做**钝角**．

项目	锐　　角 $0° < \alpha < 90°$	直　　角 $\alpha = 90°$	钝　　角 $90° < \alpha < 180°$
图形			
项目	平　　角 $\alpha = 180°$	周　　角 $\alpha = 360°$	
图形			

小于平角的角又叫劣角，大于平角小于周角的角又叫优角。

(3) 相关的角

如果$\angle\alpha$与$\angle\beta$的和为一直角，则称$\angle\alpha$和$\angle\beta$为互余的角(图 1-13)。

定理　同角(或等角)的余角相等.

如果$\angle\alpha$与$\angle\beta$的和为一平角，则称$\angle\alpha$和$\angle\beta$为互补的角(图 1-14)。

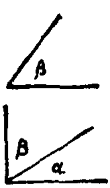


图 1-13

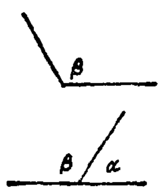


图 1-14

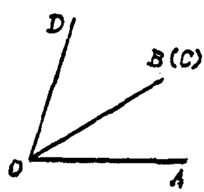


图 1-15

定理　同角(或等角)的补角相等.

如果两个角有一个公共顶点和一条公共边，而其他两边分别在公共边的两侧，则这两个角叫做**互为邻角**(图 1-15)。

如果一个角的两边分别是另一个角的两条边的反向延长线，则称这两个角为**对顶角**(图 1-16)。

定理　对顶角必相等.

已知：如图 1-16，$\angle 1$ 和 $\angle 3$ 分别为对顶角。

求证：$\angle 1=\angle 3$。

证明：如图 1-16。

$\because\ \angle 1+\angle 4=180^\circ$，$\therefore\ \angle 1=180^\circ-\angle 4$。

$\because\ \angle 3+\angle 4=180^\circ$，$\therefore\ \angle 3=180^\circ-\angle 4$。

$\therefore\ \angle 1=\angle 3$。

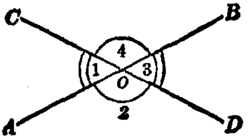


图 1-16

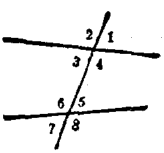


图 1-17

如果两条直线被第三条直线所截（两条直线分别与第三条直线相交)，则这三条直线形成 8 个角，简称“三线八角”(图 1-17)。

$\angle 3$ 和 $\angle 5$，$\angle 4$ 和 $\angle 6$ 都叫做**内错角**；

$\angle 1$ 和 $\angle 5$，$\angle 2$ 和 $\angle 6$，$\angle 3$ 和 $\angle 7$，$\angle 4$ 和 $\angle 8$ 都叫做**同位角**；

$\angle 4$ 和 $\angle 5$，$\angle 3$ 和 $\angle 6$ 都叫做**同旁内角**；

$\angle 1$ 和$\angle 8$，$\angle 2$ 和$\angle 7$ 都叫做**同旁外角**.

2．垂线和斜线

相交成直角的两条直线称为**互相垂直的直线**，其中每一条直线都称为另一条直线的**垂线**. 用符号“⊥”来表示垂直，例如，在图1-18中，AB 垂直于 CD 写成 $AB \perp CD$ 或 $CD \perp AB$. 它们的交点 E 称为**垂足**.

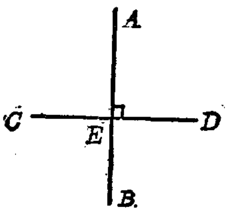


图 1-18

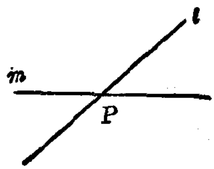


图 1-19

如果相交的两条直线不互相垂直，则其中的每一条直线都称为另一条直线的**斜线**，它们的交点称为**斜线足**（图 1-19）。

垂线和斜线有以下性质：

(1) 过直线外一点(或直线上一点)能引而且只能引这直线的一条垂线；

(2) 从直线外一点到这条直线所引的垂线的长，小于从这点到这条直线所引的任意一条斜线的长；

从直线外一点到这条直线所引垂线的长，叫做**这点到这条直线的距离**.

(3) 从直线外一点向这条直线引垂线和任意两条斜线，如果两个斜线足到垂线足的距离相等，则这两条斜线的长相