



数学考研题典丛书

线性代数

考研题典

梁希泉 丁宣浩 曹治勋 主编
王学理 主审



NEUPRESS
东北大学出版社

线性代数考研题典

主 编 梁希泉 丁宣浩 曹治勋
副主编 李淑华 刘丽丽
主 审 王学理

东北大学出版社

© 梁希泉 等 2003

图书在版编目 (CIP) 数据

线性代数考研题典 / 梁希泉, 丁宣浩, 曹治勋主编. — 沈阳 :
东北大学出版社, 2003.3

ISBN 7-81054-721-6

I. 线… II. ①梁… ②丁… ③曹… III. 线性代数—研究生—
入学考试—解题 IV. O151.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 054277 号

出 版 者: 东北大学出版社

地址: 沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号

邮编: 110004

电话: 024—83687331 (市场部) 83680267 (社务室)

传真: 024—83680180 (市场部) 83680265 (社务室)

E-mail: neuph @ neupress.com

http: // www. neupress. com

印 刷 者: 铁岭市新华印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

幅面尺寸: 140mm × 203mm

印 张: 10

字 数: 260 千字

出版时间: 2003 年 3 月第 1 版

印刷时间: 2003 年 3 月第 1 次印刷

责任编辑: 孟 颖 刘宗玉

责任校对: 张 力

封面设计: 唐敏智

责任出版: 秦 力

定 价: 12.00 元

前 言

考研科目中“数学”以满分 150 分记入总成绩，在总分中的比重高达 30%， “数学”科目的重要性由此可见一斑。正是出于这方面的考虑，加之数学本身概念抽象、计算繁复，我们从强化训练、提高应试能力出发，以帮助考生取得理想成绩为目的，编写了这套《数学考研题典丛书》。丛书分二个系列共六册，具体为：

- | | | |
|-------|---|----------------|
| 数学一系统 | { | ● 高等数学考研题典 |
| | | ◎ 线性代数考研题典 |
| | | ● 概率论与数理统计考研题典 |
| | | ● 数学一考研题集 |
| 数学二系统 | { | ● 数学二考研题典 |
| | | ● 数学二考研题集 |

题典（四本）分别以“数学一”、“数学二”试题为主要内容，题集（二本）有“数学一”、“数学二”试卷各 30 套，六本书都有全部试题的详解。之所以如此安排，是考虑积蓄力量多年的考生，他们在基本掌握基础知识、解题方法的基础上，还必须做一定数量的典型题，才能达到质的飞跃，向上提高一个层次，做到对知识点的真正掌握和熟练应用。

我们认为，在读的本科生读懂了教科书，做完老师留的作业，期末考试顺利通过，这只是有了一个数学的基础。以这种水平去“考研”肯定是不行的。那么，应该寻求一条什么样的途径、采用什么方法才能如愿以偿呢？

第一步是将教科书重新细读，做完课后全部习题，这部分工作量并不太大，但可以巩固学生对基础理论和题型的掌握，有效地提高解题水平。

第二步是请名师指点，也可以参加一个不是徒有虚名的考研辅导班，找一本好的辅导书，做一些归类性质的提高题，在解题方法和技巧上下功夫，加深对数学内容的理解，悟出其中的道理。

第三步是做一些综合性测试题，通过对一定深度、一定数量试题的强化训练，由会向熟的方向发展。

但值得注意的是，现在很难找到一本适合考生们演练的“习题集”。市面上流行的各类“考研辅导”、“真题全解”等，往往是习题后紧接答案，读这样的书几乎是在看“习题解答”，读者得不到什么锻炼，因为考题中是不给答案的，实际上连提示也没有。参加考研辅导班是可以的，但找到适合自己的水平、能切实提高应试能力的考研辅导班也绝非易事，其结果经常是不但没得到什么辅导，还浪费了宝贵的时间。

综上所述，加之对多年讲授数学、辅导考研数学的体会和经验，我们认为：对于已经学完数学课的学生来说，能有一本囊括各种类型数学问题的试题集，并认真去做，定会有收获。对于这类试题集来说，书中试题数量、难易程度的选择，是十分重要的，既要有一定难度以达到提高能力的目的，又不能搞题海战术浪费十分宝贵的时间，同时书后还应附以详解以备考生在必要时参考。正是出于这些考虑，我们编写了这套《数学考研题典丛书》，希望它能助广大考生一臂之力。

本书为数学一系列的“线性代数”分册，即《线性代数考研题典》。

全书分六章，共精选各类测试题 458 道，其中相当部分来自历年全国“考研”试题和各高校考研试题。每章均设有内容提要，意在用较少的篇幅，叙述重要定义、结论，予以宏观指导。之后是归类试题，即按内容分类，每类由若干道试题组成。精心选择的各类

试题，突出了典型性，面广且不重复，既循序渐进，又重点突出，最终目的是让学生在尽可能短的时间内巩固基本概念、掌握解题方法、提高应试能力。所有试题均给出详细解答，一部分给出解题思路和方法，指出易犯的错误并剖析原因。还向读者介绍了许多方便快捷的解题方法，有的还给出多种解法，这些方法是作者多年教学经验的总结，它会大大增进读者对线性代数的理解并有助于应试水平的提高。

相信通过本书的学习能使考生概念清楚、计算能力提高，从而对考试中出现的客观题也会应对自如。因此，本书没有选取客观题，一来节省篇幅，二来突出重点。

建议考生们**独立完成**至少三分之二试题的演练。确实做不出的时候再参考试题详解。最后通读一遍试题详解，找出自己的不足之处。

最后再一次提醒读者，要靠自己看书、做题，悟出线性代数的真谛，解题能力才会有质的飞跃。

本书主编为梁希泉、丁宣浩、曹治勋，副主编为李淑华、刘丽丽，参加编写的还有徐魁生、杜兴华。全书由王学理审订。

本书是作者们从事几十年线性代数教学、研究心血的结晶。今天把它奉献给立志考研的学子们，希望它能成为你们打开成功之门的一把“金钥匙”。

编 者

2002年10月

目 录

第一部分	分类测试习题	1
第一章	行列式	1
第二章	矩 阵	18
第三章	向 量	33
第四章	线性方程组	44
第五章	特征值与特征向量	57
第六章	二 次 型	69
第二部分	习题详解	79
第一章	行列式	79
第二章	矩 阵	109
第三章	向 量	154
第四章	线性方程组	186
第五章	特征值与特征向量	220
第六章	二 次 型	267

第一部分 分类测试习题

第一章 行列式

一、内容提要

(一) 主要定义

1. n 阶行列式 由 n^2 个元素 $a_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, n)$ 组成的式子

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

称为 n 阶行列式，其值等于所有取自不同行不同列 n 个元素的乘积 $a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$ 的代数和，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$$

其中 $\sum_{j_1 j_2 \cdots j_n}$ 表示对所有 n 元排列求和，而 $j_1 j_2 \cdots j_n$ 是 $1, 2, 3, \dots, n$

的一个排列.

2. 转置行列式 把行列式 D 的行列互换所得的行列式称为 D 的转置行列式, 记为 D' 或 D^T .

3. 余子式, 代数余子式 在 n 阶行列式中, 把元素 a_{ij} 所在的第 i 行、第 j 列划去后所得的 $n-1$ 阶行列式称为 a_{ij} 的余子式, 记为 M_{ij} . 而 $A_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$ 称为 a_{ij} 的代数余子式.

(二) 重要结论

1. 行列式的性质

- (1) 行列式与其转置行列式相等;
- (2) 互换行列式的两行(列), 行列式变号;
- (3) 两行(列)相同, 其值为零;
- (4) 两行(列)对应元素成比例, 其值为零;
- (5) 某行(列)加上另一行(列)的 k 倍, 其值不变;
- (6) 行列式的某一行(列)中所有元素的公因子都可以提到其符号之外;
- (7) 如果行列式的某一行(列)的元素都是两个数之和, 那么此行列式可写成两个行列式之和, 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} + b_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2i} + b_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{ni} + b_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & b_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & b_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & b_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

2. 行列式的展开定理

行列式等于它的任意一行(列)各元素与其对应的代数余子式乘积之和; 行列式的某一行(列)的元素与另外一行(列)的对应元素的

代数余子式的乘积之和等于零。

二、习 题

(一) 几类特殊行列式的计算

1. 可化为上(下)三角形的行列式

$$001 \quad \begin{vmatrix} a_{11} & & & * \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & & 0 \\ & a_{22} & \\ & & \ddots \\ * & & & a_{nn} \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$002 \quad \begin{vmatrix} * & & & a_{1n} \\ & a_{2,n-1} & & \\ & & \ddots & \\ a_{n1} & & & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & & & a_{1n} \\ & a_{2,n-1} & & \\ & & \ddots & \\ a_{n1} & & & * \end{vmatrix} =$$

$$003 \quad \text{计算} \begin{vmatrix} x & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & x & a_2 & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & a_2 & x & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & x & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n & 1 \end{vmatrix}.$$

$$004 \quad \text{计算 } n \text{ 阶行列式 } |A| = \begin{vmatrix} x & a & a & \cdots & a \\ a & x & a & \cdots & a \\ a & a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & a & \cdots & x \end{vmatrix}.$$

005 计算
$$\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}, \text{ 其中 } a_1 a_2 \cdots a_n \neq 0.$$

006 设 n 阶方阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $|A| =$

007 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$

008 计算 n 阶行列式 $D_n = |a_{ij}|$, 其中 $a_{ij} = \max\{i, n-j+1\}$.

009 计算
$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ a & a+b & a+b+c & a+b+c+d \\ a & 2a+b & 3a+2b+c & 4a+3b+2c+d \\ a & 3a+b & 6a+3b+c & 10a+6b+3c+d \end{vmatrix}.$$

010 计算
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n \\ -1 & -2 & 0 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 \end{vmatrix}.$$

$$011 \quad \text{计算} \quad \begin{vmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_n & a_n \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$012 \quad \text{计算} \quad \begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ 1 & a_1 + b_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ 1 & a_1 & a_2 + b_2 & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_n + b_n \end{vmatrix}.$$

$$013 \quad \text{计算} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 1 & 3 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 1 & 2 & 5 & \cdots & n-1 & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & 2n-3 & n \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & 2n-1 \end{vmatrix}.$$

$$014 \quad \text{计算} \quad \begin{vmatrix} 1 & a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1-a_1 & a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a_2 & a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-a_{n-1} & a_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1-a_n \end{vmatrix}.$$

2. 范德蒙行列式

015 计算范德蒙行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \cdots & a_n^{n-1} \end{vmatrix}$.

016 计算方程 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & x \\ 1 & 4 & 9 & x^2 \\ 1 & 8 & 27 & x^3 \end{vmatrix} = 0$ 的全部根.

017 设方程 $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & \cdots & x^{n-1} \\ 1 & a_1 & a_1^2 & \cdots & a_1^{n-1} \\ 1 & a_2 & a_2^2 & \cdots & a_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & a_{n-1} & a_{n-1}^2 & \cdots & a_{n-1}^{n-1} \end{vmatrix} = 0$, 其中 $a_i (i =$

$1, 2, \dots, n-1)$ 是互不相等的实常数, 则方程的全部解为_____.

018 如果 n 次多项式 $f(x) = c_0 + c_1x + \cdots + c_nx^n$ 对于 $n+1$ 个不同的 x 值都等于 0, 则 $f(x) \equiv 0$.

019 计算 n 阶行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-2} & x_2^{n-2} & \cdots & x_n^{n-2} \\ x_1^n & x_2^n & \cdots & x_n^n \end{vmatrix}$.

020 计算 $n+1$ 阶行列式

$$D_{n+1} = \begin{vmatrix} a^n & (a-1)^n & \cdots & (a-n)^n \\ a^{n-1} & (a-1)^{n-1} & \cdots & (a-n)^{n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a-1 & \cdots & a-n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{vmatrix}.$$

021 计算 $D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 & \cos \alpha_3 & \cos \alpha_4 \\ \cos 2\alpha_1 & \cos 2\alpha_2 & \cos 2\alpha_3 & \cos 2\alpha_4 \\ \cos 3\alpha_1 & \cos 3\alpha_2 & \cos 3\alpha_3 & \cos 3\alpha_4 \end{vmatrix}.$

022 计算 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_n^2 \\ x_1^3 & x_2^3 & \cdots & x_n^3 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^n & x_2^n & \cdots & x_n^n \end{vmatrix}.$

023 计算 $\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix}.$

024 设 $S_k = x_1^k + x_2^k + \cdots + x_n^k$, $k = 0, 1, 2, \dots$, 计算 $n+1$ 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} S_0 & S_1 & \cdots & S_{n-1} & 1 \\ S_1 & S_2 & \cdots & S_n & x \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ S_{n-1} & S_n & \cdots & S_{2n-2} & x^{n-1} \\ S_n & S_{n+1} & \cdots & S_{2n-1} & x^n \end{vmatrix}.$$

3. 可分块计算的行列式

025 设 A 为 m 阶方阵, B 为 n 阶方阵, 且 $|A| = a$, $|B| = b$,

$C = \begin{bmatrix} 0 & A \\ -B & 0 \end{bmatrix}$, 则 $|C| = \underline{\hspace{2cm}}$.

026
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 22 & 13 & 40 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & -9 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

027 计算
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ x_1 & x_2 & 0 & 0 & 0 & x_3 \\ a_1 & b_1 & 1 & 1 & 1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & x_1 & x_2 & x_3 & c_2 \\ a_3 & b_3 & x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & c_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & 0 & 0 & 0 & x_3^2 \end{vmatrix}.$$

028 计算
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 10 & 16 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ -3 & 16 & 1 & 1 & 4 & 9 \end{vmatrix}.$$

029 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} \lambda & \alpha & \alpha & \alpha & \cdots & \alpha \\ b & \alpha & \beta & \beta & \cdots & \beta \\ b & \beta & \alpha & \beta & \cdots & \beta \\ b & \beta & \beta & \alpha & \cdots & \beta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b & \beta & \beta & \beta & \cdots & \alpha \end{vmatrix}.$

(二) 行列式性质的运用

030 设4阶矩阵 $A = [\alpha, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4]$, $B = [\beta, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4]$, 其中 $\alpha, \beta, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ 均为4维列向量, 已知行列式 $|A| = 4$, $|B|$

$=1$, 则 $|A+B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

031 设 A 为 4 阶矩阵, 且 $|A|=2$, 把 A 按列分块为 $A=[A_1, A_2, A_3, A_4]$, 其中 $A_j (j=1, 2, 3, 4)$ 是 A 的第 j 列, 则 $|-A_2, -A_1, -A_4, -A_3| = \underline{\hspace{2cm}}$.

032 设 A 是 3 阶方阵, 且 $|A|=2$, 则 $|-|A||A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

033 设 A 为 n 阶方阵, 则 $|-A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

034 计算
$$\begin{vmatrix} a & b & c & 1 \\ b & c & a & 1 \\ c & a & b & 1 \\ \frac{b+c}{2} & \frac{c+a}{2} & \frac{a+b}{2} & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

035 设 A 为 2 阶方阵, $|A|=-2$, 则 $|A^2| = \underline{\hspace{2cm}}$; $|2A| = \underline{\hspace{2cm}}$; $|-A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

036 利用行列式的性质证明: n 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ -a_{12} & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ -a_{13} & -a_{23} & 0 & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{1n} & -a_{2n} & -a_{3n} & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

当 n 为奇数时, $D=0$.

037 若 A 为 n 阶方阵, 且 $AA^T=E$, $|A|=-1$, 证明:

$$|A+E|=0$$

038 证明: 奇数阶反对称行列式 $D=0$.

039 $f(x) = D = \begin{vmatrix} 2x & 3 & 1 & 2 \\ x & x & 0 & 1 \\ 2 & 1 & x & 4 \\ x & 2 & 1 & 4x \end{vmatrix}$, 则 x^3 项的系数为

$\underline{\hspace{2cm}}$; x^4 项的系数为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 常数项为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

$$040 \quad \text{计算 } n \text{ 阶行列式 } D_n = \begin{vmatrix} a_1 + b_1 & a_1 + b_2 & \cdots & a_1 + b_n \\ a_2 + b_1 & a_2 + b_2 & \cdots & a_2 + b_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_n + b_1 & a_n + b_2 & \cdots & a_n + b_n \end{vmatrix}.$$

041 计算4阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}.$$

$$042 \quad \text{已知5阶行列式 } D_5 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 27, \text{ 求 } A_{41} +$$

$A_{42} + A_{43}$ 和 $A_{44} + A_{45}$, 其中 $A_{4j} (j=1, 2, 3, 4, 5)$ 为 D_5 的第4行第 j 个元素的代数余子式.

043 如果对于 n 阶行列式 D 的元素 a_{ij} 及其代数余子式 A_{ij} , 总有 $\sum_{k=1}^n a_{ki} A_{kj} = 0 (i, j=1, 2, \dots, n)$, 则 $D = \underline{\hspace{2cm}}$.

044 一个 n 阶行列式中等于零的元素的个数比 $n^2 - n$ 多, 则此行列式等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

$$045 \quad \text{解方程 } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2-x & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & n-1-x \end{vmatrix} = 0.$$

046 解方程