

72959

001
7295982
7.2

工程电路分析

下 册

[美] 威廉H. 小海特 杰克E. 肯尼迪 著

孙性如 朱添心 等译 邵德康 校

余世杰 宿延吉 肖永生



机械工业部部属院校理论电工学科协作组

132

工程电路分析

下 册

[美] 威廉H.小海特 杰克E.肯默利 著

孙性如 朱涤心 邓慎康 校
余世杰 宿延吉 等译 肖杰生

机械工业部部属院校理论电工学科协作组

下册目录

第四篇 复频率

第十三章 复频率

13-1	引言	(1)
13-2	复频率	(2)
13-3	衰减的正弦强制函数	(5)
13-4	$Z(s)$ 和 $Y(s)$	(8)
13-5	作为 σ 之函数的频率响应	(11)
13-6	复频率平面	(15)
13-7	固有响应和 S 平面	(23)
	习题	(29)

第十四章 频率响应

14-1	引言	(35)
14-2	并联谐振	(36)
14-3	并联谐振的进一步论述	(42)
14-4	串联谐振	(47)
14-5	其它谐振电路	(48)
14-6	折算	(55)
	习题	(59)

第五篇 二端口网络

第十五章 电磁耦合电路

15-1	引言	(65)
15-2	互感	(65)
15-3	能量研究	(72)
15-4	线性变压器	(74)
15-5	理想变压器	(79)
	习题	(85)

第十六章 二端口网络

16-1 引言	(95)
16-2 一端口网络	(95)
16-3 导纳参数	(98)
16-4 几种等效网络	(104)
16-5 阻抗参数	(110)
16-6 混合参数	(114)
习题	(116)

第六篇 网络分析

第十七章 状态变量分析

17-1 引言	(125)
17-2 状态变量和标准方程式	(125)
17-3 列写标准形式的方程组	(128)
17-4 矩阵表示法的应用	(134)
17-5 一阶方程的解法	(138)
17-6 矩阵方程式解法	(142)
17-7 进一步讨论状态转换矩阵	(143)
17-8 二阶系统的解法	(146)
习题	(150)

第十八章 傅里叶分析

18-1 引言	(158)
18-2 傅里叶级数的三角形式	(160)
18-3 对称性的应用	(165)
18-4 周期强迫函数的全响应	(169)
18-5 傅里叶级数的复数形式	(172)
习题	(176)

第十九章 傅里叶变换

19-1 引言	(184)
19-2 傅里叶变换的定义	(184)
19-3 傅里叶变换的若干性质	(187)

19—4	单位冲击函数	(190)
19—5	若干简单周期函数的傅里叶变换对	(191)
19—6	一般周期函数的傅里叶变换	(192)
19—7	卷积与电路时域响应	(200)
19—8	系统函数与频域响应	(204)
19—9	系统函数的物理意义	(207)
	习题	(211)

第二十章 拉普拉斯变换法

20—1	引言	(215)
20—2	拉氏变换的定义	(216)
20—3	一些简单函数的拉氏变换	(218)
20—4	关于拉氏变换的几个基本定理	(220)
20—5	再论卷积	(226)
20—6	时移函数和周期函数	(229)
20—7	频域中的位移、微分、积分及尺度变换	(235)
20—8	初值定理和终值定理	(238)
20—9	传输函数 $H(s)$	(240)
20—10	完全响应	(242)
	习题	(247)

第七篇 附录

附录一	行列式	(252)
附录二	戴维南定理的证明	(256)
附录三	复数	(258)
附录四	选择题答案	(267)

第四篇 复频率

第十三章 复频率

13-1 引言

现在我们来学习电路分析这门课程的第四个主要部分——复频率的概念。我们将会看到，这是一个非常统一的概念，它可以巧妙地集前几章的分析方法于一体。电阻电路的分析、正弦稳定状态的分析、过渡过程的分析、强制响应、全响应、由指数强制函数激励之电路的分析以及由按指数规律衰减的正弦强制函数激励之电路的分析等，都将成为这一和复频率概念密切相关的通用方法之特殊情形。

我们通过研究一个按指数规律衰减的正弦函数来引出复频率的概念，例如设有某电压为

$$v(t) = V_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \theta) \quad (1)$$

式中 σ (西格玛) 为一实数，且通常为负。虽然这里把这一函数看作是“衰减”的，但当 σ 为正时正弦波的振幅就可以是增加的，大部分实际场合中函数是呈衰减型的。我们已学过的 RLC 电路的固有响应也说明指数衰减常数 σ 是个负值。

我们首先设式(1)中 σ 和 ω 都为零以确立一个恒值电压

$$v(t) = V_m \cos 0 = V_0 \quad (2)$$

若仅设 σ 为零，则可得通常的正弦电压

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) \quad (3)$$

若设 $\omega = 0$ ，可得指数形式电压

$$v(t) = V_m \cos \theta e^{\sigma t} = V_0 e^{\sigma t} \quad (4)$$

这样，衰减的正弦函数式(1)就包括了诸如直流函数式(2)、正弦函数式(3)及指数函数式(4)。

把指数函数(4)和相角为零的正弦函数复数表达式

$$v(t) = V_0 e^{i\sigma t} \quad (5)$$

相比较，将可获得对 σ 涵义的进一步认识。显然式(4)和式(5)有许多共同之处，其差别仅在于一为实指数，一为虚指数。我们把 σ 说成是“频率”，以此来进一步强调它们之间的相似性。关于这一术语的选择将在以后章节中详加讨论，这里我们只要注意到 σ 明确地表示着复频率的实部，可是不应该称它为“实频率”，因为“实频率”更适用于频率 f (或者扩大一点适用于角频率 ω)。我们也将称 σ 为奈培频率，这个名称是根据 e 的指数是无量纲单位而

来的。这样，若给定 e^{2t} ，则 $2t$ 的量纲是奈培 (NP)，而 2 是以每秒奈培表示的奈培频率。奈培 (Neper) 这个单位由数学家纳皮尔 (Napier) 及其对数而得名，他名字的拼法历史上未确定。

设想某强制函数或电源具有衰减正弦或指数的形式。当 $\sigma < 0$ 时，强制函数的振幅在很早以前可能具有极大的数值，这就是说，我们已经把强制响应看成是由 $t = -\infty$ 时施加的强制函数所造成的，把这一概念用于某一有限时间将会除强制响应外还引起一个瞬变响应。强制函数在 $t = -\infty$ 时具有无限大振幅这一点，可能使我们感到有些不大适应，我们可以注意到，在任何电路中都可以这样来确立初始条件，即采用一个给定的强制函数，使在给定瞬间产生一个和强制响应相同、但没有任何瞬变响应的响应，关于这一点以后将举例说明。实际上，我们知道，要想在实验室里产生一个任何时候都准确的衰减正弦或指数形式的强制函数是不可能的，但是我们可以近似地产生这些强制函数，使它们能满足那些瞬变响应持续不太久的电路。

一个网络对于式 (1) 所示之一般强制函数的强制响应，可按几乎与正弦强制函数完全相同的方法求得，我们将在第 13—3 节中讨论这种方法。当我们有可能求得对这种衰减正弦波的强制响应时，应该意识到这意味着已经求得了对直流电压、指数电压和正弦电压的响应。以下我们将研究如何把 σ 和 ω 考虑成复频率的实部和虚部。

13—2 复频率

首先对复频率作出一个纯数学的定义，然后随着本章的进程，逐渐扩展它的物理涵义。可以说，任何一个可以写成

$$f(t) = Ke^{st} \quad (6)$$

的函数都可用复频率 s 来表征，式中 K 和 s 为复常数（不随时间而变）。因此简单地说来，复频率就是一个因子，在这个复指数表达式中出现的乃是这个因子乘以 t 。如果我们不能通过观察以确定某给定函数的复频率时，必须把函数写成式 (6) 的形式。

首先把该一定义应用于较为熟悉的强制函数，例如恒定电压

$$v(t) = V。$$

可以写成如下形式

$$v(t) = V_0 e^{(0)t}$$

这是因为直流电压或直流电流的复频率为零，即 $s = 0$ 。第二个简单情形是指数函数

$$v(t) = V_0 e^{\sigma t}$$

上式已经具有所要求的形式，因此该电压复频率为 σ ， $s = \sigma + j0$ 。最后，我们来考虑正弦电压，这可能会使我们感到稍意外。设有

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

必须求得以复指数表示的等效表达式。根据以往经验，利用由欧拉公式推得的恒等式

$$\cos(\omega t + \theta) = \frac{1}{2} (e^{j(\omega t + \theta)} + e^{-j(\omega t + \theta)})$$

可得

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{2} V_m (e^{j(\omega t + \theta)} + e^{-j(\omega t + \theta)}) \\ &= \left(\frac{1}{2} V_m e^{j\theta} \right) \cdot e^{j\omega t} + \left(\frac{1}{2} V_m e^{-j\theta} \right) \cdot e^{-j\omega t} \end{aligned}$$

或

$$v(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t}$$

我们得到了两个复指数之和，由此也就出现了两个复频率，每项一个。第一项中的复频率为 $s = s_1 = j\omega$ 。第二项中的为 $s = s_2 = -j\omega$ 。该二值是共轭的，或可表为 $s_2 = s_1^*$ ，同时两个 K 值也是共轭的， $K_1 = \frac{1}{2} V_m e^{j\theta}$ ， $K_2 = K_1^* = \frac{1}{2} V_m e^{-j\theta}$ 。所以，整个第一项和整个第二项共轭，这正是我们所希望的，因为，它们的和必须是实数。

现在我们来确定按指数衰减之正弦函数式(1)的复频率。再一次地应用欧拉公式以获得复指数表示式：

$$\begin{aligned} v(t) &= V_m e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \theta) \\ &= \frac{1}{2} V_m e^{-\alpha t} (e^{j(\omega t + \theta)} + e^{-j(\omega t + \theta)}) \end{aligned}$$

由此

$$v(t) = \frac{1}{2} V_m e^{j\theta} e^{(\sigma + j\omega)t} + \frac{1}{2} V_m e^{-j\theta} \cdot e^{(\sigma - j\omega)t}$$

我们又一次地发现：为描述指数衰减的正弦函数，必须借助一对共轭复频率 $s_1 = \sigma + j\omega$ 及 $s_2 = s_1^* = \sigma - j\omega$ 。通常 σ 和 ω 都不为零，我们可以看到幅值呈指数变化的正弦波是普遍情形，而常数、正弦和指数波形却是一些特殊情形。

作为数字例子，我们应该能立即看出以下电压的复频率：

$$\begin{aligned} v(t) &= 100 & s &= 0 \\ v(t) &= 5e^{-2t} & s &= -2 + j0 \\ v(t) &= 2\sin 500t & \begin{cases} s_1 = j500 \\ s_2 = s_1^* = -j500 \end{cases} \\ v(t) &= 4e^{-3t}\sin(6t + 10^\circ) & \begin{cases} s_1 = -3 + j6 \\ s_2 = s_1^* = -3 - j6 \end{cases} \end{aligned}$$

上述例子的逆运算同样值得研究。当给定一个复频率或给定一对共轭复频率后，我们应当能够求出与这些复频率相关的函数的本身。最特殊的情形是已知 $s = 0$ ，它定义着一个常数或一个直流函数。对照函数的定义式(6)显然可知，假如函数是实数，则 K 亦应为实数。

我们接着来研究 s 为实数的情形。当 s 为正实数时，例如 $s = 5 + j0$ ，这就等同于一个按指数规律增长的函数 $K e^{5t}$ ，式中 K 当函数为具体的物理函数时必为实数。当 s 为负实数时，

例如 $s = -5 + j10$ ，它便表明着一个按指数规律衰减的函数 Ke^{-st} 。

当 s 为纯虚数时，例如 $s = j10$ ，则函数决不可能是实数，函数的形式是 Ke^{j10t} ，亦可写作 $K(\cos 10t + j\sin 10t)$ ，显然它既有实部也有虚部，从本质上讲该两部分都是正弦量。为了构成一个实函数，必须考虑与 K 的共轭值相关的 s 之共轭值 $s_1, s_2 = \pm j10$ 。然而粗略地说来，我们可以用 $s_1 = j10$ 和 $s_2 = -j10$ 这两个复频率中的任何一个来等同于一个角频率为 10 弧度/秒的正弦电压。共轭复频率的出现是可以理解的事。对该二频率中的每一个来说，正弦电压的幅值和相角取决于 K 的选择。这样，当选 $s = j10$ 和 $K_1 = 6 - j8$ 时，可得实正弦函数 $20\cos(10t - 53.1^\circ)$ ，其中 $s_2 = s_1^*$ 和 $K_2 = K_1^*$ 。

与此相仿，一般 s 值，例如 $s = 3 - j5$ ，只要和它的共轭值 $3 + j5$ 一起使用，便可同样表示实数。我们又可粗略地说：可以用两个共轭复频率中的任何一个来描述按指数规律增长的正弦函数 $e^{st}\cos 5t$ ，函数具体的幅值和相角取决于共轭复数 K 的具体值。

至此，应该说我们对于复频率 s 的物理本质已经有了一些了解，一般说来它描述一个按指数规律变化的正弦量，其实部与指数变化相关，若实部为负，则当 t 增大时函数衰减；若实部为正，则 t 增大时函数增大；若实部为零，则正弦幅值不变。 s 的实部值愈大，指数增大或减小的速率就愈大。 s 的虚部描述正弦变化，它表征着角频率，虚部的数值大就表示函数随时间的变化快。因此，较大的实部、虚部或较大的 s 模值表示着一个迅速变化的函数。

通常称 s 的实部为 σ ，称 s 的虚部为 ω (不是 $j\omega$)：

$$s = \sigma + j\omega$$

有时把角频率称作“实频率”，但是当我们发现“实频率就是复频率的虚部”时，就会感到这样的术语可能会带来混乱。为明确起见，称 s 为复频率， σ 为奈伯频率， ω 为角频率， f 为周频率，当看来不会出现混淆时就可使用“频率”来表示上述四种频率中的任何一种。奈伯频率以每秒奈伯数度量，角频率以每秒弧度数度量，而复频率以每秒复奈伯或每秒复弧度度量都可以。

练习题

- 13—1 列出下面电流表达式的所有复频率：(a) $i(t) = 2e^{-10t}(1 - 0.1\cos 5t)$ ；(b) $i(t) = 2e^{-10t} - 0.2\cos 50t$ ；(c) $i(t) = 2 - 0.2e^{-j10t}\sin(50t - 10^\circ)$ 。

答：-10, $j50$, $-j50$; -10, $-10 + j50$,

$-10 - j50$; 0, $-10 + j50$, $-10 - j50$ $\frac{1}{\text{秒}}$

- 13—2 写出以下具有复频率成份之实函数的一般形式：(a) 0, -5; (b) -5, -5 - $j10$, $j10$; (c) -5 + $j10$, 5 - $j10$ 。

答：A + Be^{-s_1t} ; $Ae^{-s_1t}\cos(10t + \phi) + Be^{s_1t}\cos(10t + \theta)$; $Ae^{-s_1t} + B \cdot \cos(10t + \phi) + ce^{-s_2t}\cos(10t + \theta)$ 。

13-3 衰减的正弦强制函数

我们已经在复频率的定义和导论方面花了不少时间,现在可以把这一概念加以应用,并且在应用过程中观察它的作用和具体方法以加深对它的理解。

常见的用来表示瞬时电压之指数变化的正弦量

$$v(t) = V_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \theta) \quad (8)$$

可以按照前面的方法借助于欧拉恒等式,用复频率 s 来表示:

$$v(t) = \operatorname{Re} (V_m e^{\sigma t} e^{j(\omega t + \theta)}) \quad (9)$$

或

$$v(t) = \operatorname{Re} (V_m e^{\sigma t} e^{j(\omega t - \theta)}) \quad (10)$$

该二表达式都适用,它提示人们:正弦量或指数衰减的正弦量与一对共轭复频率之间是关联着的。式(9)与所给衰减正弦的关系更为直接,我们将主要采用这种形式。把因子集中起来则有

$$v(t) = \operatorname{Re} (V_m e^{j\theta} e^{(\sigma + j\omega)t})$$

以 $s = \sigma + j\omega$ 代入,可得

$$v(t) = \operatorname{Re} (V_m e^{j\theta} e^{st}) \quad (11)$$

在把这种形式的强制函数应用于电路之前,我们应注意到衰减正弦函数的上述表达式与**衰减**正弦相应的表达式

$$\operatorname{Re} (V_m e^{j\theta} e^{j\omega t})$$

之间的相似性,仅有的差别是 s 代替了原有的 $j\omega$ 。现在我们可不局限于研究正弦强制函数及其角频率,进而把注意力转向用复频率表示的衰减正弦强制函数。对于本节后面部分和下一节中所述的内容,我们不应感到诧异;即我们发展了一种指数衰减正弦函数的频域提法,采用和前面描述正弦量时完全一样的方法,并直接省去符号 Re 和 $e^{j\theta}$ 。

现在我们将把以式(8)、(9)、(10)或(11)表示的指数衰减正弦函数用到一个电网络上。强制响应,比如说它是网络中某支路的电流,它就是所期望得到的响应。因为强制响应的形式和强制函数及其导数与积分的形式相同,所以该响应可设为:

$$i(t) = I_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \phi)$$

或

$$i(t) = \operatorname{Re} (I_m e^{j\phi} e^{st})$$

式中电源和响应的复频率应该相同。

如果我们回忆起:一个复强制函数的实部产生响应的实部,复强制函数的虚部产生响应的虚部,则我们可再次应用复强制函数于网络,将会得到一个复响应,该复响应的实部即所期望的实响应。事实上,求解中一直省略着 Re 这个符号,但是应该领会到可在任何时候重新加入 Re 符号,而当需要得到时域响应的时候,必须加入 Re 符号。因此,当给定实强制函数

$$v(t) = \operatorname{Re} (V_m e^{j\theta} e^{st})$$

之后,应用复强制函数 $V_m e^{j\omega} e^{st}$, 可算得其强制响应为 $I_m e^{j\omega} e^{st}$, 是个复数, 它的实部必为所求的时域强制响应

电路分析问题的求解必须包括确定未知响应的幅值 I_m 和相角 ϕ 。

$$i(t) = \operatorname{Re}(I_m e^{j\omega} e^{st})$$

在我们实地进行某个分析问题的计算和观察与此相应的应用于正弦分析问题的具体步骤前,有必要指出这一基本方法的步骤。首先用一组回路或节点的积分微分方程来表征电路,然后把已知的复数形式的强制函数和假设的复数形式的强制响应代入方程组,并完成规定的微分和积分。各方程中每一项都含有同一因子 e^{st} , 因此可用 e^{st} 同除方程式各项,或者说“消去 e^{st} ”。但是应该懂得,假如待求的是时域的任一种响应,就必须重新加入 e^{st} 。由于不出现符号 Re 和因子 e^{st} , 所以已将所有的电压和电流从时域转换到了频域,微分积分方程已变成代数方程,而其解答也就可以和正弦稳态电路一样容易地求出。现在我们通过一个数值例子来说明这一基本方法。

把强制函数

$$v(t) = 60e^{-2t} \cos(4t + 10^\circ)$$

施于图13—1所示之RLC串联电路,希望得到的强制响应为

$$i(t) = I_m e^{-2t} \cos(4t + \phi)$$

首先把强制函数用 Re 符号表示出来,

$$\begin{aligned} v(t) &= 60e^{-2t} \cos(4t + 10^\circ) \\ &= \operatorname{Re}(60e^{-2t} e^{j(4t + 10^\circ)}) \\ &= \operatorname{Re}(60e^{j10^\circ} e^{(-2+j4)t}) \end{aligned}$$

或
式中

$$v(t) = \operatorname{Re}(V e^{st})$$

$$V = 60/10^\circ \quad \text{及} \quad s = -2 + j4$$

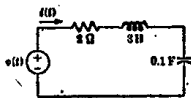


图13—1 衰减正弦强制函数加于RLC串联电路,求*i(t)*的频域解

舍去 Re , 保留复强制函数

$$60/10^\circ e^{st}$$

与此相仿,我们也用复量来表示未知响应

$$I e^{st}$$

式中

$$I = I_m / \phi$$

由于至今尚未将阻抗概念推广到指数衰减正弦和复频率的情形，所以下一步必定是列出我们所研究的电路的积分微分方程。按照基尔霍夫电压定律可得

$$v(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt \\ - 2i + 3 \frac{di}{dt} + 10 \int idt$$

把给定的复强制函数和假设的复强制响应代入方程，则

$$60/10^\circ e^{st} = 2Ie^{st} + 3sIe^{st} + \frac{10}{s} Ie^{st}$$

消去公共因子 e^{st} ，

$$60/10^\circ = 2I + 3sI + \frac{10}{s} I$$

使得

$$I = \frac{60/10^\circ}{2 + 3s + 10/s}$$

在计算该一复电流之前有必要考察一下上式的形式，该式等号左端是电流，等号右端分子是电压，因此其分母的量纲必为欧姆，显然我们立刻可以明白它相当于一个阻抗。此外，我们还可对三个无源元件在复频率 s 下的阻抗作出一些相当巧妙的推测。2 欧姆电阻的阻抗可直接写成 2Ω ；3 亨利电感的阻抗为 $3s$ 或 sL ，而 0.1 法拉电容的阻抗是 $10/s$ 或 $1/sC$ 。有关这些将在下节予以证明。

我们再回到刚才的数值例子。把 $s = -2 + j4$ 代入上式并求解复电流 I ，

$$I = \frac{60/10^\circ}{2 + 3(-2 + j4) + 10(-2 + j4)}$$

几分钟的复数手算便可得

$$I = 5.37 / -106.6^\circ$$

因此 I_m 为 5.37 安， ϕ 角为 -106.6° ，所求的强制响应则为

$$i(t) = 5.37 e^{-2t} \cos(4t - 106.6^\circ)$$

现在我们必须指出，阻抗概念可以推广到复频率的情形。除了式中出现复数之外，电流方程的实际解法和纯电阻电路的解法步骤毫无区别。

练习题

13-3 求电压 $v(t)$ 的相量形式， $v(t) = (a) 10e^{-5t} \cos(100t - 20^\circ)$ ；(b) $10e^{-5t} \cos 20^\circ \cos 100t$ 。

若 $s =$ ；(c) 0；(d) -5；(e) $-5 + j100$ ，写出相应于 $V = 10/20^\circ$ 的时间函数。

答： $V = 10 / -20^\circ$ ； $V = 9.40 / 0^\circ$ ；

$$v(t) = 9.40; \quad v(t) = 10e^{-5t}\cos(100t + 20^\circ);$$

$$v(t) = 9.40e^{-5t}.$$

13—4 已知 $I = 10/25^\circ$ 安, 求 $t = 0.4$ s 时电流的数值, 若 $s =$: (a) 0° ; (b) -5 ; (c) $-5 + j2$; (d) $-5 - j2$ 。

答: 0.444; 1.227; 1.265; 9.06安

13—4 Z(s)和Y(s)

为了把基尔霍夫定律直接应用于复强制函数和复强制响应, 就必须知道元件两端的复电压和通过元件的复电流之间的比例常数, 这一比例常数就是该元件的阻抗或导纳, 对电阻、电感和电容而言, 它们都是容易求得的。

可先仔细地研究电感的情形, 然后只要把结果推广到另外两种元件即可。设有一电压源

$$v(t) = V_m e^{j\omega t} \cos(\omega t + \theta)$$

施于一电感 L , 电流响应必为如下形式:

$$i(t) = I_m e^{j\omega t} \cos(\omega t + \phi)$$

采用常规的表示无源时域电路的符号, 如图13—2a所示。若将电压表示为

$$v(t) = \operatorname{Re}(V_m e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(V e^{j\omega t})$$

电流表示为

$$i(t) = \operatorname{Re}(I_m e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(I e^{j\omega t})$$

然后将这些表达式代入电感的定义式

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

则可得

$$\operatorname{Re}(V e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(s L I e^{j\omega t})$$

舍去 Re 以考虑对于复强制函数的复响应, 并消去累赘的因子 $e^{j\omega t}$, 遂得

$$V = s L I$$

复电压与复电流之比仍是上述阻抗, 因为一般说来阻抗与复频率 s 有关, 所以有时把这一函数关系表示为

$$Z(s) = \frac{V}{I} = s L$$

与此相仿, 电感 L 的导纳为

$$Y(s) = 1/s L$$

我们仍称 V 、 I 为相量, 这些复量具有幅值和相角。有了幅值、相角, 若同时又知道相应

的复频率，人们便可完整地表征出一个按指数规律变化的正弦波。相量仍然是一种频域的表示方法，但它的应用并不局限于角频率的范围。图13—2a的等效频域图示于图13—2b，图中已经应用了电流、电压的相量以及阻抗或导纳。

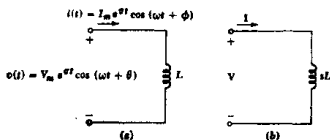


图13—2 (a) 时域电感电压和电流的关系是 $v = L di/dt$ 。

(b) (复) 频域电感电压和电流的关系是 $V = sLI$

按类似的步骤可得电阻 R 和电容 C 在复频率 s 下的阻抗。毋庸赘述，电阻、电感和电容的阻抗和导纳结果如下：

	R	L	C
$Z(s)$	R	sL	$\frac{1}{sC}$
$Y(s)$	$\frac{1}{R}$	$\frac{1}{sL}$	sC

如果我们按频域重新研究图13—1所示之 RLC 串联电路的例子，则电源电压

$$v(t) = 60e^{-2t} \cos(4t + 10^\circ)$$

可改写为相量电压

$$V = 60/10^\circ$$

设电流相量为 I ，求出每个元件在复频率 $s = -2 + j4$ 下的阻抗，并标明在图13—3所示的频域图中。未知电流可以很方便地按照相量电压除以三个阻抗之和而得：

$$I = \frac{60/10^\circ}{2 + (-6 + j12) + (-1 - j2)} = \frac{60/10^\circ}{-5 + j10} = 5.37 / -106.6^\circ \text{ 安}$$

可见，其结果与前述同，但却简捷得多。

几乎没有必要再予说明：前面几章为简化频域分析而应用的一些技巧，诸如叠加原理、电源转换、对偶原理、戴维南定理和诺顿定理等都仍然有效并很有用。例如，图13—4a所示的戴维南等效电路可按下法求得：

复频率

$$s = -5 + j10$$

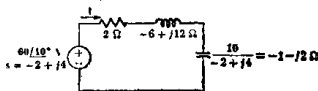


图13-3 图13-1所示之RLC串联电路的等效频域电路

频域电源电压为

$$V_s = 100/0^\circ$$

电感阻抗为

$$Z_L(s) = 4(-5 + j10) = -20 + j40$$

电阻阻抗为

$$Z_R(s) = 20$$

戴维南阻抗为 Z_L 和 Z_R 的并联等效阻抗:

$$Z_{th} = \frac{20(-20 + j40)}{20 - 20 + j40} = 20 + j10$$

开路电压为

$$V_{oc} = 100/0^\circ \cdot \frac{20}{20 - 20 + j40} = -j50$$

由此, 频域的戴维南等效网络便如图14-4 b所示。在频域中求得某个待求的强制响应之后可再返回到时域中去。例如若有另一个4 H的电感并联接于开路两端, 则频域电流为

$$I = \frac{-j50}{20 + j10 - 20 + j40} = -1$$

它对应的时域电流为

$$i(t) = -e^{-5t} \cos 10t$$

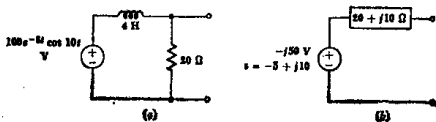


图13-4 (a)给定的二端网络。(b)频域的戴维南等效电路。

练习题

13-5 在图13-5所示电路中, 求: (a) $V_1(s)$; (b) $V_2(s)$ 。

$$\text{答: } \frac{15sI_1}{s^2 + 20s + 500}; \quad \frac{I_1(s^2 + 15s + 500)}{s^2 + 20s + 500}。$$

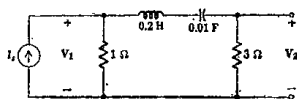


图13-5 参见练习题13-5至13-7

- 13-6 在练习题13-5的问题(b)中, 求 $V_2(s)$, 若已知 $I_1 = 0.2/30^\circ$, 并给定 $s =$: (a) 0; (b) ∞ ; (c) -10; (d) $-10 + j20$ 。

答: ∞ ; 0; 0; $0.075 / -150^\circ$ 伏

- 13-7 若已知图13-5中的时域电源电流为 $i_1(t) = 5e^{-8t} \sin 20t$ 安, 求当 $t =$: (a) 0; (b) 0.1 秒时的 v_2 值。

答: 5.92; 8.42 伏

13-5 作为 σ 之函数的频率响应

我们已经研究过电流的强制响应, 那是作为角率频 ω 的函数研究的, 用以表示诸如阻抗、导纳、比电压或比电流、电压和电流的增益、转移阻抗和导纳等, 它们都是 ω 的函数, 此外还定出了它们的极点和零点, 画出了它们的响应图。下一节我们将研究更为一般的、作为复频率 s 的函数的频率响应问题。在此之前, 我们稍微花些时间来研究一下较为简单的、作为 σ 之函数的频率响应问题。

作为一个简单例子, 我们可选择由频域电压源 $V_m / 0^\circ$ 激励的 RL 电路来研究。把电源电压除以输入阻抗便可得到

$$I = \frac{V_m / 0^\circ}{R + sL}$$

它是 s 的函数。若令 $\omega = 0$, $s = \sigma + j0$, 则我们就可把研究范围局限于针对如下形式的时域电源:

$$v_1 = V_m e^{\sigma t}$$

由此

$$I = \frac{V_m}{R + \sigma L}$$

或

$$I = \frac{V_m}{L} \frac{1}{\sigma + R/L} \quad (12)$$