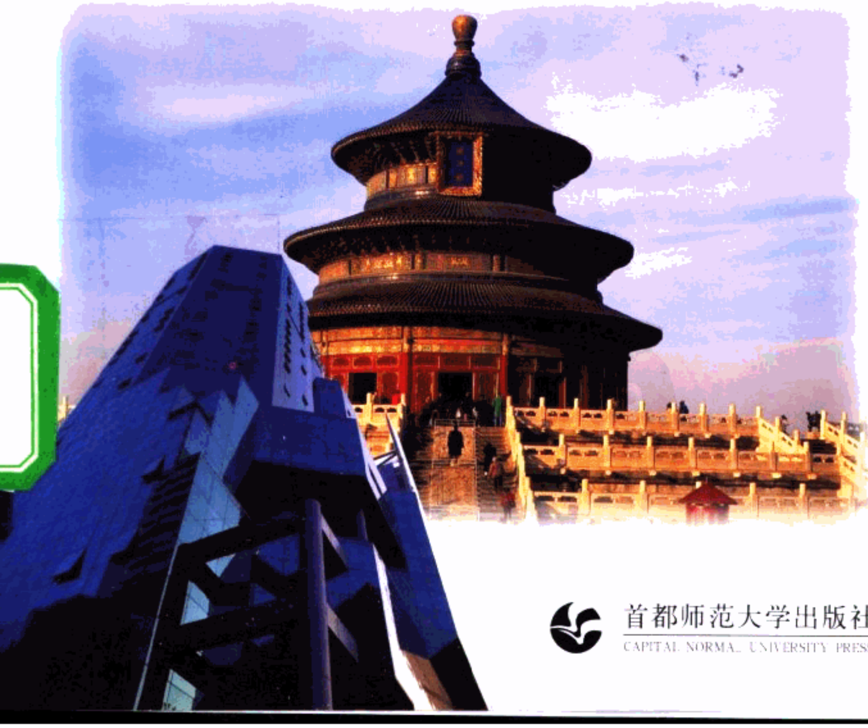
北京市九年义务教育初级中学教科书（实验）

北京市九年义务教育初中数学教材编委会　编

几何

（第三册　修订版）



首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

北京市九年义务教育初级中学教科书（实验）

JIHE

几　何

（第三册　修订版）

北京市九年义务教育初中数学教材编委会　编

首都师范大学出版社

北京市九年义务教育初级中学教科书（实验）

几　　何

（第三册　修订版）

主　　编　梅向明

编 著 者　北京市九年义务教育初中数学教材编委会

出　　版　首都师范大学出版社

发　　行　北京市教委教材发行部

社　　址　北京西三环北路 105 号　（邮政编码 100037）

电　　话　出版部　68472513　发行部　68418514

印　　刷　北京嘉实印刷有限公司

开　　本　890 × 1240　1/32

字　　数　173 千

印　　张　7

版　　本　2002 年 6 月第 4 版

　　　　　2003 年 6 月第 2 次印刷

书　　号　ISBN 7-81064-031-3/G·7

定　　价　4.90 元

如有印装差错，请与出版部电话联系更换

编写说明

北京市九年义务教育初级中学数学教科书(实验),是受北京市教委的委托,根据原国家教委颁发的《九年义务教育全日制小学、初级中学课程计划(试用)》、《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用)》编写的,供北京市三年制初级中学选择使用。

最近,我们根据教育部制定的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用修订版)》,对本书作了修订。

数学是中学阶段的一门重要课程。在现代社会中,数学的内容、思想、方法和语言已广泛渗入自然科学和社会科学中,应用非常普遍,成为现代文化的重要组成部分。它是人们参加现代社会生活,从事生产劳动和学习、研究现代科学技术必不可少的工具。因此,使中学生接受必要的数学教育,掌握基础的数学知识和技能,具备一定的数学素养,对于提高全民族的科学文化素质,培养21世纪的社会主义建设人才,具有重要的意义。

这套教材在编写时,按照素质教育的要求,遵循中学数学教育的规律,既重视数学基础知识的学习和基本技能的训练,又充分注意数学思想方法的渗透,重视以思维能力为核心的各种数学基本能力的培养。

为了反映现代数学教育的新观念,适应21世纪对首都公民数学素养的要求,这套数学教材力图突出下述四个特

点：

（一）以"问题解决"为知识展开的主要线索，揭示获取知识的思维过程。注意展现知识的发生、发展、形成过程，使学生在公式、法则、定理的提出过程，分析、推导和论证过程，解题思路的探索过程，解题方法、规律的概括过程中学习数学知识，并领会蕴含其中的数学思想方法，提高思维品质和能力。

（二）体现"学生是学习的主体"的观点，尽可能创设学生动脑、动手的教学情境，提出既适合学生认知水平又有一定思考价值的问题，激发学生的兴趣和参与意识，调动学生思维的积极性和主动性。教材注意适度引导教学方法的改革。

（三）强调"学习数学重在应用"的观点，注意培养学生应用数学的意识和能力。选择恰当的内容，并精心选配例题和练习题，使学生逐步学会联系实际，培养从实际问题中抽象出数学问题的能力，提高运用数学知识分析和解决实际问题的能力。

（四）建立起一个比较科学完善的技能训练系统。教材中配备的练习题、习题、复习题都有明确的目的性和针对性，有一定的合理数量以达到巩固知识、训练技能的作用，努力设计出科学的编排顺序，以体现循序渐进，由掌握技能到形成能力的科学过程。

这套数学教材包括代数四册、几何三册，采取整体设计编写纲目，分册编写出版的办法。

这套数学教材的编写出版，得到了北京市教委领导同志的关心和支持，得到了首都数学界诸多教育家的关心和

帮助，得到了北京教育科学研究院基础教育教学研究中心和教材编审部的关心和大力支持，得到了北京市各区县教育行政部门和教研部门的关心和支持，得到了广大中学数学教师的关心和帮助，还得到了首都师范大学出版社和信利电子有限公司的支持和赞助。在此一并表示衷心的感谢。

本书是《几何》第三册，供初中三年级使用。

第六章由周春荔老师（首都师范大学教授）执笔，第七章由郭璋老师（北京市中学特级教师）执笔。

本书在编写过程中，除编委会全体同志认真讨论之外，还多次征求和听取北京市部分中学数学教师和教研人员的意见和建议。他们是：朝阳区的肖汶、见海荣、李世朵、郭平宽、周雅茹、王勇、王文英、戴佩兰、卫婉文、姬铁民、康利人、郝凌等老师，天津市特级教师杨世明先生审阅了本书。在教材的修订过程中，许多参与试教工作的教研员和教师提出了宝贵的意见，他们是方菁、翟刚、周宇心、徐同君、陆剑鸣、崔静、李国安、苏家麟、万有贵、宗桂永、陆国珠、崔金燕、夏兆丰、李希、蒋国英、周雪燕、李玲、王志明、邓宗福、杜嗣伟、贾秋荣、谭玉珊、王文斗等老师。在此一并表示衷心的感谢，并诚恳希望广大教师继续关心实验教材的建设。

我们深知，编写一套高质量的教材是十分不易的事情，它需要多方面的支持和参与。由于我们经验不足，水平有限，不足之处还望广大师生提出宝贵的意见和改进建议，以便不断地修改和提高。

北京市九年义务教育初中数学教材编委会

2002年6月

编 委 会

顾　　问　严士健

主　　编　梅向明

副 主 编　曹福海

常务编委　梅向明　曹福海　郭立昌　王占元　贺信淳
明知白　赵大悌　周沛耕　周春荔　董凤举

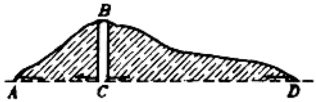
编　　委　梅向明　曹福海　郭立昌　王占元　贺信淳
明知白　赵大悌　周沛耕　周春荔　董凤举
郑　康　刘治平　范永利　郭　璋　李方烈
傅作梅

执　　笔　周春荔　郭　璋

目　　录

第六章　解直角三角形

修铁路需穿凿隧道 AD. 为提高效率，除在 A、D 两个洞口双向掘进外，在山坡上选一点 B（使 B 与 A、C 在同一纵剖面上），凿竖井 BC，在 C 处同时向 A、D 两方向掘进. 因此需预先计算井深 BC，以及 C 到两端 A、D 的距离. 其中斜坡与水平面所成的 $\angle A$ 的度数可以测得，斜坡长度 AB 也可测量. 问题归结为：在 Rt$\triangle ABC$ 中，已知锐角 A 和斜边长，求 $\angle A$ 的对边与邻边. 在本章，我们要研究、解决这一类问题.



6.1　锐角三角函数

6.1.1　正弦与余弦

1. 锐角的正弦

在 Rt$\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A$ 和斜边 AB，如何求 $\angle A$ 的对边 BC？

观察 $\angle A=30°$ 的情形. 请拿出有不等直角边的那块三角板，如图 6-1，观察可知，$30°$ 角所对的直角边 BC 都等于斜边的一半. 即

$$\frac{30^\circ\text{角的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}.$$

不管三角板大小如何，只要$\angle A=30^\circ$，$\angle A$的对边与斜边的比值就等于$\frac{1}{2}$. 根据这个比值，已知斜边AB的长，就可以算出$\angle A$对边BC的长.

在纸上画一个边长比为3∶4∶5的三角形. 设$AB=5a$，$AC=4a$，$BC=3a$，根据勾股定理逆定理可知，$\angle ACB=90^\circ$. 大家所画的三角形彼此都相似，边BC所对的$\angle A$彼此相等，是个定角(如图6-2). 显见

$$\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}.$$

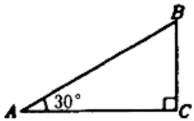


图 6-1

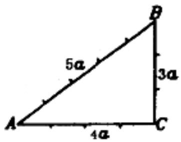


图 6-2

在边长比为3∶4∶5的Rt$\triangle ABC$中，由于它的形状是确定的，因此，锐角$\angle A$也是个定值，它的对边(opposite side)与斜边(hypotenuse)的比值是一个固定值$\frac{3}{5}$.

当锐角$\angle A$取其他固定值时，$\angle A$的对边与斜边的比值能否也是一个固定值呢?

设锐角$\angle A$取一个固定值α. 每个同学都画一个有一锐角等于α的直角三角形(如图6-3)：$\triangle A_1B_1C_1$，$\triangle A_2B_2C_2$，$\triangle A_3B_3C_3$，…. 其中$\angle B_1A_1C_1=\angle B_2A_2C_2=\angle B_3A_3C_3=\cdots=\alpha$. 我们将点$A_1$，$A_2$，$A_3$，…重合在一起，记

为 A，并使直角边 $AC_1, AC_2, AC_3, \cdots$ 落在同一条射线上，斜边 $AB_1, AB_2, AB_3, \cdots$ 落在另一条射线上.

由于 $B_1C_1 /\!/ B_2C_2 /\!/ B_3C_3 /\!/ \cdots$，

$\therefore \quad \triangle AB_1C_1 \backsim \triangle AB_2C_2 \backsim \triangle AB_3C_3 \backsim \cdots$.

$\therefore \quad \dfrac{B_1C_1}{AB_1} = \dfrac{B_2C_2}{AB_2} = \dfrac{B_3C_3}{AB_3} = \cdots$.

因此，在这些直角三角形中，锐角$\angle A$ 的对边与斜边的比值仍是一个固定值.

一般地，在$\triangle ABC$ 中，若$\angle C$ 为直角，我们把锐角$\angle A$ 的对边与斜边的比叫做$\angle A$ 的**正弦**(sine)，记作 $\sin A$. 即

$$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}.$$

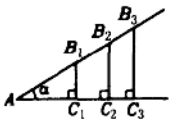


图 6-3

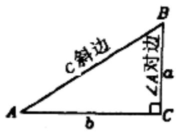


图 6-4

如果我们把$\angle A$ 的对边 BC 记为 a，$\angle C$ 的对边(斜边)记为 c，那么

$$\sin A = \frac{a}{c}.$$

例如，当$\angle A = 30°$时，我们有

$$\sin 30° = \frac{1}{2}.$$

练习

请回答：$\sin 45° = ?$　　　　$\sin 60° = ?$

在图 6-2 中，$\sin B = ?$

实践与探究 用量角器在纸上画出一个50°的角. 设法求出 sin50°的近似值(使用直角三角板及有刻度的直尺为工具).

由于直角三角形中斜边大于直角边，所以在图 6-4 中，可以得出

$$0<\frac{a}{c}<1.$$

因此，若 A 为锐角，有 $0<\sin A<1$.

例 1 求出图 6-5 所示的 Rt△ABC 中 $\sin A$ 与 $\sin B$ 的值.

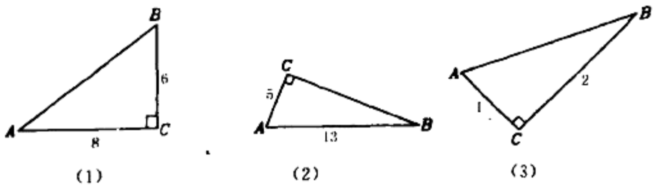


图 6-5

分析 求 $\sin A$ 的值，由锐角三角函数的定义，就是要求$\angle A$ 的对边与斜边的比；求 $\sin B$ 的值，要求$\angle B$ 的对边与斜边的比.

解 (1) ∵ 斜边 $AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$,

∴ $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$,

$\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$.

(2) ∵ $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{13^2-5^2}$

$=\sqrt{144}=12$,

$\therefore \quad \sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{12}{13}$,

$\sin B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{5}{13}$.

(3) $\because \quad AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,

$\therefore \quad \sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\sin B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

例 2　在图 6-6 所示的$\triangle ABC$中，CD是AB边上的高. $CD=12$, $AD=9$, $BD=5$.

求　$\sin A$, $\sin B$, $\sin\angle BCD$, $\sin\angle ACD$的值.

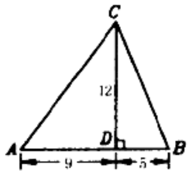


图 6-6

分析　要求$\angle A$的正弦，应先看$\angle A$是哪个直角三角形中的锐角，然后再用定义去求.

对其余几个正弦值也同样处理.

解　(1)在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中，

$\because \quad AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{225}=15$,

$\therefore \quad \sin A=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$,

$\sin\angle ACD=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$.

(2)在$\mathrm{Rt}\triangle BCD$中，

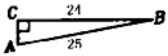
$\because \quad BC=\sqrt{CD^2+BD^2}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$,

$\therefore \quad \sin B = \dfrac{CD}{BC} = \dfrac{12}{13}$,

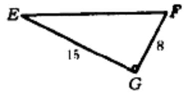
$\sin\angle BCD = \dfrac{BD}{BC} = \dfrac{5}{13}$.

练习

1. 已知：如图，$\angle C = 90°$，$\angle G = 90°$. 根据图中数据，求出 $\sin A$、$\sin B$ 与 $\sin E$、$\sin F$.



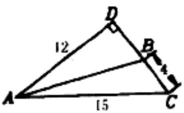
(1)



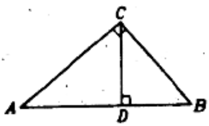
(2)

第 1 题图

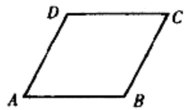
2. 如图所示，$AC = 15$，$AD = 12$，$CB = 4$，$\angle D = 90°$.
求 $\sin C$，$\sin\angle ABD$.
3. 如图，$\angle ACB = \angle CDB = 90°$. $CD = 4$，$BD = 3$.
求 $\sin A$，$\sin\angle ACD$.



第 2 题图



第 3 题图



第 4 题图

4. 菱形 $ABCD$ 的面积为 $20cm^2$，周长为 20cm. 求菱形中锐角 A 的正弦值.
5. 根据图 6-4，请写出仅由 a、c、$\sin A$ 组成的三种不同形式的等式，指出每个等式的作用：

(1) $\sin A = \dfrac{a}{c}$，作用：已知 a、c，求出 $\sin A$.

(2) $a =$ ________，作用：____________________.

(3)$c=$________，作用：________________.

2. 锐角的余弦

与正弦情况相似，当锐角$\angle A$取任意一个固定值时，$\angle A$的邻边与斜边的比值也是一个固定值.

如图 6-7，在 Rt$\triangle ABC$ 中，我们把锐角 A 的邻边(adjacent)与斜边的比叫做$\angle A$的**余弦**(cosine)，记作 $\cos A$. 即

$$\cos A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}.$$

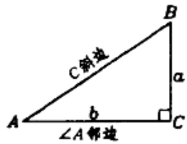


图 6-7

如果我们把$\angle A$的邻边(即$\angle B$的对边)记作 b，那么

$$\cos A=\frac{b}{c}.$$

$\because\quad 0<b<c,\qquad \therefore\quad 0<\frac{b}{c}<1.$

因此，若 A 为锐角，有 $0<\cos A<1$.

根据正弦、余弦定义，我们有

(1)$\sin 30^\circ=\frac{1}{2},\quad \sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2},\quad \sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}.$

(2)$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2},\quad \cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2},\quad \cos 60^\circ=\frac{1}{2}.$

练习

在图 6-7 中，$\cos B=$?