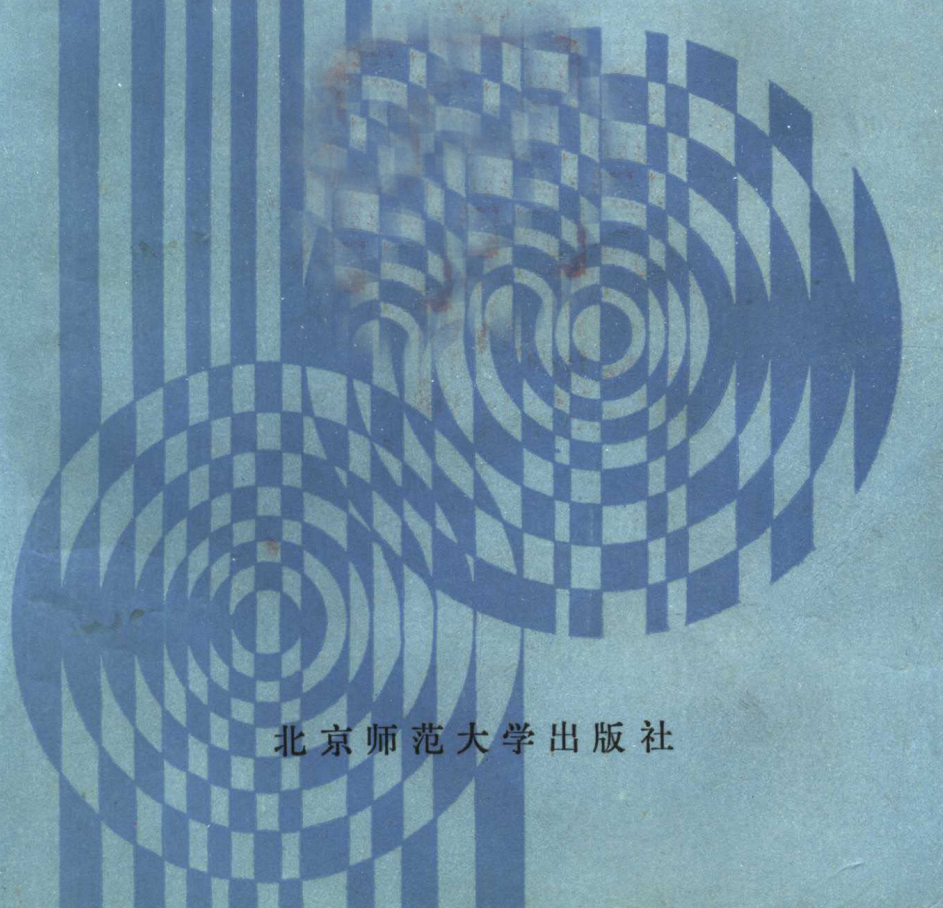


北京市中学教师继续教育教材

数学学习论选讲

方金秋 编著



北京师范大学出版社

北京市中学教师继续教育教材

数学学习论选讲

方金秋 著

北京师范大学出版社

(京)新登字160号

北京市中学教师继续教育教材

数学学习论选讲

方金秋 著

责任校对 李兰东 责任印制 江上

北京师范大学出版社出版发行

全国新华书店经销

北京师范大学印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 8.75 字数: 181 千

1992年7月第1版

1992年7月第1次印刷

印数: 1—2 500

ISBN7-303-01627-9/G·1022

定价: 4.65 元

前 言

教育是社会主义物质文明和精神文明建设极为重要的基础工程。它对提高全体人民的思想道德和科学文化素质，对建设有中国特色社会主义的经济、政治和文化，对培养一代又一代社会主义事业的建设者和接班人，具有重大的战略意义。百年大计，教育为本；教育大计，教师为本；教师大计，提高为本。不断更新教育观念，深化教育改革，提高教育教学质量，必须建设一支德才兼备，又红又专的师资队伍。

我市自1978年恢复师资培训工作以来，中学教师的学历结构发生了明显的变化，至今大部分中学教师已达到现阶段国家教委规定的学历要求。如何积极稳妥地开展学历合格后的继续教育，全面提高教师素质，培养一大批业务骨干、学科带头人和教育教学专家，已成为我市师训工作的当务之急。继续教育是师资培训工作的深入和发展，是深化教育改革的重要措施。通过深入开展继续教育，使不同层次教师的政治素质、思想素质、业务素质和师德素质都能在原有的基础上得到新的提高。

为此，北京市教育局和北京市科技干部局联合制订和颁发了《北京市中小学教师继续教育暂行规定》。《规定》指出，中学具有大学专科以上学历或40岁以上（不含40岁）在1989年8月之前虽不具备合格学历，但具有中级以上教师职务的教师都应接受继续教育。其中，新分到中学任教的大学毕业生，

在试用期内要接受120学时的培训；初级职务的教师，在五年内要接受180学时的进修培训；中级职务的教师，在五年内要接受240学时的进修培训；高级职务的教师，要接受360学时的研修培训，《规定》还明确：“继续教育要和教师的考核、职评、聘任、晋级结合起来，作为职评、聘任、晋级和新教师转正的必要条件之一”。

为了更好地开展继续教育工作，北京教育学院会同各分院和教师进修学校，受北京市教育局的委托，于1989年3月制订出中学《继续教育教学计划》和《教学大纲》。经过近两年的实践，在总结经验的基础上，又对《教学计划》和《教学大纲》（试行稿）作了必要的修改，于1991年6月和10月颁发了新的修订稿。

在此基础上，为了适应北京市中学教师继续教育形势的发展，满足各层次继续教育班师生教学的需要，我们正在组织编写和审订《北京市中学教师继续教育教材》，将于1992年陆续出版。这是一项十分艰巨复杂的系统工程，我们遵照积极组织、认真编写、严格审订的原则，搞好继续教育的教材建设。为此，北京市教育局成立了北京市中学教师继续教育教材编审领导小组、编审委员会和学科编审小组，努力保证教材质量。在编写这套教材时，我们特别注意了坚持正确的政治方向，坚持四项基本原则，建设有中国特色社会主义的中学教师继续教育教材；坚持先进的科学性，注意学科特点，尽量反映适应中学教学需要的科研新成果，立论和资料要有新意；坚持实用性，突出继续教育的特点，理论联系实际，特别是密切联系中学教育教学和中学教师进修的实际，注意解决好知识与能力的关系问题，重点是提高教育教学能

力，直接或间接为提高中学教育教学质量和中学教师全面素质服务；坚持一定的系统性，编排合理的教材结构，并努力做到字数适当、图文并茂、体例统一和要求明确，备有思考练习和参考书目。

这套教材的编写、审订和出版，在北京市教育局的领导下，得到了进修院校教师和广大中学教师的合作，得到了许多专家、教授和学者的指导，得到了北京师范大学出版社的支持，在此表示衷心地感谢！

由于中学教师继续教育教材建设是一项全新的工作，许多理论和实际问题尚在研究探索阶段，加上我们的水平有限，教材中的不足和错误之处在所难免，恳请广大教师和各位读者批评指正，以便进一步修改、完善。

北京市中学教师继续教育教材编审委员会

1991.12

作者的话

数学学习论是研究学生数学学习过程的性质、特点、规律、方法以及心理现象的一门数学教育理论的新兴学科。

数学学习论的主要任务是揭示学生数学学习的规律。它一方面是揭示学生学习数学知识过程的规律，另一方面是揭示学生形成数学技能技巧过程以及培养学生数学能力过程的规律。同时，数学学习论还研究影响学生数学学习的各种因素，特别是一些心理因素。从而使我们认识到提高学生数学学习的目的与改进学生数学学习的方法。因此，可以说数学学习论为数学教与学提供了理论的依据。

由于数学学习论在我国还是一门正在建立的新兴的学科。到目前为止，作者还没有见到一本系统论述数学学习论的专著，因此，在本书中有关数学学习论的观点与看法，也都囿于作者的一孔之见。比如，数学学习论的主要内容应包括哪些方面，以什么样的理论来指导数学学习论的研究等，在本书中所提出的观点也都只是作者的个人认识与看法。

数学学习论的主要内容究竟应包括哪些方面？这是目前从事数学学习论的同仁们所共同关心的问题。作者认为数学学习论的主要内容应包括：数学学习的本质、数学学习的原则、数学学习的基本形式、数学学习的一般过程、数学学习的特殊过程、（即指数学概念、命题、推理、证明等分类学习过程）数学技能技巧的形成、数学能力的培养、数学学习迁移、数学思维、数学学习的科学方法、影响数学学习的各种

因素以及数学学习的认知理论与信息加工理论等。

作为数学学习论的研究工具，我们认为除了主要是教育心理学理论外，还要依靠思维科学、信息科学等。

对数学学习论的研究与建立，是时代发展和数学教育思想更新的必然结果。我国建国以来，对数学教育理论的研究有一个不断发展的过程。从开始的只注重研究“数学教学法”，到后来研究“数学教材教法”，从对“数学教材教法”的研究，到今天要建立以“数学教育学”为核心的数学教育理论体系，是一个不断发展与进步的过程。

我在《教育学院数学教育理论课特点初探》一文中曾经指出：“从一九六九年在法国里昂举行的第一届国际数学教育会议上提出：‘数学教育学越来越变成具有自己的课题、方法和实验的独立学科’后，国内外数学教育界都在积极探索数学教育学的体系和内容，并都得到不同程度的进展。美国的Tom kieren在《数学教育研究——三角形》的文章中，把数学教育学的研究对象：课程、教学、学习比作三角形的三个顶点，分别对应于三种人：课程设计者、教师、学生。这就是说，数学教育学是把‘数学课程论’、‘数学教学论’和‘数学学习论’作为其研究的三个方面。我们认为这种提法是比较全面和科学的，用这一观点来建立教育学院数学教育学课程是合适的。”（引自《数学通报》，1987年第12期）1987年，数学教育学在我国的建立还仅是刚刚开始，“数学学习论”还是一个空白的领域。我也就是从1987年开始从事数学学习论的学习、研究与教学工作的。可以说，我对数学学习论也是从一片空白开始的。几年来，通过学习、研究与教学实践，学习一个内容，形成一个专题讲义，就讲一讲，逐渐地

形成了“数学学习论”的一个个专题。这些专题先后在北京、内蒙、福建等地讲过。与此同时，有时也把自己的点滴学习、研究的体会与成果写成文章在《数学通报》、《北京教育通讯》、《学科教育》、《北京教育学院学报》等刊物上发表过。这些，都成为本书的素材。

近两年来，随着对中学数学教师继续教育的开展，我又有机会把自己撰写的“数学学习论专题讲义”先后在中学数学教师继续教育班上讲授过。这对我形成本书又创造了条件。本书是在我讲授“数学学习论”的基础上，由讲义经过筛选、整理、加工而成的。本书之所以定名为《数学学习论选讲》，一则它确实是从自己已往的讲义中筛选出来的内容；二则由于数学学习论的理论体系还正在创立过程之中，本书并没有包括数学学习论的全部内容，定名为选讲自然是合适的。

本书在成书过程中，承蒙我的学友，北京教育学院宣武分院高级教师陈在瑞同志对初稿提出过宝贵意见。更承蒙我的导师，北京师范大学数学系曹才翰教授的指导。他认真地通读了本书的初稿，并提出了许多宝贵的修改意见。王宗艳同志为本书绘制了插图。在此，我一并致谢！

目前，数学学习论的研究正在我国兴起，它有如异军突起，从一开始就显示其强大的生命力。本书作为一个中学数学教师继续教育教材，是作者对“数学学习论”的一家之言，愿把它作为一块“砖”抛出去，恭候着引出更多更好的“玉”问世。

方 金 秋

识于北京教育学院数学系

1991年9月

序

数学学习论是一门专门研究学生学习数学过程中的心理机制的新兴学科。它对课程、教材的研究，对教学策略的制定，提供了心理学方面的依据；它对提高数学教师素质，提高数学教育、教学质量起着极其重要的作用，因此它理应成为在职数学教师继续教育的一个有机的组成部分。

方金秋同志撰写的《数学学习论选讲》，就是为在职数学教师继续教育编写的。本书有以下几个特点：

1. 内容方面作了精选。由于学习理论内容庞杂，各种学派、观点非常之多，本书是以认知学派的理论为依据而展开的，特别是对认知学派中的发现说与接受说作了较为详尽的介绍和阐述。另一方面，本书还花了比较多的笔墨来介绍数学知识学习的一般过程与特殊过程（即对数学概念、命题、推理、证明的分类学习过程）。这样就保证了本书重点突出。

2. 力争反映数学特点。可以看出，作者在反映数学特点方面是下了功夫的，或者说努力从这方面去做。例如，对数学知识的记忆、数学学习中的问题解决、数学技能技巧的形成、观察在数学学习中的作用等，在反映数学学习特点方面做得较好。这给读者作出了榜样：在学习、研究数学学习理论时，时刻要注意反映数学特点。

3. 密切联系中学实际。本书与中学实际结合比较紧密。许多结论无非都是老师们的实践经验的总结与升华，把老师

们想说而说不出来的，想写而写不出来的，说出来了，写出来了。这样，老师们读起来会倍感亲切，认为书中的道理是说出了他们的心里话，我认为这就是继续教育应该遵循的一条原则。另外，为了帮助读者理解理论，书中还举了一些与中学数学学习实际密切结合的浅显例子。不过，例子总归是例子，它不免带有许多具体性，我们读例子的时候，还要有一定的概括、提高，把它提高到应有的理论高度去认识，不要局限在个别的例子上面。只有这样，才能更好地通过例子来理解理论。

目前，有关数学学习理论的书还不多见，我相信本书的出版发行对于推动我国数学教育界对学习、研究数学学习理论定会有很大的帮助，愿读者喜欢它。

写上几句话，作为读后感，并以此代序。

曹才翰

于北京师范大学数学系

1991.11.21

北京市中学教师继续教育教材

编审常务委员会

主 任：徐俊德

副主任：倪传荣 张维善

委 员：邵宝祥 阎玉九 曹福海 刘宗华

赵恒启 袁佩林 胡秀英 陈景仁

孙贵恕 韩友富

数学教材编审小组：陈通奎 李长沛 傅佑珊
陈焱午 曹才翰

责任编辑：曹才翰

目 录

第一章 数学学习	(1)
第一节 学习的概念与本质	(1)
第二节 数学学习及其特点	(9)
第三节 数学学习的两种基本形式	(13)
第二章 数学知识学习	(48)
第一节 数学知识学习动态系统及其性质	(48)
第二节 知识学习过程概说	(63)
第三节 对数学知识的感知	(67)
第四节 对数学知识的理解	(97)
第五节 对数学知识的巩固	(118)
第六节 数学知识的应用	(135)
第三章 数学分类学习	(157)
第一节 数学概念学习	(157)
第二节 数学命题学习	(177)
第三节 数学推理学习	(193)
第四节 数学证明学习	(204)
第四章 数学技能技巧的形成	(221)
第五章 数学学习迁移	(239)

第一章 数学学习

第一节 学习的概念与本质

学习是人与动物在生活中普遍存在的一种现象。动物为了个体适应环境，并且得以繁衍后代，需要学习。人类为了生活与社会的发展，也需要学习。特别是学生在学校的受教育活动中，主要任务就是学习。那么，什么叫做学习，这就是本节所要回答的问题。

一般地说，学习可以分为广义学习与狭义学习两种。

一、广义学习

我们知道，动物为了生存，一方面要学会觅食，另一方面还要学会逃避捕捉和保存自己。例如，兔子在山林中，依靠它的听觉和嗅觉，来确定猛兽的方位与距离，以保证及时逃遁，保存自己。每当喂鸽子时，必吹口哨，经过数次后，当鸽子听到口哨声时，即飞来觅食。这些都是动物在生活环境中的学习现象。

人类为了自身的生存和创造美好的生活环境，也需要学习。例如，小孩子学会使用筷子，学会穿衣穿鞋，养成某种生活习惯，学会骑自行车、学会游泳，等等，这些都是人的学习现象。

因此，广义学习就是指人或动物的个体经验的获得与积

累，以及行为倾向的较持久的变化过程。

对于广义学习这一概念我们补充说明如下：

(一)关于经验

经验就是通过实践而得到的知识与技能。这就是说，无论是动物或人，通过实践而获得经验。心理学认为“经验是个体在活动中对客观现实的反映，它来自客观现实，是个体反映活动的产物。它对个体行为具有调节的功能，是直接支配或调节行为活动的定向工具。”

经验有两种，一种叫做种系经验，另一种叫做个体经验。所谓种系经验就是指种系在发展过程中形成的，并以无条件反射方式在个体身上表现出来，其表现方式是本能的。由于种系经验是在种系发展的过程中获得的，因此具有遗传性质，即是一种先天的经验。不同的种系，有不同的种系经验，这在动物身上表现得很明显。例如，猎犬具有灵敏的嗅觉技能，兔子具有灵敏的听觉技能。猫头鹰具有夜间捕捉食物的技能。这些都是种系经验。所谓个体经验，是指个体在客观环境生活过程中通过活动而获得的经验。它是人或动物的后天经验。作为动物的个体经验是个体在生活中直接获得的，是一种直接经验。但人与动物不同，人的个体经验有两种：一种是直接经验，即个体从亲身的实践中获得的；另一种是间接经验，即是人类社会历史发展过程中，长期积累下来的极其丰富的经验。这些经验包括人类的文化、知识、科学、技术，等等。人类的个体经验中，间接经验占有很大的比重，它是人的后天获得个体经验的重要成份。特别是学生个体经验的获得主要是指这种间接经验。个体经验与种系经验相比，个体经验要比种系经验复杂得多。人类个体经验是

人类生存和发展的主要依据。

（二）关于比较持久的行为倾向变化

我们知道，经验的获得是发生在头脑中的潜在的活动。这些活动不能被直接观察到。而经验又支配与调节人或动物的行为，因此，经验的获得又必然使行为发生变化。

人的行为包括人的内部心理活动与人的外部活动。内部心理活动有思维、想象、记忆、感知等；外部活动有言语、表情、动作等。所谓个体的倾向，是指个体的态度、兴趣、价值观，等等。人的个体行为倾向的变化是学习的表现，这种变化应该是持久与合理的。所谓持久，就是个体的行为因经验的获得而发生的变化能比较长时间的持续下去，并且还表现为不断提高的进步性的过程。所谓合理，就是个体的行为更符合与适应环境的变化和客观的要求。行为的变化一般表现为个体的技能、技巧和能力的提高。从这个意义上说，学习是一种构成概念。因此，美国教育心理学家加涅(Gagne, R. M)把学习定义为“不能够归结为成熟过程的、持续的个人倾向与能力的变化”。在这里，加涅所说的“不能够归结为成熟过程的”，是指由于人的生长、生理变化等因素而引起的个人行为倾向变化不属于学习之列。例如，人长高了，从原来够不着的地方，到后来能够够得着的地方。又如，由于生病，从原来能行走自如，到后来卧床不起。再如，由于服用兴奋剂，而使运动成绩提高。所有这一切行为变化都不属于学习之列。这说明，学习会引起行为变化，但是，行为变化不一定是属于学习。

因此，我们可以说，广义的学习包括了经验的获得和积累以及比较持续性的行为倾向的变化两个方面。

(三)人与动物学习本质的区别

广义学习包括人的学习与动物的学习。但是，即便都是广义学习，人与动物的学习也存在着本质的区别，其区别主要表现为：

1. 学习目的的不同

人的学习具有明确的目的性，通过学习，获得经验，改变行为，提高能力。从根本上说，人的学习是为了提高认知结构与能力水平，以便更有效地从事劳动与生活；人的学习也是为了认识事物的规律，从而更好地改造世界与创造美好的未来。

动物的学习仅仅是一种消极的适应客观环境的变化和满足动物个体的生物性需要而进行的，因此，是一种被动的学习。

2. 学习内容不同

人的学习内容主要的是学习人类社会数千年来积累和创造的文化、知识、科学、技术等间接经验。而那些直接经验（即个体通过活动而获得的经验）是次要的学习内容。

动物的学习主要的（可以说是全部的）是获得个体的直接经验。

3. 学习形式的不同

人的学习主要的形式是通过语言和文字来进行的。因为人类的间接经验是通过语言和文字来传递的，因此这种学习具有概括性与抽象性等等特点。

动物学习根本没有，也不可能有语言和文字的形式。

4. 学习过程的不同

人的学习是有目的、有计划、积极、主动的过程。这种