钢梁极限状态

Б·М·伯罗乌傑著

建筑工程出版社

鋼梁极限状态

袁文伯 譯

建筑工程出版社出版
·1957·

內容提要 本書研討了实腹鋼梁强度和稳定性的極限狀态；采用了近似于結構实际工作情况的計算法来確定梁的極限荷載的大小。

本書介紹了鋼梁按極限狀态計算原理的实用計算方法。

本書可供設計工程师、科学研究工作者及研究生参考。

原本說明

書　　名	ПРЕДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ СТАЛЬНЫХ БАЛОК
著　　者	Б. М. Броуде
出 版 者	Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре
出版地点及年份	Москва —1953—Ленинград

鋼梁極限狀态

龔文伯譯

*

建筑工程出版社出版（北京市阜成門外南禮士路）

（北京市書刊出版業營業許可証出字第052号）

建筑工程出版社印刷廠印刷・新華書店發行

書号513　200千字　850×1168 $^{1}/_{32}$　印張 $7\,^{5}/_{8}$　插頁 2

1957年9月第1版　1957年9月第1次印刷

印數：1—1,850冊　定價（11）1.90元

目　　录

第三篇　梁的腹板和翼緣板的稳定性

序　言

我国的大規模建設向苏維埃的科学家們和工程师們提出了新的任务，其中包括創造新的科学計算方法，以便保証結構物的可靠性和高度的經济性。解决这个問題的一个重要步驟，是創立极限狀态的計算法来代替容許应力的計算法。

現在可以認为，制定新方法的理論基礎已經具备了。依照苏維埃科学家的解釋，結構的正常使用不能繼續时的狀态就是結構的极限狀态。当然，这种一般性的定义是需要加以具体化的。关于这一点，在建筑規程草案中已經有所規定，但是为了进一步和更正确地闡明結構极限狀态的概念，还有許多問題需要解决。

主要的任务是要使結構計算的前提接近于結構的实际工作情况。因此不同于普通的研究方式，必須考虑到那些最重要的改变結構及其構件的工作性質的因素，并且必須对极限狀态的形成情况分析清楚。

本書在这方面起了一些推进作用。本書研究了鋼結構的第一种极限狀态的各个形式。所謂鋼結構的第一种极限狀态，是指鋼梁及其構件由于强度及稳定性不足而丧失承載能力。至于有关金屬疲乏現象的极限狀态，此处不加討論。

要使計算的前提接近于結構的实际工作情况，这样一个任务引起了一系列問題的研討，如：估算梁的承載能力时要考虑到切应力，研究梁及其構件的稳定性时要确定其边界条件（固定、彈性固定），及估算結構上的力因素的組合。应特别注意初始扭曲和偶然偏心对稳定性的影响。

本書因受篇幅限制，对于已經解决了的問題就簡略地叙述一下。本書的主要目的是要研討一系列的实际重要問題，这些問題

在其他文献中有的根本沒有提到过，有的談得不够詳細。所以本書并不是計算鋼梁极限狀态包罗万象的資料。

在本書中，应用了微小彈性-塑性变形理論方法和直綫彈性理論方法。在研究稍微扭曲的薄板的稳定性时，引用了小曲率壳体的非直綫理論。

在研究結構的稳定性問題时，应用了变分計算和按特征函数展成級数的直接方法。在这兩种情况下，最重要的是知道在怎样的条件下，这兩种方法才是收斂的。有些例子很明显，因为沒有注意到收斂性的問題，因而得出了不正确的結論。

作者認为有必要指出收斂性的某些准則，同时在个别情况下簡單地說明其根据（如第五章第三节第一段；第七章第十六节）。閱讀这些章节，要求通曉綫性积分方程的理論基础和近似理論的某些部分。讀者如只着重于应用所得結果，則这些地方可以放过。

为了适合于实际应用，本書將所得結果用便于应用的方式表示出来。在很多情况下，特别是应用直綫方法时，最后的結果用表格的方式来表示。同时，中間步驟的結果用一般形式来表示，从而使各个参变数值更有变化的可能。

应当指出，所有中間步驟的結論，不但对于鋼梁是正确的，同时对于其他任何金屬梁也都是正确的。

C.A. 别尔胥节伊宏教授和科学技术碩士 E. ф. 康脫良尔对本書提出許多建議和意見，改进了本書的內容，作者表示感謝。

主要代用符号

第一篇

D—塑性模量；

ν—横向变形系数；

ε_x—平行于梁縱軸(x—軸)方向的相对伸長；

ε_1—在矩形截面或工字鋼腹板边緣纖維处的相对伸長；

γ_{xy}—相对剪移；

h—矩形截面的高度或工字鋼腹板的高度；

$\eta=\frac{2y}{h}$；

$\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$—分别平行于 x、y 和 z 軸的法向应力(拉应力是正的)；

τ_{xy}—剪应力；

$s=\frac{\sigma_x}{\sigma_T}$；

$u=\frac{\tau_{xy}\sqrt{3}}{\sigma_T}$；

σ_T—受拉屈伏点；

$e=\frac{\varepsilon_1 E}{\sigma_T}$，式中 ε_1 相应于塑性鉸截面；

$\overline{g}=\gamma_{xy}\frac{E\sqrt{3}}{2(1+\nu)\sigma_T}$；

$g=\gamma_0\frac{E\sqrt{3}}{2(1+\nu)\sigma_T}$，式中 γ_0—在塑性鉸截面內中和軸上的相对剪移；

M_0—純弯时的極限力矩；

Q_0—沒有力矩时的極限切力；

$M_{\text{пр}},Q_{\text{пр}}$—法向应力和剪应力同时存在时的極限力矩和剪力；

$\mu=\frac{M_{\text{пр}}}{M_0}$；

$$x=\frac{Q_{\text{пр}}}{Q_0};$$

$$\beta=\frac{S_{\text{ст}}}{S_{\text{max}}},$$

式中 $S_{\text{ст}}$—中和軸一边的牛个腹板的靜矩；

S_{max}—牛个截面的靜矩；

h_0—工字鋼上下兩翼緣重心間的距离；

$W_{\text{упр}}$—彈性工作阶段的截面力矩；

$W_{\text{пл}}$—塑性的截面矩。

第　二　篇

u—平行于 x—軸方向的軸点位移；

v—平行于 y—軸方向的軸点位移；

θ—扭轉角；

a_y—弯曲中心的座标(在 y —軸上)；

EJ_x—最大的抗弯剛度；

EJ_y—最小的抗弯剛度；

EJ_ω—扇性剛度；

$GJ_{\text{к}}$—抗扭剛度；

l—梁的跨度；

h—梁翼緣的弯曲中心間的距离；

$$P_\nu=\frac{\nu^2\pi^2EJ_y}{l^2};\quad D_\nu=EJ_\omega\frac{\nu^2\pi^2}{l^2}+GJ_{\text{к}};$$

$$\beta_y=\frac{\int_F(\chi^2+y^2)y\,dF}{2J_x}-a_y\quad(dF\text{—截面的微分面积});$$

$$\alpha=\frac{GJ_{\text{к}}}{EJ_y}\cdot\frac{4l^2}{h^2};\quad \psi=\frac{J_y}{J_x}\cdot\frac{h^2}{l^2};$$

q_y—平行于y—軸的荷載集度；

e_y—外力作用点的坐标(在 y—軸上)；

c_y—截面的固定旋轉軸的坐标(在 y—軸上)；

m_0—标准工作条件系数；

ω—考虑梁的初始扭曲和荷載偏心作用的影响系数；

ϑ—轉变到比例極限以外时的臨界应力的降低系数；

μ—彎矩图的臨界力矩与純彎时的臨界力矩之比；

σ_T—屈伏点；

σ_{np}—比例限。

第 三 篇

a 或 $2a$（在第八章中）—平行于 x—軸的矩形薄板的边長；

b 或 $2b$（在第八章中）—平行于y—軸的矩形薄板的边長；

h—腹板的全高；

$w=f(x,y)$或$w=f(\xi,\eta)$—薄板彈性曲面方程式；

$\xi=\frac{x}{a}$；

$\eta=\frac{y}{b}$；

$\alpha=\frac{a}{b}$；

t—薄板的厚度；

$C=\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$—薄板的圓柱剛度；

E—縱向彈性模量；

ν—橫向变形系数；

σ_T—屈伏点；

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$—平面应力狀态的分量；

σ—应力 σ_x 的最大値〔压应力是正的(第八章除外)〕；

τ—某段腹板剪应力τ_{xy}的平均値；

p—应力σ_y的最大値(压应力是正的)；

$\alpha=\frac{\sigma-\sigma_u}{\sigma}$（$\sigma-\sigma_u$—在所研究截面中的边緣应力的差数）；

σ_K, τ_K, p_K—在全部因素同时作用时分别是应力 σ、τ、p 的临界值。

σ_0, τ_0, p_0—当其余兩个应力等于零时，分别是应力σ、τ、p中的一个应力的临界値；

$k=\frac{\sigma_K tb^2}{\pi^2 C}$ 或 $k=\frac{\sigma_0 tb^2}{\pi^2 C}$ $\left(\text{在第八章中 } k=\frac{4\sigma tb^2}{\pi^2 C}\right)$；

$$z=\frac{p_{K}ta^2}{\pi^2 C} \text{或} z=\frac{p_0 ta^2}{\pi^2 C};$$

$$r=\frac{\tau_x td^2}{\pi^2 C} \text{或} r=\frac{\tau_0 td^2}{\pi^2 C};$$

式中，d—a和b兩值中的較小值；

$$s=\frac{\sigma_K}{\sigma_0},\ \beta_1=\frac{\tau}{\tau_0}\cdot\frac{\sigma_0}{\sigma},\quad u=\frac{\tau_K}{\tau_0};$$

$$\beta_2=\frac{p}{p_0}\cdot\frac{\sigma_0}{\sigma};\qquad v=\frac{p_K}{p_0};$$

$\gamma=\frac{GJ_K}{bC}\cdot\varphi$，式中$GJ_K$—梁翼緣的抗扭剛度，$\varphi$—考慮到翼緣中法向应力影响的修正系数，

$\gamma_p=\frac{EJ}{bC}$，式中，J—加勁肋条的截面慣性矩；

F—加勁肋条的截面面积；

b_1—自薄板的受压边緣至縱向加勁肋条軸綫的距离；

$$\psi=\left(1-a\frac{b_1}{b}\right)\frac{F}{bt};$$

θ—轉变到比例極限以外时的临界应力的降低系数；

χ—考虑到薄板边緣固定或与腹板的粗厚部分剛性联結而計算出来的临界应力对同一尺寸的自由支承薄板的临界应力之比；在研究应力σ_x时，χ系指各相应的最小临界应力之比；

m_0—标准工作条件系数；

ω—由于薄板的初始扭曲或荷載的偏心作用而引起的临界应力的降低系数；

f_0—初始扭曲的矢高。

本書的公式是分别按每一節来編号的。

全部公式都用兩个数字来編号，第一个数字指公式在本節中的次序，第二个数字指公式所在的節数。

所有公式和章節的引証，如果沒有特别說明，則都是指本篇內的公式和章節。

緒　論

按照容許应力的結構計算方法，長期以来成为鋼結構設計中的唯一方法。这种方法的缺点大家都很了解。按照結構中的某一点或某一綫的最大应力来进行結構的計算，是由于忽略了鋼的塑性性能，以及采用了强度和稳定性的固定安全系数❶，因此这种方法所导出的結果，使結構的可靠性得不到正确的估算。应当予先說明，上面所指出的第一个缺点只是屬于强度計算方面的問題。驗算結構的稳定性只在形式上与容許应力有关系，而在本質上却是把作用在結構構件上的計算內力和临界內力加以比較而已。

創立按照极限狀态的計算原理，是苏維埃学者的巨大成就；苏維埃学者在这一方面大大地超过了外国的学者，并确立了苏維埃科学在这一重要部門中的优先地位。

創立新的、先进的計算法，是許多科学工作者和設計人員集体〔計算方法統一化委員会、中央工业建筑科学研究所(ЦНИПС)、国立鋼結構設計院（ГПИ Проектстальконструкция)、标准設計及技术研究所(КТИС)等〕研究的成果。这个方法反映了先进的苏維埃科学的特点：即高度的理論和实驗研究水平与实用目的相結合。由于运用新的計算法，使結構可靠性的估算更为精确，因而提高了經济性。

极限狀态的計算法是基立于下列的原则〔1〕、〔2〕:

1. 所謂結構的极限狀态，是指在此狀态下，結構的繼續使用应該停止。

2. 在容許应力的計算法中，所用的單一安全系数现在用三个分化出来的系数来代替，这三个系数分别表示荷載、材料和結構的工作条件。

---

❶ 在一種荷載(例如主要荷載)作用下，固定安全系數是不變的常數。

3. 計算的目的是要使結構得到必要的保証，即在結構的使用期間，其整体或个别構件不发生任何不能容許的极限狀态。

鋼結構的极限狀态可以分为兩种:

1) 第一种极限狀态是按照結構的承載能力(强度、稳定性和材料的耐久性)的极限狀态，在达到这种极限狀态时，結構就丧失抵抗外力作用的能力，或者产生殘留变形，使結構不能繼續使用;

2) 第二种极限狀态是結構在靜力荷載或动力荷載作用下发生急烈的变形，在达到这种极限狀态时，結構虽仍保持其强度和稳定性，但在結構中出現了变形或振动，以致使結構不能繼續使用。

按照极限狀态的結構計算法是非常先进的。这种极限狀态的定义，有相当大的共同性，因为它是根据对結構的基本要求——保証結構使用的連續性而拟定的。

將总的安全系数划分为三个系数(超載系数、材料均質系数和工作条件系数)，就可以用試驗和統計观測方法对这些数值的性質深入地加以研究。此外，这些系数的更进一步分化也是有可能的，这样就促进了材料的最大节約。

过渡到新的計算方法，就需要更深入地研究結構的极限狀态。

按照本書的方針，在本書中只討論适用于鋼梁第一种极限狀态的个别型式: 即簡單弯曲时的承載能力和鋼梁及其構件的稳定性。

第一个問題(梁的承載能力)对于梁在一个主平面內最簡弯曲情况是已經做了足够多的研究工作，这些研究主要是对矩形截面梁的。但是在大多数的研究工作里，从应力狀态的全部分量中只保留了主要的法向应力，因此得出偏大的极限荷載，有时是太大了。

过渡至按照极限狀态的結構計算法，就要求尽可能准确地估算出极限荷載的数值。这已經很明显地反映在結構設計标准草案的条文中([1]，第二节第一段)，文中指出:“結構的計算图和主要的計算前提，必須在最大程度上符合于結構的实际工作情况，幷須使計算結果所得出的結構計算承載能力不超过結構的实际承載能力”。

在現行的鋼結構設計技术規范中，在寻求极限荷載时，只对于有限种类的梁可以考虑其材料的塑性性能。要詳細地解釋这个問題，在某种程度上，我們的知識尚有不足。随着研究在复杂应力狀态下梁的极限狀态，这些限制將可以取消。

这种研究工作的第一个步驟，就是要考虑梁在弯曲时的剪应力。苏維埃学者〔Н.И.別舒霍夫(Безухов)、Н.Д.茹金(Жудин)、П.ф.巴潑康維奇(Папкович)、А.Р.尔扎尼金(Ржаницын)等〕曾經研究过这个重要問題，并建立了苏維埃科学在这个問題上的优先地位。他們的研究題目几乎全部都是矩形截面梁，当考虑应力狀态的兩个分量时，找出了矩形截面梁的塑性鉸的出現条件。

从矩形截面梁所得出来的結果，不能直接应用到鋼結構的計算中去，这些結果只可以作为研究工字截面梁的輔助資料。

但是必須防止把矩形截面梁的极限狀态准則机械地搬用到工字梁上去。矩形截面梁的极限狀态与最后一个塑性鉸的形成同时发生，該塑性鉸使梁变成可变系統(不考虑强化作用)；对于工字梁来說，应用同样的准則是錯誤的。

为了闡明这种区别的原因，我們回头看看第一种极限狀态的定义"………当所产生的殘留变形使結構不能繼續使用时，就达到了极限狀态"。

在有切力同时作用的弯曲中，工字梁的第一种极限狀态的准則就在梁腹板的全高度上形成塑性区域，而与翼緣的应力大小无关。实事上，切力的繼續增大，只有靠着翼緣的抗剪强度，方有可能，但同时有不能容許的殘留变形发展。类似的現象已由实驗充分地加以証明了。我們指出，这种現象与桁架的极限狀态完全相似。在桁架中，极限狀态开始于一个节間中全部腹杆的屈伏。

当切力不大时，工字截面梁的极限狀态所采用的准則与矩形截面梁的极限狀态的准則相同。当剪应力占优势的时候，虽然这兩个准則都是根据上面所述的第一种极限狀态的定义而得出来的，但是它們之間的差別却表現得很明显。

本書第一篇研究了在考虑剪应力时用理想的彈性-塑性鋼制

成的矩形截面梁和工字截面梁的极限状态。本篇的主要目的是求得各种形式的工字截面梁的极限条件，并拟定一次和多次加載时的静定梁和連續梁的实用計算法。

在研究梁的稳定性問題之前，先把彈性-塑性系統丧失稳定性現象的一般性質作了一些說明。

稳定性的丧失可以分为兩类。

第一类稳定性的丧失是数学概念上的現象，因为只有絕对精确地实現了某些几何、物理和靜力的条件后才可能丧失这种稳定性。假設，荷載与参变数λ成比例地增大，就可以得出这种現象的本質。当λ值在零值至临界值(λ_K)的范圍以內时，就只发生一定形式的变形，我們把它叫做第一次变形。在这个范圍內的平衡是稳定的(系指除去了微小的擾动以后，就恢复到原来的位置)。当λ的数值繼續增大时，第一次平衡形式逐漸变为不稳定，而新的稳定平衡形式表示出現了另一种变形，这种变形在本質上与第一次变形不同，我們把它叫做第二次变形。假使第二次变形与$\lambda-\lambda_K$的差数一道消失，那就是說，在$\lambda=\lambda_K$的点上发生了平衡形式的分歧。也可能发生另一种情况，就是一种的平衡形式突变为另一种的平衡形式，并且在$\lambda=\lambda_K$时，第二次变形就立刻达到了它的最后值。理想的直綫杆件的縱向弯曲、理想的平面薄板准确地在其中心面內承載时的凸屈現象等，都可作为平衡形式分歧的例子。薄壁球形壳体承受徑向的均布外压力时的“棉花”現象(瞬时轉变成为最后变形的新平衡狀态)，可以作为最后第二次变形的例子。

要找寻出符合于平衡形式分歧(“小变形的稳定性”)时的λ_K值，只要应用直綫的彈性理論的方法便已足够。但要研究瞬时最后变形的临界狀态(“大变形的稳定性”)和研究临界以后阶段，在任何情况下都必須引用非直綫的彈性理論方法。

应当强調指出，第一次变形和第二次变形可以有同类的組成部分；例如，在同一平面內，可以在兩种不同的情况下发生弯曲变形。它們本質上的区别就是表示兩种变形形式的同类部分的函数，在广义上說必須是正交的，就是对于具有第二次变形的平衡狀态

的微分方程式組的特征函数，有正交的条件。現在我們来研究兩端鉸承（其中一端可以沿軸向移动）的杆件作为例子，这种杆件具有双半波的非常緩傾的正弦曲綫的准确形狀。在杆件的兩端并沿其兩端点的联綫方向加以压力来压縮这根杆件。那末，除了杆件的軸縮短以外，第一次变形就表現在双半波的波幅扩大上。由于第一次变形是很小的，可以認为，临界力是与歐拉的結果相同，而第二次变形是表示具有單半波的正弦曲綫。因此，表示第一次变形和第二次变形的兩个函数，在等于兩鉸間距的区間內是正交的。

在一維系統（杆件）和二維系統（薄板、壳体）中，临界以后阶段的进展是不相同的。在一維系統中，变形增長得很快，因此我們应該把临界荷載看作为极限荷載。在二維系統中，由于具有某些条件，有可能使荷載重新分配，因此，其所得結果大大地超过了临界荷載的合力。这种系統的极限荷載决定于第二种临界狀态的出現，即第二类稳定性的丧失。

当杆件的几何形狀不够准确而有初始偏差，或者力的作用点有偏心时，都会出現第二类稳定性的丧失。从負荷开始时，这些原因就同时引起了第一次变形現象和第二次变形現象，而且使这兩种变形現象繼續不断地扩展，直至达到了临界狀态为止。假使把荷載的参变数 λ 当作是任一特点上的变形数值的函数，那末，临界狀态就相应于达到 λ 的最大値，也就是变形的繼續增大就要引起荷載的降落。如果不是在系統（指塑性材料所構成的系統）中的某些区域中出現了非彈性变形，則临界狀态就不可能产生。

荷載达到了最大値就是第二种临界狀态，这个定义就可以得出这样的結論：临界以后阶段（指荷載的繼續增大）是不存在的，即，临界荷載就是极限荷載。但是应当着重說明，此处所指的正是稳定性的丧失，而不是强度的消失。这一点可以很容易地用一矩形截面的受压受弯杆件的例子来加以說明，只要在这种杆件的一部分危險截面上发生了塑性变形，它就要失去稳定性，而不是在杆件的全截面上，如同强度消失的准則所要求的那样。

在結構中經常有初始扭曲，而其外力的作用点又經常有偏心，