

鐵 氏

工程力學

下 冊

江 可 宗 譯

龍門聯合書局出版

鐵 氏
工 程 力 學

S. Timoshenko 原 著

江 可 宗 譯

龍 門 聯 合 書 局 出 版

鐵 氏
工 程 力 學
下 冊

S. Timoshenko 著
江 可 宗 譯

★版權所有★

龍 門 聯 合 書 局 出 版
上 海 南 京 東 路 61 號 101 室
中 國 圖 書 發 行 公 司 總 經 售
廣 華 印 刷 廠 印 刷
上 海 大 連 路 19 弄 16 號

1953 年 6 月 初 版 印 數 2001-3100 冊
1953 年 11 月 再 版

新 定 價 ￥ 17,500

上 海 市 書 刊 出 版 業 營 業 許 可 證 出 029 號

譯 序

本書原著是鐵摩先可關於大學基本力學課程的著名文獻，在資本主義世界中是一本被推崇為「經典著作」的教材。很顯然，這樣一本著作對我們學習工業科學的基本理論是有鉅大的參攷價值的。

當初譯這本書是出於教學上的需要。一九四九年秋，譯者在同濟大學機械系教「動力學」，需要一本講義，先譯了本書的下冊；第二年，在原校土木系開「靜力學」課，才補譯出上冊。初稿完成後，曾送請中央人民政府出版總署編譯局審查。審訂後，編譯局曾給予極大的支持，使這本書能夠出版。譯者在此謹致衷心的感謝。

本書書名，就內容而論，應稱為「工程剛體力學」。但這一叫法不通行，所以還是照原著書名直譯為「工程力學」。工程力學這一門課程，根據一九五〇年中央頒發的「高等學校理工學院各系課程暫行規程（草案）」，應包括材料力學在內。而且，真正要「循名責實」的話，那末「工程力學」或者以前流行的名稱——「應用力學」就幾乎應該包括工科的全部力學課程（材料力學、流體力學、熱力學……）。所以本書的書名是不夠確切的。至於目前將這門課程改稱為「理論力學」的說法，顯然也還有可商榷的地方。如果是為了說明這門課程的基礎性質，恐怕還是稱之為「基本力學」相宜些。

關於本書的譯文方面有兩點需要說明：原著所用的單位系統是英美呎磅制，譯文中已全部換算成公制單位。再，原著中有一小部份習題，譯文中已做了解答，改為例題，目的是增強本書的參攷作用，以便於自學。

本書錯誤或不妥當的地方，希望讀者多多指正。

江可宗

一九五一年八月，上海。

本書應用的符號

A	面積
a	加速度, 半徑
a_n	法線加速度
a_r	相對加速度
a_s	補加速度
a_t	切線加速度, 參考系加速度
B	彈力彎矩常數
C	積分常數
c	阻尼係數
cm	公分
a, b, c	尺度
D	直徑
d	直徑, 力臂
E	彈性模數
e	偏心率, 復形係數, 自然對數的底
F	作用力, 摩阻力
f	週率, 索鍊的彎落(矢高)
G	剪力彈性模數
g	地心加速度
H	極點距離, 索鍊的水平張力
h	高度, 厚度
I	惰矩或惰矩積
I_x, I_y, I_z	惰矩
I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}	惰矩積
i	惰矩半徑(旋轉半徑), $\sqrt{-1}$, 次序指數
J	面積極惰矩
j	節點數

K	一般常數
k	彈力常數
kg	公斤
L	曲線長度
l	跨度
M	力矩
$\mathbf{M}$	動量矩, 角動量
m	質量
m	公尺
N	法線分力
n	任意數, 每分鐘轉數
P	作用力
p	週率因力
Q	作用力
q	單位長度的重量
R	合力, 反作用力, 半徑
r	半徑, 射程
S	張力或壓力
s	距離
s	秒
T	切線分力
t	時間
U	動能
V	位能, 體積
v	速度
v_r	相對速度
v_i	參考系速度
W	重量, 重力
w	單位體積重量
u, v, w	正交坐標系坐標值
X, Y, Z	作用力在坐標軸方向的投影
x, y, z	正交絕對坐標系坐標值

$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	速度在坐標軸方向的投影
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	加速度在坐標軸方向的投影
α	角加速度, 相角
β	放大因數
γ	阻尼因數
α, β, γ	方向角, 方向餘弦
δ	變形
δ_{st}	靜力變形
$\delta x, \delta y, \delta z$	虛位移在坐標軸方向的投影
θ	旋轉角
$\dot{\theta}$	角速度
$\ddot{\theta}$	角加速度
μ	摩阻係數
π	3.1416
ρ	曲率半徑
ρ, θ	平面極坐標
σ	應力
τ	週期
ξ, η, ζ	正交相對坐標系坐標值
φ	摩阻角
θ, ψ, φ	角
ω	角速度
$\overline{AB}, \overline{v}$, 等	向量

內 容

下 冊 動 力 學

第九章 <u>動力學原理</u>	1
60. 導論.....	1
61. 質點的運動.....	2
62. 牛頓定律.....	4
63. 質點運動的一般方程式.....	7
64. 重力單位和絕對單位.....	8
65. 剛體運動的分類.....	9
第十章 <u>直線移動</u>	11
66. 剛體直綫移動的運動幾何.....	11
67. 運動方程式.....	19
68. 在常力作用下的質點運動.....	23
69. 作用力是時間函數的質點運動.....	27
70. 正比於位移的作用力——自由振動(一).....	29
71. 自由振動(二).....	36
72. 強迫振動.....	40
73. 強迫振動的應用.....	45
74. 慣性力——慣性力原理.....	48
75. 動量和衝量.....	54
76. 功和能.....	58
77. 能量不減定理.....	63
78. 碰撞.....	68
第十一章 <u>曲綫移動</u>	74
79. 剛體曲綫移動的運動幾何.....	74
80. 法綫加速度和切綫加速度.....	79
81. 質點的曲綫運動方程式.....	83
82. 拋射體的運動.....	86
83. 曲綫運動中的慣性力——慣性力原理.....	90
84. 動量矩.....	95

85. 曲綫運動的能量方程式.....	109
第十二章 剛體的定軸旋轉	108
86. 旋轉的運動幾何.....	108
87. 剛體定軸旋轉的運動方程式.....	111
88. 不變力矩作用下的旋轉運動.....	115
89. 扭轉振動.....	118
90. 一般的力矩正比於旋轉角的旋轉運動.....	123
91. 複擺.....	127
92. 旋轉運動的慣性力.....	132
93. 旋轉機件的內應力.....	135
94. 固定旋軸上的反作用力.....	139
95. 旋轉剛體的均衡.....	143
96. 角動量定理.....	148
97. 角動量的向量表示.....	158
98. 迴轉儀.....	154
99. 旋轉體的能量方程式.....	158
第十三章 剛體的平面運動	164
100. 剛體平面運動的運動幾何.....	164
101. 瞬時中心.....	167
102. 平面運動中移動和轉動的相互獨立性.....	171
103. 剛體平面運動的運動方程式.....	175
104. 剛體平面運動的能量方程式.....	84
105. 碰撞及碰撞中心.....	188
第十四章 相對運動	192
106. 相對運動的運動幾何.....	192
107. 相對運動的運動方程式.....	196
108. 相對運動中的慣性力.....	204
附錄 I 平面圖形的面積慣矩	207
附錄 II 物體的質量慣矩	219

動力學

第九章 動力學基本原理

60. 導論

靜力學以靜止的剛體作為研究對象，動力學以運動的剛體作為研究對象。動力學成功一門學科遠在靜力學之後。它的歷史一般認為從加利略(1564-1642)時代才開始。動力學基本理論的形成必須依靠實驗，它的遲遲發展主要就是由於實驗上的困難。在靜力學中我們只要處理兩種「量」：第一，物體本身或物體與物體間的空間關係——長度；第二，物體與物體間的相互作用——力。精密測量「長度」和「力」的儀器，構造比較簡單，發展也較早。在動力學中，除此之外，還要測量「時間」這一個「量」。可是夠得上稱為準確的計時儀器，像有鐘擺的鐘、有擺輪的錶都是比較近代的東西，在加利略時代是完全沒有的。精密測量「時間」的困難延緩了動力學的發展，這當然是很自然的事。

為了研究上的方便，通常把動力學分為兩大部門：**運動幾何**和**動力學**。運動幾何只研究「一個運動」的空間-時間關係，而不問產生這一運動的原因。譬如，一個車輪沿水平直線軌道等速滾動，運動幾何就只問車輪邊緣某一點的運動軌跡是什麼形狀；或者問某一時刻這一點在軌跡上將取什麼位置。至於產生這一運動的原因，是不加過問的。

動力學研究：一個物體或一系物體在一定外力作用下將產生怎樣的運動；或者要產生一種預定的運動必須用什麼樣的力來作用。譬如，有一個物體在光滑的水平平面上受到一個一定的水平力作用，要預測它如何運動就是動力學的問題。再如，在一定時間內，要使一個旋轉物體達到已定的轉速，必須在它旋軸上加一個多大的扭力矩來作用，也是動力學的問題。

整個動力學建築在幾條關於質點運動的自然規律上。所謂質點是指祇計位置而不計大小的定量物質。事實上，任何量的物質都有大小，都佔有空間；質點只是一個抽象概念。概念的構成無非是要排除一些

不必要的因素,使得問題中的決定因素能夠顯露出來。在力學中,這就是說,只要物體的大小不影響它的運動或雖有影響但影響極小,就可以把物體看成一個「質點」。譬如行星運動,星體的直徑都有千萬公里,不能不算體積龐大,但是它的體積比起它的運動軌跡來,那仍然是渺乎其小的,所以還是可當作一個「質點」。同樣,一個槍彈,因為本身尺寸比起彈道來也小得很多,所以也可以當作一個質點。質點既不計大小,本身自然沒有旋轉可言。電子之微小在我們心目中已經無法想像,似乎一定可以把它看作一個質點。實際上並不如此,討論電子的「角動量」時,我們必須顧到它的體積,決不可當它是一個質點;否則,就否定了它的旋轉,無所謂角動量。所以,總括起來說,「質點」只是一個抽象概念,並非具體的東西。

61. 質點的運動

質點在空間的運動軌跡稱為**運動路線**。路線佔三度空間稱為**空間路線**;佔兩度空間,稱為**平面路線**,最簡單的情形,運動路線是一根直線;質點在這種路線上的運動,稱為**質點的直線運動**。

第380圖表示一個質點的直線運動。質點在任一時刻 t 所在的位置可以由這一位置到某一定點 A 的距離 $\overline{AP}=s$ 決定。 s 稱為質點的**位移**。質點運動時,位移隨時變化。若每一時刻的 s 值都知道,那質



第 380 圖

點的運動情形就完全決定。假使在任何相等的一段時間 Δt 內,不管 Δt 的長短如何,質點移動的距離 Δs 都相等,那這一特殊情形就稱為質點的**均勻直線運動**。作這種運動的質點,它位移對時間的變化率 $\Delta s/\Delta t$ 稱為質點的**速度**,通常用 v 表示;

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

在均勻直線運動中,質點的速度當然是固定不變的。

比較一般的情形,質點在兩段連續的相等時間 Δt 內運動的距離並不相等,那就是質點的**不均勻直線運動**。假若質點在 t 及 $t+\Delta t$ 時刻

的位置分別是 P 及 P_1 (第 380 圖), 那末

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

就稱為質點在 t 到 $t + \Delta t$ 一段時間內的**平均速度**。 v_m 值隨時間 Δt 的長短而變化。運動變化當然不會取跳躍方式, 所以時間 Δt 選擇愈小, 質點在這一段時間內的運動就愈近乎均勻直線運動, 比率 $\Delta s / \Delta t$ 也愈接近運動的真實情形。若 Δt 無限變小, $\Delta s / \Delta t$ 也無限趨近一個一定值, 這一極限值就稱為質點在 t 時刻和 P 點的**點速度**(⁽¹⁾) (又稱**瞬時速度**);

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta s}{\Delta t} \right| \quad (30)$$

在不均勻直線運動中, 質點的速度隨時變化。速度變化對於時間的比率稱為**加速度**。例如第 380 圖中, 若質點在 t 時刻和 P 位置的速度是 v ; 在 $t + \Delta t$ 時刻和 P_1 位置是 $v + \Delta v$, 那末

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

就是質點在 Δt 一段時間內的**平均加速度**。當 Δt 這段時間向無限小減少時, 那末平均加速度的極限值

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| \quad (31)$$

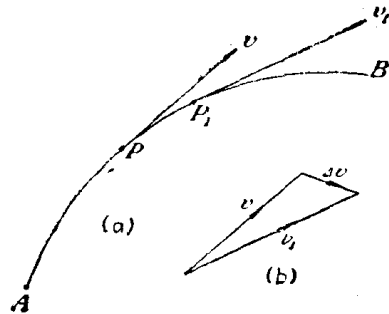
就稱為質點在 t 時刻和 P 位置的**點加速度**。

速度通常用一根線段來表示。這種幾何表示方法對於解決曲線運動問題特別有用。在質點的曲線運動中(第 381 圖), 我們把(30)式所規定的「速度」看成路線各點的切線上的一個個向量。質點在 t 及 $t + \Delta t$ 時刻的位置分別是 P 及 P_1 (第 381a 圖); v 和 v_1 分別代表質點在這兩位置的速度。 v 和 v_1 分別在路線 P 和 P_1 點的切線方向。從分離向量圖(第 381b 圖), 我們看得出, 速度的變化是一個方向跟路線斜交的向量 Δv , 所以質點在 Δt 這段時間內的**平均加速度**就是一個大小等

(1) 速度本來指位移對時間的比值, 實際上, 質點在一點不可能據有所謂「速度」, 而且我們直接量得出來的也只有「平均速度」。這說明, 「點速度」只是一個抽象概念。它的形成是因為要排除不需要考慮的因素。如果不構成這樣一個概念, 讓「平均速度」來直接參與力學問題的運算, 那就必須顧到兩個「位置」和兩個「時刻」。這樣, 稍微繁複一點的問題就會不可能計算。

於 $\Delta v / \Delta t$ 、方向跟 Δv 相同的向量。這向量，當 Δt 無限趨近於零的極限，就代表質點在 t 時刻的點加速度。

在曲線運動中，質點加速度的大小非但要看速度大小的增減而定，而且跟運動的方向也有關。因此，只有在速度的大小和方向都不變的質點均勻直線運動中，加速度才會等於零。



第 381 圖

62. 牛頓定律

在前一節的討論中，我們沒有追問過產生質點運動的原因。現在要進一步攷察作用在質點上的「力」對於質點的運動有什麼影響。這需要有幾條公理來做基礎。這些公理稱為動力學的基本原理。原理的正確性無法直接證明，不過由它們推出來的結論是跟一般的自然現象精密符合的；尤其在天文方面，根據這些原理推算出來的星體運動幾乎完全跟實際觀察相符合。

在動力學實驗方面，加利略是第一個得到成功的人。基本原理中，第一、第二兩定律都是他發現的。不過基本原理的最後形成還是要歸功於牛頓，所以這些原理又稱為牛頓定律。以下我們將詳細討論這些定律的內容。

第一定律：任何質點不受外力作用時，原來靜止的，繼續保持靜止；原來運動的，保持着均勻直線運動狀態。

第一定律又稱慣性定律。古時學者錯認為：要維持一個質點的均勻直線運動，必須要有一個跟運動方向相同的力，作用在質點上。這樣一個錯覺跟日常生活經驗也似乎符合，如在水平平面上射出一個物體，它速度必然要漸漸減少，最後歸於靜止。但是加利略已觀察到，在這種情形下，速度的減少是由於接觸面摩擦阻力和空氣阻力的存在；如果減少這些阻力，物體就會接近於作均勻直線運動；阻力減少得愈小，愈接近；在理想情形下，完全沒有阻力，物體自然將作均勻直線運動。在特殊情形下，當速度為零時，物體就處於靜止的狀態，好像沒有任何力加在它

上面一樣。第一定律假定了絕對靜止的存在，這是不對的，實際上靜止只能有相對的意義。大多數的工程力學問題中，我們都假定地球不動；質點的運動都是相對於地球而言。在一般情形下，由這假定推出來的結論跟實驗或觀察的結果相當符合。不過，在某些問題內，地球本身的運動却不能不考慮；否則，結果達不到所需要的精確度。在這種情形下，我們需要把恆星當作固定的坐標軸系來先確定地球的運動。

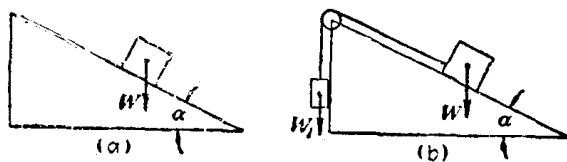
慣性定律說明物體有保持它原來運動狀態的特性。這特性稱為物體的慣性或惰性。慣性定律也可以當作是「力」的定義。若問什麼是「力」，有了這定律，我們就可回答說，力，它的作用是物體改變運動速度的原因；或者說，力的作用是產生加速度的原因。

第二定律：一個質點的加速度，大小跟作用在它上面的力的大小成正比，方向跟力的方向相同。

第一定律只對慣性和力作定性說明；僅僅說明了，力跟速度變化是互相關聯着而已。第二定律則進一步作定量說明，說明力跟加速度有什麼樣的關係。

第二定律也是加利略發現的。在他有名的落體實驗中，他已發現落體加速度的固定不變性，加速度的大小完全跟物體構成的物質無關。他這個結論後來由牛頓用無數次的精密實驗給以證實。牛頓觀察過各種物質做成的擺的振動，根據測出的振動週期，算出落體加速度等於 980cm/s^2 ，跟加利略測出的相同。以下我們一概用 g 代表這一加速度。

落體下降很快，因之，時間不容易測得準確，爲了消除這一困難，加利略另行觀察物體沿斜面的降落（第 382a 圖）。他發現：物體沿斜



第 382 圖

面下降的加速度也是一個不變常數（實驗中已經儘可能減少了摩擦力的影響）。觀察過各種不同傾斜角 α 的斜面運動後，他發現：物體沿斜

面下降的加速度 a 跟自由落體加速度 g 間有如下的關係：

$$a = g \sin \alpha \quad (a)$$

$\alpha = \pi/2$ 時，加速度 a 跟自由落體加速度 g 相同； $\alpha = 0$ 時，加速度等於零，質點作等速運動。

質點作斜面運動時，它上面作用各力，加利略已發現，不等於質點的重力 W (第 382a 圖)，而等於維持質點在斜面上平衡的重量 W_1 (第 382b 圖)。 W_1 比 W 要小一些，在不計摩擦阻力的情形下，是

$$W_1 = W \sin \alpha \quad (b)$$

比較一下 (a) (b) 兩式，立刻知道：當斜面角 α 變化時，加速度和力按同一比例變化。加利略根據這一實驗結果，得到力的大小跟加速度大小成正比的結論。換句話說，質點上力的大小若增減多少倍，加速度的大小也就增減多少倍。

加利略的實驗結果由牛頓加以推廣，列為動力學第二定律。本定律對於質點在受力作用以前的運動狀況未加任何限制。力產生的加速度跟質點原來的運動完全沒有關係。換句話說，一個已知力作用於質點，不管質點原來是在靜止狀態或運動狀態，也不管原來運動的方向如何、速度如何，所產生的加速度總是相同的。

同樣，對於作用在質點上的力的個數，本定律也未加任何限制。不論有多少個力同時作用在一個質點上，各個力所引起的加速度跟各自單獨作用時完全相同；力的效應絲毫不會受同時存在的其他的力的影響。因此，一個質點的合成加速度，完全像力一樣，也可以由所有各力所產生的加速度的幾何相加來決定。各力所生的加速度都各自跟各力的大小成正比，方向各自跟相應各力相同，所以合成加速度跟合力，也是大小成正比、方向相同。

有了以上兩定律，我們已經可以研究一個單一質點在力作用下的運動狀況。不過，這是不夠的。實際問題中需要處理的對象常常是一系質點（或一個剛體）或一系剛體。這就需要底下的第三定律來決定它們相互間的作用力及反作用力：

第三定律：每一個作用力必定有一個大小相等、方向相反的反作用

力相伴存在。換句話說，任何兩物體間的相互作用力必然是大小相等、方向相反的兩力。

一個物體加一個壓力於另一物體，那後一物體就必然有一個同樣大的壓力加於前一物體。兩個互相遠隔的物體，若一個吸引另外一個，那後一個也必定用同樣大小的相反力吸引前一個。不僅「萬有引力」如此，其他各種形式的力，像磁力、靜電力、兩接觸物體間的壓力（靜力學中討論過的）等也無不如此。磁鐵吸引鐵塊的吸力，大小跟鐵塊吸引磁鐵的力完全相等。

關於第三定律，最容易發生的誤解是誤認作用力及反作用力都集中作用在一個物體上，以致會得到任何力都不能使物體運動的荒謬結論。很多教科書上把旋轉物體上的「離心力」看成「向心力」的反作用力，是不對的。離心力是一種作用在旋轉物體上的「慣性力」（它的意義以後將討論），大小、方向都跟向心力的反作用力相同，可是後者並不作用在旋轉物體上。

關於物體的「重量」，通常也有一些誤解。「重量」指物體對支承物的作用力。它的大小、方向普通都跟地球加於物體的重力相同。認為重量就是重力，或者認為是支承物對物體的反作用力，是不夠精確的。因為物體和支承物如果同時有鉛垂方向的加速度，那末，重力在一定範圍內仍固定不變，而重量却會有顯著的增減。

63. 質點運動的一般方程式

質點的運動方程式根據第二定律而來。我們在落體實驗中已經看到，質點單獨受重力 W 作用時，產生的加速度是 g 。現在改用 F 力作用，這一質點如果產生的加速度是 a ，那末按第二定律， a 跟 g 的比率就應該等於作用力 F 跟重力 W 的比率，這就是說，

$$\frac{a}{g} = \frac{W}{F}$$

因此，得

$$F = \frac{W}{g} a \quad (32)$$

(32) 就是質點運動的一般方程式。只要知道作用力 F ，任何時刻的質

點加速度 a 都可以用(32)式來計算。

(32)式說明，如果作用力 F 的大小一定，它產生的質點加速度就跟因子 W/g 成反比。 W/g 因子的大小跟作用力的大小完全無關，純粹是質點本身具有的性質。所以，可以用來測量質點慣性的大小。這因子稱為質點的質量，通常用字母 m 代表，

$$m = \frac{W}{g} \quad (a)$$

或

$$ma = F \quad (32')$$

由(a)式看得出，質量 m 的因次是作用力除加速度；若力的單位用 kg(公斤)，長度單位用 m(公尺)，時間單位用 s(秒)，質量單位顯然就是 $\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}$ 。質量的單位在工程科學內是一種導出單位。力學中有四種基本量是相互獨立、不能彼此解釋的：(1)長度，(2)時間，(3)質量，(4)力。應用了以上運動方程式，在這四種基本量的單位中，只要任意選定三種，便能導出第四種的單位。

64. 重力單位和絕對單位

以上討論中，我們始終假定地心加速度 g 是一個不變常數，可是在精密測量下， g 值實際上是隨運動的所在地而變化的。緯度愈高，海拔愈低的地點， g 值也愈大。精確的 g 值公式是

$$g = 980,62(1 - 0,00264 \cos^2 \varphi - 0,0000003 h) \text{ cm/s}^2 \quad (a)$$

式中 φ 指運動所在地的緯度； h 指所在地離開中等海水面的高度，以 m 為單位。緯度 φ 最大的變化是 90° ，影響 g 值不過 0,5%； h 值如果發生 8000m 變化，影響 g 值也不過 0,25%，所以在工程力學問題中可以假定 g 是一個固定值。在以後計算中，我們一概規定 $g = 980 \text{ cm/s}^2$ 。

假使需要的精確度很高， g 值要按(a)式計算，那(32)式中重力 W 的大小自然也隨物體所在地點的不同而略有差別。這種差別可以由量力計中彈簧的伸長來測量（量力計，構造跟普通應用的彈簧秤一樣，用來測量作用力的大小）。如果需要更精確測量重力，那還可以用以下 § 9 所討論的方法，觀察物體的擺動週期。擺動週期跟物體所受重力的平方根成反比例，所以間接推算得出重力的大小。我們由加利略實