圜容較義　橢圜術
方圓闡幽　測天約術
弧矢啓秘

圜容較義

利瑪竇授
李之藻譯

中華書局

叢書集成初编

圖容較義（及其他四種）

中華書局出版發行

（北京王府井大街三十六號）

秦皇島市資料印刷廠印刷

一九九一年北京第一版

開本：七八七乘一〇九二毫米 三十二分之一

統一書號：ISBN7—101—00894—1/K·367

叢書集成初編所選守山閣叢書及海山仙館叢書皆收有此書守山時代較早且校讐精審故據以排印

閔容較義

四庫全書提要

圜容較義一卷。明李之藻撰。亦利瑪竇之所授也。前有萬歷甲寅之藻自序。稱凡厥有形。惟圜爲大。有形所受。惟圜至多。渾圜之體難名。而平面之形易析。試取同周一形。以相參考。等邊之形必鉅於不等邊形。多邊之形必鉅於少邊之形。最多邊者圜也。最等邊者亦圜也。析之則分秒不漏。是知多邊聯之則圭角全無。是知等邊不多邊。等邊則必不成圜。惟多邊等邊。故圜容最鉅。昔從利公研窮天體。因論圜容。拈出一義。次爲五界十八題。借平面以推立圜。設角形以徵渾體云云。蓋形有全體。視爲一面。從其一面。例其全體。故曰借平面以測立圜。面必有界。界爲線爲邊。兩線相交必有角。析圜形則各爲角。合角形則共成圜。故曰設角以徵渾體。其書雖明圜容之義。而各面各體比例之義。胥於是見。且次第相生。於周髀圜出於方。方出於矩之義。亦多足發明焉。

圜容較義序

自造物主以大圜天包小圜地。而萬形萬象。錯落其中。親上親下。肖呈圜體。大則日躔月離。軌度所以循環。細則雨點雪花。潤澤專於涓滴。人文則有旋中規而坐抱鼓。況顱骨目睛耳竅之渾成。物宜則有穀孕實而核含仁。蜸鳶翔魚泳虵蟠之咸若。胎生卵育。混沌合其最初。葩發苞藏。團欒于焉保合。俯視滙浮水面。仰觀暈合天心。摶風滃乎蘋端。湛露擎于荷蓋。砂傾活汞。任分合以成顆。鮫泣明珠。撒枓杆而競走。無情者飛蓬轉石。斡運總屬天機。有情若鼅網蟲窠。經營自澀意匠。若乃靈心濬發。尤多規運成能。壁水明堂。居中而宣政教。六花八陣。周衞而運正奇。樂部在懸。簫鼓共圜鐘迭奏。軺車欲駕。輪轂貫輻軸其旋。戲場有蹴鞠彈棊。雅事對蒲團蓮漏。忽然一嚏。成如珠如霧之詼奇。謾說恆沙。滿三千大千之國土。至於火炎銳上。試遠矚而一點圓光。水積紆迴。指參天而兩縫規合。蓋天籟地籟人籟。聲聲觸竅皆圜。如象官象事象物。粒粒浮空有爛。所以龜疇蓍策。用九之妙無窮。羲畫文重。圜圖之圖不改。草玄翁之三數。安樂窩之一丸。先天後天。此物此志云爾。凡厥有形。惟圜爲大。有形所受。惟圜最多。夫渾圜之體難明。而平面之形易析。試取同周一形。以相參考。等邊之形。必鉅於不等邊形。多邊之形。必鉅於少邊之形。最多邊者圜也。最等邊者亦圜也。析之則分秒不漏。是知多邊。聯之則圭角全無。是知等邊。不多邊等邊。則必不成圜。惟多邊等邊。故圜容最鉅。若論立圜。渾成一面。則夾至圜。何有周邊。周邊尚莫能窺。容積奚復可量。所以

造物主之。化成天地也。令全覆全載。則不得不從其圜。而萬物之賦形天地也。其成大成小。亦莫不鑄形于圜。即細物可推大物。即物物可推不物之物。天圜地圜。自然必然。何復疑乎。第儒者不究其所以然。而異學顧恣誕於必不然。則有設兩小兒之爭。以爲車蓋近而盤盂遠。滄涼遠而探湯近者。不知二曜附麗於乾元。將旦午之近遠嚼異。氣行周繞于地域。其厚薄以斜直殊觀。初暘映氣。故暉散影巨、而炎旭應微。亭午龍嚧、則障薄光澄、而曝射當烈。又有造四大洲之說。以爲日月遶須彌爲晝夜。地形較縱廣於由旬者。試問須彌何物。凌日與月而虧天。且縱廣奚稽。乃狹與彎之幾相積。由旬至億千萬。則地徑有度。金輪豈厚載所容。統忉利謂三十三。則象緯正圜。諸天之棊叅可惟。且夫極辨者。方圓之體。若白黑一二之難欺。最精者。方圓之度。當微渺毫芒之必析。沖虛撰模稜而侮聖。釋氏騁荒忽以黎民。彼曾不識圜形。惡足與窺乾象。夫寰穹邈矣。豈排空馭氣。可以縱觀。乃道理躍如。若指掌按圖。無難坐得。昔從利公研窮天體。因論圜容。拈出一義。次爲五界十八題。借平面以推立圜。設角形以徵渾體。探原循委。辨解九連之環。舉一該三。光映萬川之月。測圜者測此者也。割圜者割此者也。無當于曆。曆稽度數之容。無當于律。律窮絫黍之容。存是論也。庸謂迂乎。譯旬日而成編。名曰圜容較義。殺青適竟。被命守澶。時戊申十一月也。柱史畢公梓之京邸。近友人汪孟樸氏因校算指。重付剞劂。以公同志。匪徒廣略異聞。實亦闡著實理。其於表裏算術。推衍幾何。合而觀之。抑亦解匡詩之頤者也。萬曆甲寅三月既望。涼庵居士李之藻題。

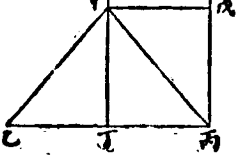
圜容較義

明利瑪竇授
李之藻譯
金山錢熙祚錫之校

萬形有全體。目視惟一面。卽面可以推全體也。面從界顯。界從線結。總曰邊線。邊線之最少者爲三邊形。多者四邊五邊乃至千萬億邊。不可數盡也。三邊形等度者。其容積固大於三邊形不等度者。四邊以上亦然。而四邊形容積恆大於三邊形。多邊形容積恆大於少邊形。恆以周線相等者驗之。邊之多者莫如渾圜之體。渾圜者多邊等邊。試以周天度剖之。則三百六十邊等也。又剖度爲分。則二千一百六十邊等也。乃至秒忽毫釐不可勝算。凡形愈多邊則愈大。故造物者天也。造天者圜也。圜故無不容。無不容所以爲天。試論其槩。

凡兩形外周等。則多邊形容積恆大於少邊形容積。

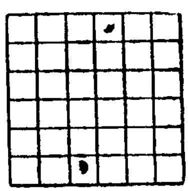
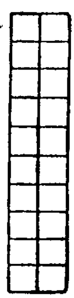
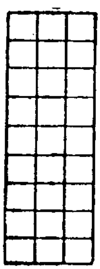
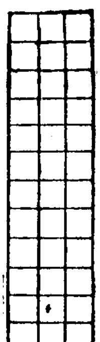
假如有甲乙丙三角形。其邊最少。就底線乙丙兩平分於丁。作甲丁線。其甲乙甲丙兩腰等。丁乙丁丙又等。甲丁丙角甲丁乙角皆等。則甲丁線爲乙丙之垂線。幾何原本一卷八·二 次作甲戊丙丁直角形。而甲戊與丁丙平行。戊丙與甲丁平行。視前形增一角者。一卷四又三十六· 旣甲丁丙甲丁乙兩形等。而甲丙戊與甲丁乙亦等。一卷三十四· 則甲丁丙戊方形。



與甲乙丙三角形自相等矣．以周論之．其甲戊戊丙丙丁甲丁四邊．皆與乙丁相等．甲丙邊爲弦．其線稍長．試引丙戊至己．引丁甲至庚．皆與甲丙線等．而作庚丁己丙形．與甲乙丙三角形同周．則贏一甲庚己戊形．故知四邊形與三邊形等周者．四邊形容積必大于三邊形．

凡同周四直角形．其等邊者．所容大於不等邊者．

假有直角形等邊者．每邊六．共二十四．其中積三十六．另有直角形不等邊者．兩邊數十．兩邊數二．其周亦二十四．與前形等周．而其邊不等．故中積只二十．又設直角形其兩邊各九．其兩邊各三．亦與前形同周．而中積二十七．又設一形兩邊各八．兩邊各四．亦與前同周．而中積三十二．或設以兩邊爲七．以兩邊爲五．亦與前同周．而中積三十五．是知邊度漸相等．則容積因漸多也．

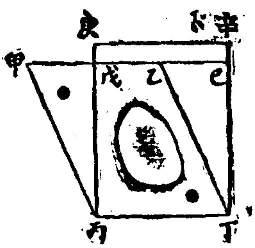





試作直角長方形．令中積三十六．同前形之積．然周得三十．與前周二十四者迥異．令以此周作四邊等形．則中積必大於前形．

凡同周四角形．其等邊等角者．所容大於不等邊等角者．

設甲乙丙丁不等角形．從丙丁各作垂線．又設引甲乙至己．作戊丙己丁四角相等形．十一卷三十五與不等角

形同底原相等。一卷十九又三十四。甲乙亦同戊己而乙丁及甲丙線則贏於己丁戊丙線。是甲乙丙丁之周大於戊丙己丁之周。試引丁巳至辛與乙丁等。引丙戊至庚與甲丙等。而作庚丙辛丁形。則多一庚戊辛己形。因顯四等角形大於不等角形。



以上四則見方形大於長形。而多邊形更大於少邊形。則圜形更大於多邊形。此其大略。若詳論之。則另立五界說、及諸形十八論於左。

第一界等周形　謂兩形之周大小等。

第二界有法形　謂不拘三邊四邊及多邊。但邊邊相等。角角相等。卽爲有法。其敧邪不就規矩者。爲無法形。

第三界求各形心　但從心作圜。或形內切圜。或形外切圜。皆相等者。卽係圜與形同心。

第四界求形面　謂周線內所容。人目所見。乃形之一面。

第五界求形體　如立方立圜三乘四乘諸形。乃形之全體。

第一題

凡諸三角形。從底線中分作垂線。與頂齊高。以中分線及高線作矩內直角方形、必與三角形所容等。

解曰。有甲乙丙三角形。平分乙丙于丁。于庚作垂線。至甲至辛。作甲丁己丙及辛庚己丙直角。題言直角

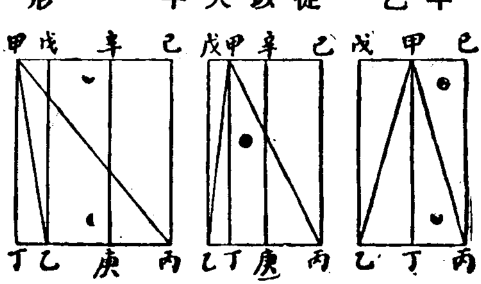
與三角形等。

先論曰。甲乙丙三角形。平分乙丙于丁。作甲丁線。次從甲作戊己線、與乙丙平行。又作己丙戊乙二線。成直角形。此直角倍大于甲丁丙己形。亦倍大于甲乙丙角形。一卷四十一。故甲乙丙三角形。與甲丁丙己形等。一卷三十六。

次論曰。作甲丁垂線。而第二圖丁非甲乙之平分。第三圖甲在方形之外。皆從甲作戊己線。引長之。與乙丙平行。成戊己丙乙方形。及甲己丙丁方形。而各以丙乙平分于庚。作庚辛垂線。視甲丁爲平行。亦相等。一卷三十四。其戊己丙乙倍大于辛庚丙巳。亦即倍大于三角形。何者。以辛庚丙己長方形分三角形底線半故。一卷三十六。

第二題

凡有法六角等形。自中心到其一邊之半徑線。作直角形線。其半徑線及以形之半周線。舒作直線。爲矩內直角長方形。亦與有法形所容等。



解曰。有甲乙丙丁戊己法形。其心庚。自庚至甲乙。作直角線。爲庚辛。另作壬癸線。與庚辛等。作癸子與甲乙丙丁線等。即半周線也。題言壬癸子丑直角形。與甲乙丙丁戊己形之所容等。

論曰。自庚到各角皆作直線。皆分作三角形。皆相等。一卷八。其甲乙庚三角形。與甲辛辛庚二線所作矩內

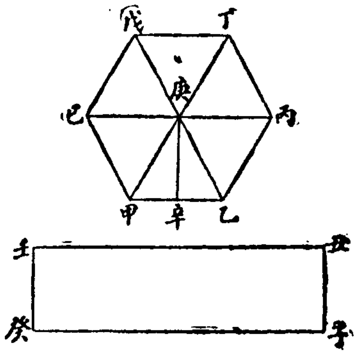
直角形等。以甲辛分甲乙之中故。本篇一題。若以甲乙丙丁半形之周線。爲癸子線。以與壬癸線。共作矩內直角形。卽與有法全形等。蓋此半邊三箇三角形。照甲乙庚形。作分中垂線。其矩線內直角形。俱倍本三角形故。

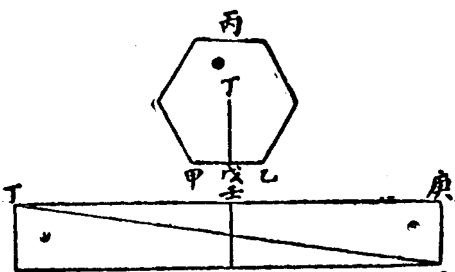
第三題

凡有法直線形。與直角三邊形。並設直角形。傍二線一長一短。其短線與有法形半徑線等。其長線與有法形周線等。則有法形與三邊形正等。

解曰。甲乙丙有法形。其心丁。從丁望甲乙作垂線。又有丁戊己直角形。其邊丁戊與法形丁戊等。其戊己線又與甲乙丙之周線等。題言丁戊己三角之體。與甲乙丙全形等。

論曰。試作丁戊己庚直角形。兩平分于壬辛。作直線與丁戊平行。則丁戊辛壬直角形。與甲乙丙形相等。本篇二題。何者。戊辛線得甲乙丙之半周。而又在丁戊矩內。卽與有法形全體等故也。其丁戊己三角形。與





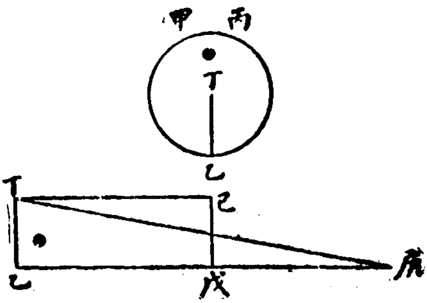
丁戊壬辛直角形等．則丁戊己三角形．與甲乙丙全形亦等．

第四題

凡圜取半徑線及半周線．作矩內直角形．其體等．

解曰．有甲乙丙圜．其半徑爲丁乙．又有丁乙戊己直角形．兩丁乙等之半圜線與戊乙等．題言甲乙丙所容．與丁乙戊己直角形所容等．

論曰．試以乙戊引長到庚．令庚戊與乙戊等．則乙庚與圜周全等．次從丁望庚作直線．既丁乙庚三角形之地．與全圜地相等．（在圜書一題）而丁乙戊己又與丁乙庚三角形等．（本篇四又一卷四十一）則丁乙戊己自與全圜體等．

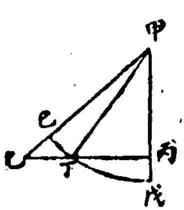


第五題

凡直角三邊形．任將一銳角于對邊作一直線分之．其對邊線之全與近直角之分之比例．大於全銳角與所分內銳角之比例．

解曰．有甲乙丙直角三邊形．丙爲直角．從甲銳角望所對丙乙邊．任作甲丁線．題言丙乙線與丙丁線之比例．大於乙甲丙角與丁甲丙角之比例．

論曰．甲丁線大於甲丙．而小於甲乙．（一卷十九）若以甲爲心．以丁爲界．作半規．必分甲己線于乙之內．而透甲戊線于丙之外．其甲乙丁三角形．與甲己丁三角形之比例．大

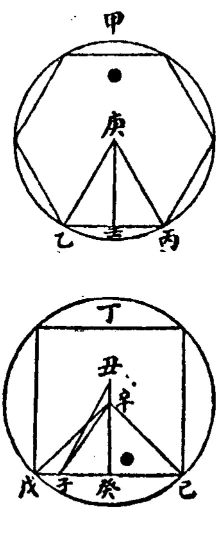


于甲丁丙三角形。與甲丁戊之比例。何者。一爲甲乙丁大形與甲己丁小形比。一爲甲丁丙小形與甲丁戊大形比也。則更之乙甲丁形。與丁甲丙形之比例。大於己甲丁形與丁甲戊形之比例。五卷二十七。合之則乙甲丙形與丁甲丙形。即是乙丁線與丁丙線之比例。形之比例，與底線之比例相等。在六卷一。固大於甲己戊形與甲丁戊形之比例。其甲己戊圜分與甲丁戊圜分之比例。原若己甲戊角與丁甲戊角之比例。六卷三十三系。則乙丙線與丁丙線之比例。大於乙甲丙角與丁甲丙角之比例也。

第六題

凡直線有法形數端。但周相等者。多邊形必大於少邊形。

解曰。設直線有法形二。爲甲乙丙。爲丁戊己。其圜周等。而甲乙丙形之邊。多于丁戊己。不拘四邊六邊，雖十邊與十一二邊皆同此論。題言甲乙丙之體。大于丁戊己之體。



論曰。試於兩形外各作一圜。而從心望一邊作庚壬。作辛癸兩垂線。平分乙丙于壬。分戊己于癸。三卷三。其甲乙丙形多邊者。與丁戊己形少邊者。外周既等。而以乙丙求周六而徧。以戊己求周四而徧。則乙丙邊固小于戊己邊。而乙壬半線亦小于戊癸半邊矣。茲截癸子與壬乙等。而作辛子線。又作辛戊辛己及庚丙庚乙諸線。次第論之。其己丁戊圜內各切線等。即勻分各邊俱

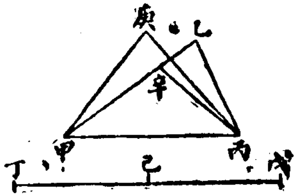
等。而全形邊所倍于戊己一邊。數與全圜切分所倍于戊己切分地亦等。則甲乙丙內形全邊所倍于乙丙一邊。與其全圜切分所倍于乙丙切分。不俱等乎。其戊己圜切分。與戊丁己全圜之切分。若戊辛己角之與全形四直角。（六卷三十三題之系）則以平理推之。移戊己邊于甲乙丙全邊。亦若戊辛己角之於四直角也。而甲乙丙內形周與乙丙一邊。猶甲乙丙諸切圜與乙丙界之一切圜。亦猶四直角之與庚乙丙角也。（六卷三十三之二系）則又以平理推戊己與乙丙。即戊癸與乙壬。而乙壬即是癸子。又以平理推。而戊辛己角與乙庚丙角。亦若戊辛癸之與乙庚壬也。（五卷十五）夫戊癸與癸子之比例。原大於戊辛癸角與子辛癸角之比例。（本篇五）則戊辛癸與乙庚壬之比例。大于癸辛戊與癸辛子之比例。（五卷十三）而癸辛子角大于壬庚乙角。（五卷十）其辛癸子與庚壬乙。皆係直角。而辛子癸角明小于庚乙壬角。（一卷三十二）令移壬乙庚角于癸子上。而作癸子丑角。則其線必透癸辛到丑。其庚壬乙三角形之壬與乙兩角。等于丑癸子三角形之癸子兩角。而乙壬邊亦等于子癸邊。則丑癸線亦等于庚壬線。而庚壬實贏于辛癸。（一卷二十六）令取庚壬線及甲乙丙半周線作矩內直角形。必大於辛癸線及丁戊己半周線所作矩內直角形也。（本篇二）然則多邊直線形之所容。豈不大于等周少邊直線形之所容乎。

第七題

有三角形。其邊不等。於一邊之上。另作兩邊等三角形。與先形等周。

解曰。有甲乙丙三角形。其甲乙大於丙乙。兩邊不等。欲于甲丙上另作三角形。與甲乙丙周等。兩邊又等。

其法作丁戊線與甲乙乙丙合線等．兩平分于己．甲乙乙丙兩邊併．既大於甲丙邊．一卷十．則丁己己戊兩邊併．亦大于甲丙．而丁己己戊甲丙可作三角形矣．一卷三十二．以作甲庚丙得所求．蓋庚甲庚丙自相等．而甲丙同邊．則二形之周等．而甲庚丙與甲乙丙爲兩邊等之三角形．此庚點必在甲乙線外．若在甲乙邊上遇辛．則辛丙線小於辛乙．乙丙合線．卽不得同周．

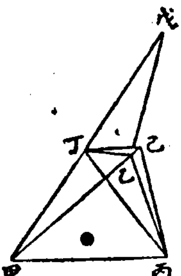


第八題

有三角形二等周等底．其一兩邊等．其一兩邊不等．其等邊所容．必多於不等邊所容．

解曰．有甲乙丙形．其甲乙邊大於乙丙．令於甲丙上更作甲丁丙三角形．與甲乙丙等周．本篇七．而丁甲丁丙兩腰等．亦與甲乙乙丙合線等．題言甲丁丙角形大於甲乙丙．

論曰．試引甲丁至戊．令丁戊與丁甲等．亦與丁丙等．又作丁乙乙戊線．夫甲乙乙戊合線．旣大於甲戊．卽大於甲丁丁丙合線．亦大於甲乙乙丙合線．此兩率者．令減一甲乙．則乙戊大於乙丙．而丁戊乙三角形之丁戊丁乙兩邊．與丁丙乙三角形之丁丙丁乙兩邊等．其乙戊底大於乙丙底．則戊丁乙角大於丙丁乙角．而戊丁乙角．踰戊丁丙角之半．一卷三十二．令別作戊丁己角．與丁甲丙角等．則丁己線在丁乙之上．而與甲丙平行．一卷二十八．又令引長丁己與甲乙相遇．而作己丙線聯之．其甲丁丙甲己



丙既在兩平行之內。又同底。是三角形相等也。六卷一。因顯甲己丙大於甲乙丙。而甲丁丙兩邊等三角形。必大於等周之甲乙丙矣。問戊丁乙角．何以論戊丁丙角之中．曰丁甲丙與丁丙甲兩角等．而戊丁丙爲其外角．凡外角必兼兩內角故也．

第九題

相似直角三邊形。併對直角之兩弦線爲一直線。以作直角方形。又以兩相當之直線四併二直線。各作直角方形。其容等。

解曰。有甲乙丙及丁戊己三角形。二相似。其乙戊兩角爲直角。而甲與丁丙與己角各相等。甲丙與丁己相當。甲乙與丁戊相當。題言併甲丙丁己爲一直線於上。作直角方形。與併甲乙丁戊作直線及併乙丙戊己作直線。各於其上作直角方形兩併等。

論曰。引長丁戊至庚。令戊庚與甲乙同度。次從庚作線與戊己平行。又引丁己長之。令相遇于辛。從己作己壬線與戊庚平行。一卷二十九。則己壬辛之角形與丁戊己相似。而丁戊己與甲乙丙相似矣。一卷三十二。何者。己壬辛角與庚角等。庚角與丁戊己角等。丁戊己角又與乙角等。而辛角與丁己戊角及丙角俱等。壬己辛角與甲角亦等。一卷三十四。又己壬邊與戊庚相等。則亦與甲乙相等。而壬辛與乙丙。己辛與甲丙。俱相等。一卷二十六。故丁辛線兼丁己甲丙之度。丁庚線兼丁戊甲乙之度。而庚辛亦兼戊己乙丙之度。庚壬即戊己也。一卷三十四。