

微分方程 所定義的积分曲綫

上 冊

秦元勳編著

科学出版社

统一书号：13031·1110

定 价： 1.15 元

微分方程 所定義的积分曲綫

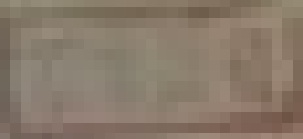
下 冊

秦元勳編著

科 学 出 版 社

统一书号：13031·1248

定 价： 1.45 元



1953年11月

微分方程 所定義的積分曲線

.....

.....

微分方程所定義的积分曲綫

上 冊

秦元勳編著

科 学 出 版 社

1959

微分方程所定義的积分曲綫

下 冊

秦元勳編著

科 学 出 版 社

1959

內 容 簡 介

力学及电学的振盪現象是工程技术中經常需要处理的重要問題，本书为振盪理論，特别是非綫性振盪理論提供数学处理的基础，因此本书对力学、无綫电技术及自动控制技术的研究工作者都是必备的数学参考书；对于数学工作者則介绍了联系实际的一个数学分支。此书并可供大学数学力学系专门化課程作教材之用。

本书分上下二册出版，此册为上册，至第四篇第二章止。

微分方程所定義的积分曲綫

上 册

秦元勳 編 著

科学出版社出版 (北京朝陽門大街117号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第061号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

1959年7月第一版

书号：1818 字数：237,000

1959年7月第一次印刷

开本：850×1168 1/32

(京)0001—3,000

印张：9

定价：1.15元

內 容 簡 介

力学及电学的振盪現象是工程技术中經常需要处理的重要問題。本书为振盪理論,特别是非綫性振盪理論,提供数学处理的基础,因此本书对力学、无綫电技术及自动控制技术的研究工作者都是必备的数学参考书;对数学工作者則介紹了联系实际的一个数学分支。此书并可供大学数学力学系专门化課程作教材之用。

本书分上下二册出版,此册为下册,自第四篇第三章开始至第七篇止。

微分方程所定義的积分曲綫

下 册

秦元勳編著

*

科学出版社出版 (北京朝陽門大街 117 号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1959 年 12 月 第 一 版

书号: 2031 字数: 309,000

1959 年 12 月 第一次印刷

开本: 850×1168 1/32

(京) 0061—8,500

印张: 11 11/16

定价: 1.45 元

序 言

庞卡莱在 1881—1886 年发表的“微分方程所定义的积分曲线”近七十年来已发展成为一个庞大的数学分支，我們称它为常微分方程的定性理論或几何理論。它在天体力学、无綫电技术、自动控制及星际航行等各个学科或尖端技术领域中已成为研究工作者必备的数学工具，在苏联及其它国家都得到了重大的发展。

本书主要内容曾于 1954 年高等教育部暑期講座中以“定性理論”为題(与王柔怀同志合編)作过报告，并于 1956—1957 年在数学研究所“微分方程所定义的积分曲线”討論班中进行过較系統的討論。在編写这本书时，引用了很多同志的譯稿和工作，为此謹对孙树本、龙季和、王槩芳、刘士泽、朱照宣、张芷芬、丁同仁、刘品馨、岳明进、张历宁、张棣、董金柱、刘永清、李文鏞、王明淑、陈祖浩、薛問西諸同志表示謝意。本书分两册出版，下册并附有文献目录。

承科学出版社和印刷厂的同志热情支援，黄启宇、韓京清、王联、王慕秋、蔡燧林等同志协助校对，使本书能及时供应 1959 年数学所講習班之用，深为感謝。

秦元勳

1959 年 7 月 1 日于数学研究所

目 录

序 言	iv
-----------	----

第一篇 历史概述

第一章 常微分方程早期发展簡况.....	1
§ 1. 常微分方程的产生及初期发展的阶段.....	1
§ 2. 微积分发明前的情况.....	1
§ 3. 常微分方程的发生与成长.....	3
§ 4. 严格理論基础的奠定.....	6
第二章 庞卡萊論文“微分方程所定义的积分曲綫”的 主题与思想.....	9
§ 1. 19 世紀后半期的若干主要发展.....	9
§ 2. 庞卡萊論文的思想.....	11
§ 3. 庞卡萊論文的主题.....	13
第三章 定性理論的发展簡况.....	22
§ 1. 发展的三个阶段.....	22
§ 2. 第一阶段.....	23
§ 3. 第二阶段.....	24
§ 4. 第三阶段.....	26

第二篇 奇 点

第一章 一次奇点.....	31
§ 1. 常点与奇点.....	31
§ 2. 常点附近积分曲綫的拓扑性質.....	34
§ 3. 一次綫性奇点附近积分曲綫的分布.....	39
§ 4. 附加非綫性項时的五种普通情形.....	48

§ 5. 临界結点与退化結点	61
§ 6. 若干物理实例	78
第二章 中心	82
§ 1. 中心判定之一	82
§ 2. 中心判定之二	93
§ 3. 中心存在之若干充分条件、若干物理实例	106
第三章 高次奇点的一般处理法	114
§ 1. 高次奇点的一般分类法	114
§ 2. 定号情形	116
§ 3. 奇异情形	119
§ 4. 不定号情形	125
第四章 几种特殊类型的高次奇点	138
§ 1. 班狄克生型奇点	138
§ 2. 李雅普諾夫型奇点	140
§ 3. 齐次方程	147
§ 4. 若干应用之例	152
第五章 空間奇点	162
§ 1. 三維空間中的基本类型	162
§ 2. 空間奇点附近的一般情形	181

第三篇 奇点的大范围分布

第一章 球面上奇点的存在及分布	187
§ 1. 奇点的存在	187
§ 2. 奇点的指数	191
§ 3. 指数之应用	203
第二章 其它閉流形上奇点之存在及分布	207
§ 1. 一般二維閉流形上的情形	207
§ 2. 二維閉流形的拓扑分类及奇点的存在与分布	209
§ 3. 一般空間情形	215

第四篇 极限环論

第一章 基本理論	223
§ 1. 庞卡萊-班狄克生原理	223
§ 2. 后繼点理論	230
§ 3. 极限环与速度場之发散量	238
§ 4. 极限环与参数变化之关系	243
第二章 范德坡方程	251
§ 1. 方程之导求	251
§ 2. 等傾綫法	253
§ 3. 极限环之存在性	256
§ 4. 极限环之唯一性及稳定性	265
§ 5. 极限环之位置	269
§ 6. 諧波平衡法	273
§ 7. 庞卡萊小参数法	274
§ 8. 克勒洛夫-博哥留波夫方法	278

目 录

第四篇 极限环論(續)

第三章 几种特殊类型的极限环.....	283
§ 1. 庞卡莱型的极限环.....	283
§ 2. 非綫性振动型的极限环.....	295
§ 3. 不連續系統的极限环.....	311
第四章 参数变动产生极限环的理論.....	317
§ 1. 問題及預备定理.....	317
§ 2. 由焦点及中心产生极限环.....	320
§ 3. 由多重极限环产生极限环.....	339
§ 4. 由分界綫环产生极限环.....	354
第五章 方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{Y_2(x, y)}{X_2(x, y)}$ 的极限环的相对位置.....	359
§ 1. 問題的提出及解答.....	359
§ 2. (P_1^*) 及 (P_1) 之不可能性.....	362
§ 3. (P_1^*) 及 (P_1) 之实现.....	367
§ 4. (P_2^*) 及 (P_2) 之实现.....	385

第五篇 全局結構之研究

第一章 全局拓扑結構及其稳定性.....	399
§ 1. 地形系統.....	399
§ 2. 粗系統. 結構稳定性.....	402
第二章 几种方程的全局研究.....	424
§ 1. 具有二次代数极限环綫之方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{Y_2(x, y)}{X_2(x, y)}$	424
§ 2. 不連續自动控制系统.....	438

§ 3. 分区綫性型方程	445
--------------	-----

第六篇 环面上的微分方程

第一章 环面上积分曲綫的拓扑結構	458
§ 1. 問題的提出	458
§ 2. 旋轉数	461
§ 3. 先行点与后继点集合	468
§ 4. 四类拓扑結構	475
第二章 环面上积分曲綫的几何与解析研究	479
§ 1. 各态历經型与中心型的解之分析表示式	479
§ 2. 环面上之对称原理, 中心型及极限环型的若干典型方程	484
§ 3. 奇异型不存在的邓儒阿充分条件	499
§ 4. 解对参数的全局連續依賴性	505
§ 5. 旋轉数之单調性質	518

第七篇 空間周期解

第一章 空間周期解的存在性	526
§ 1. 存在性定理, 点变换	526
§ 2. 一个物理实例	528
第二章 空間周期解附近的普通情形	545
§ 1. 問題的分类	545
§ 2. 焦点型与結点型	547
§ 3. 鞍点型	552
第三章 空間周期解附近的临界情形	559
§ 1. 中心型	559
§ 2. 不变测度	563
§ 3. 一个典型情形之研究, 殆周期解	566
第四章 強迫振动系統中的周期解	581
§ 1. 存在性定理, 点变换	581
§ 2. 一个物理实例	586

空間周期解唯一性及穩定性之一例	598
§ 4. 另一类存在性之証法	609
§ 5. 亞調和振動之存在性	614
§ 6. 亞調和振動之穩定性	623
§ 7. 博哥留波夫-米特羅波斯基本方法	632
第五章 空間周期解之大範圍分布	637
§ 1. 指數及空間周期解之分布	637
§ 2. 亞調和振動之數目	641
§ 3. 指數對周期解存在性之其它應用	643
參考文獻(上下冊)	646

第一篇 历史概述

第一章 常微分方程早期发展簡况

§ 1. 常微分方程的产生及初期发展的阶段：正如一切重大数学分支的开创，常微分方程是由人类生产实践的需要所产生的。这门学科已经产生和发展了三百五十年。它的每次进展，一方面由于生产实践通过力学、物理学及生产技术需要的推动力的作用；另一方面来自数学各分支的发展的需要的推动力的作用。这两种推动力互相交織，互相影响，但整个过程說来，决定性的一方面来自生产实践的推动力。常微分方程在每次发展中不断地为其它科学和数学的其它分支提供了探索自然界基本规律的有力武器，因而既支援了其它科学技术的发展，也同时在生产实践中得以应用。这种由实践中提出的微分方程問題，经过理論的总结，又返回实践中接受考驗和推动实践发展的过程正一次又一次地重复出現，但每一次又以更高一级的形式和实质出現。因此，簡要地闡述一下它的历史发展，以便对于这一数学分支的进展有所了解。

以下我們来談常微分方程早期发展情况的三个阶段：第一阶段是十七世紀前半期，这一阶段可以說是在微积分发明前的微分方程的阶段，也可以說是在微分方程的史前阶段；第二阶段是十七世紀后半期到十八世紀末，这是常微分方程发生和发展成为一个重要的数学分支和自然科学的基本工具之一的阶段；第三阶段是十九世紀上半期，这个阶段是确立与巩固常微分方程基础的时期。现在把三阶段分述于后。

§ 2. 微积分发明前的情况。由于航海及天文計算的需要，对数表的計算提上了日程。为了要对連續变化的数值給出它的对数的定义，苏格兰人約翰·納皮尔(John Napier, 1550—1617)給出