

高等学校函授教材(兼作高等教育自学和职工大学教学用书)

结构力学 学习指导书

湖南大学结构力学教研室

罗汉泉 王兰生 李存权 编

高等教育出版社

高等学校函授教材

(兼作高等教育自学
和职工大学教学用书)

结 构 力 学 学 习 指 导 书

湖南大学结构力学教研室

罗汉泉 王兰生 李存权 编

高等教育出版社

内 容 提 要

本指导书是根据1981年12月审订的《结构力学函授教学大纲》(草案)并结合湖南大学结构力学教研室编,杨菲康、李家宝主编的《结构力学》(第三版)教材而编写的。

本书的章节划分与上述教材完全一致。除第六章(静定空间桁架)和第十三章(结构的极限荷载)未编入指导书外,对其余十三章(绪论,平面体系的机动分析,静定梁和静定平面刚架,静定拱结构,静定平面桁架,静定结构的影响线,虚功原理和结构的位移计算,力法,位移法,渐近法和连续梁的内力包络图,矩阵位移法,结构弹性稳定的计算,结构的动力计算)都逐章编写了指导书。指导书中每章包括:该章的基本内容及学习要求、学习指导、示例分析以及关于教学安排和作业布置的建议。书后附有阶段测验作业题。

本书为土建类函授生教材,也可供土建类职工大学和高等学校学生以及其他自学人员、工程技术人员参考。

本书责任编辑 余美茵

高等学校函授教材

(兼作高等教育自学和职工大学教学用书)

结构力学学习指导书

湖南大学结构力学教研室

罗汉泉 王益生 李存权 编

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京顺义县印刷厂印装

开本 787×1092 1/16 印张 10.25 字数 224,000

1985年10月第1版 1985年10月第1次印刷

印数 00,001—14,200

书号 15010·0664 定价 1.35 元

前 言

在教育部1981年4月于北京召开的“高等工业学校函授教学工作会议预备会”上,建议在结构力学函授教材出版之前,推荐湖南大学结构力学教研室编,杨荫康、李家宝主编的《结构力学》(第三版)(以下简称“教材”)作为工科函授借用教材及高等教育自学用书,并委托湖南大学为该书编写一本符合函授、自学要求的学习指导书。

本《结构力学学习指导书》就是根据1981年12月召开的高等工业学校函授教学工作会议审订的《结构力学函授教学大纲》(草案)(以下简称“函授大纲”)并结合上述教材而编写的。

本指导书的目的在于帮助学生掌握教材各章的基本内容及重点,弄懂难点,明确解题思路,了解相关内容之间的内在联系,使学生能够较全面深入地理解教材的主要内容和掌握各种方法的解题要点。因此,在学习时,应将教材与本指导书对照进行学习:先认真阅读教材的有关章节,再学习本指导书的相应内容。指导书还在教材例题的基础上补充了一些示范性和典型性的示例,以帮助学生提高分析计算能力。

根据函授大纲的精神,教材中的第六章(静定空间桁架)和第十三章(结构的极限荷载)可以不学习,故指导书中略去;此外,教材中加“*”号的节次是属于参考性内容,也未编入指导书中。指导书每章后面所附的“教学安排及作业布置”系根据函授大纲中的“学时分配及作业安排的建议表”(见本指导书附录)提出的,供参考。进行函授教学时可以有一定的灵活性。指导书中的“测验作业题”,要求学生学完相应部分的内容后闭卷独立完成,以检查阶段学习效果。

本指导书的插图和公式均采用两套编号:引用教材的插图号(例如图1-1)和公式号[例如式(9-1)]时,仍然按原教材的编号;指导书中另编的插图号则标为图1.1,公式号标为式(9.1),等等。

本书由罗汉泉同志主编,参加编写的有:罗汉泉(第一、三、九、十、十五章)、王兰生(第二、五、十一、十二、十四章)、李存权(第四、七、八章)。在编写过程中得到教材主编杨荫康、李家宝两同志的热情关心和帮助,他们并校阅了全稿。

本书承同济大学潘亦培、李明昭、周兢欧、王子炬、陈培林同志及哈尔滨建筑工程学院范乃文同志审稿,他们对书稿提出了许多宝贵的修改意见。对此,表示衷心的感谢。

本指导书除供土建类结构力学函授教学使用外,也可供土建类职工大学和高等学校学生以及其他自学人员、工程技术人员参考。

由于我们水平有限并缺乏函授等教学经验,指导书中难免会有许多疏漏和不当之处,恳请读者批评指正。

编 者

一九八四年四月

目 录

第一章 绪论1	第四章 静定拱结构25
(一) 基本内容及学习要求.....1	(一) 基本内容及学习要求.....25
(二) 若干问题的说明.....1	(二) 学习指导.....25
一、关于结构力学的研究对象.....1	一、三铰拱的力学特点.....25
二、关于结构力学的任务.....1	二、三铰拱在竖向荷载作用下的计算.....25
三、关于平面结构的支座.....2	三、三铰拱内力图的某些特点.....26
四、关于结构的计算简图.....3	四、关于三铰拱的合理轴线.....26
五、学习本课程的方法和学习要求.....4	(三) 示例.....27
(三) 选取计算简图的补充示例.....5	(四) 教学安排及作业布置.....30
(四) 教学安排及作业布置.....5	第五章 静定平面桁架31
第二章 平面体系的机动分析7	(一) 基本内容及学习要求.....31
(一) 基本内容及学习要求.....7	(二) 学习指导.....31
(二) 学习指导.....7	一、桁架内力的正、负号规定.....31
一、关于刚片.....7	二、关于结点法.....31
二、关于几何不变体系的三个简单组成规则.....7	三、结点平衡的特殊情况.....32
三、机动分析的几个途径.....8	四、关于截面法.....33
四、超静定结构中多余联系的判别.....9	五、图解法.....33
五、三刚片体系中虚铰在无穷远处的情况.....9	六、关于组合结构.....34
六、各类平面体系的特征.....10	(三) 示例.....34
(三) 示例.....11	(四) 教学安排及作业布置.....39
(四) 教学安排及作业布置.....12	第六章 静定空间桁架(略)
第三章 静定梁和静定平面刚架13	第七章 静定结构的影响线40
(一) 基本内容及学习要求.....13	(一) 基本内容及学习要求.....40
(二) 学习指导.....13	(二) 学习指导.....40
一、绘制内力图的规定和要求.....13	一、影响线与内力图的比较.....40
二、运用截面法注意事项.....13	二、影响线方程的建立.....40
三、用叠加法作弯矩图.....14	三、虚位移图和影响线.....41
四、运用内力与荷载的微分关系指导绘制内力图.....16	四、关于最不利荷载位置的确定.....43
五、静定平面刚架的 M 图正误判别.....17	五、关于简支梁的绝对最大弯矩.....43
六、简支斜梁的内力图.....18	(三) 示例.....44
(三) 示例.....21	(四) 教学安排及作业布置.....49
(四) 教学安排及作业布置.....24	第八章 虚功原理和结构的位移计算50
	(一) 基本内容及学习要求.....50

(二) 学习指导	51
一、位移计算中的叠加原理	51
二、结构位移计算是几何问题	51
三、变形直杆的静力平衡条件和变形谐调条件	52
四、虚功与实功的概念	52
五、虚功中的力状态和位移状态	53
六、虚功方程在刚体体系中的应用	54
七、变形体系虚功方程与刚体体系虚功方程的区别	55
八、关于虚力原理的证明	55
九、平面杆件结构位移计算的一般公式	56
十、弹性体系在各种外因素影响下的位移计算公式	56
十一、用单位荷载法计算结构位移的步骤	57
十二、关于图乘法	57
十三、弹性结构的互等定理	58
(三) 示例	59
(四) 教学安排及作业布置	64
第九章 力法	65
(一) 基本内容及学习要求	65
(二) 学习指导	65
一、超静定结构的两个特征	65
二、荷载作用下的力法典型方程	65
三、支座位移影响下的力法典型方程	68
四、力法基本结构的合理选择	69
五、用力法解题过程中需注意的一些问题	72
六、关于超静定结构位移的计算	72
七、关于最后内力图的校核	74
(三) 示例	75
(四) 教学安排及作业布置	80
第十章 位移法	81
(一) 基本内容及学习要求	81
(二) 学习指导	81
一、位移法的解题思路	81
二、位移法的基本结构与基本未知量	83
三、位移法典型方程的物理意义	85
四、位移法与力法的比较	87
(三) 示例	87
(四) 教学安排及作业布置	92

第十一章 渐近法和连续梁的内力包络

图 93

(一) 基本内容及学习要求	93
(二) 学习指导	93
一、力矩分配法的基本概念	93
二、用力矩分配法计算连续梁和无结点线位移的刚架	96
三、关于无剪力分配法	98
四、关于迭代法	98
五、关于连续梁的内力包络图	100
(三) 示例	100
(四) 教学安排及作业布置	106

第十二章 矩阵位移法

(一) 基本内容及学习要求	107
(二) 学习指导	107
一、矩阵位移法的解题思路与步骤	107
二、单元刚度矩阵	112
三、用直接刚度法(后处理法)解题的要点	116
四、先处理法的解题要点	118
(三) 示例	119
(四) 教学安排及作业布置	123

第十三章 结构的极限荷载(略)

第十四章 结构弹性稳定的计算

(一) 基本内容及学习要求	124
(二) 学习指导	124
一、有关结构稳定计算的几个问题	124
二、关于确定临界荷载的静力法	125
三、确定临界荷载的能量法	126
四、关于具有弹性支承的等截面直杆的稳定	130
五、考虑轴向力效应的转角位移方程的推导	130
(三) 示例	132
(四) 教学安排及作业布置	135

第十五章 结构的动力计算

(一) 基本内容及学习要求	136
(二) 学习指导	136
一、动力计算的特点	136
二、建立运动方程的方法	137

三、单自由度体系的自由振动.....	139	(三) 示例.....	147
四、单自由度体系的受迫振动.....	141	(四) 教学安排及作业布置.....	153
五、多自由度体系的自由振动.....	143	测验作业题.....	154
六、多自由度体系在简谐干扰力作用下的受 迫振动.....	145	附录 学时分配及作业安排的建议表.....	155
七、关于振型分解法.....	146		

第一章 绪 论

(一) 基本内容及学习要求

本章内容包括: 结构力学的研究对象和任务, 平面和空间结构的支座, 结构的计算简图, 平面杆系结构的分类以及荷载的分类等。

通过本章的学习, 要求读者对结构力学这门课程的目的和内容(研究什么问题——结构力学的研究对象, 解决什么问题——结构力学的基本任务)有一个总体的了解; 同时, 对结构计算时采用的力学模型——结构的计算简图的重要性、选取的原则和方法有初步的认识。

(二) 若干问题的说明

一、关于结构力学的研究对象

结构力学的研究对象是工程结构。学习时, 应注意掌握下面几点:

1. 工程结构是用建筑材料建造的并用来承受荷载等外部作用的体系, 要求工程结构的各个部分(对于杆系结构, 即各个杆件)之间以及它们与基础或支承物体之间必须牢固地联成一个整体, 不致发生相对运动。

2. 结构的形式是多种多样的。它可以是一个单一的整体(例如挡土墙和整体式基础), 也可以是由多个构件组装而成的体系(例如屋架, 以至整个房屋的骨架)。

一个结构物又往往可划分为几个不同的结构部分来进行计算。例如, 一个工业厂房, 作为整体它是一个结构, 为计算方便通常又把它分为地上结构和基础两大部分。其中地上结构部分又可取出其屋盖中的屋架作为一个结构来进行分析; 屋架上面的屋面板也可看作是一个简单结构。等等。在结构计算中, 一根梁或一块板是最简单而常见的结构。

3. 工程结构依照几何观点可分为杆系结构、薄壁结构和实体结构三种(§ 1-1)。在上述三种结构中, 通常只有杆系结构才是结构力学研究的对象。而薄壁结构和实体结构则是弹性力学研究的对象。所以, 通常所说的结构力学是对杆系结构进行力学分析的一门学科。

二、关于结构力学的任务

§ 1-1 中指出: “结构力学的任务是研究结构的组成规律和合理形式以及结构在外因作用下的强度、刚度和稳定性的计算原理与计算方法”。现简要说明如下:

研究结构的组成规律是要明确组成结构的必要与充分条件, 这一问题在教材第二章讨论。

研究结构的合理形式是为了充分发挥材料的力学性能, 这一问题是分散在教材的某些章节中(例如 § 4-1, § 4-4, § 5-6 等)讨论的。

研究结构的强度、刚度和稳定性的计算是为了保证设计的结构物既安全可靠又经济合理,它们是力学分析的基本内容。进行这三方面计算的目如下:

1. 强度计算:主要是计算结构的内力,为结构的强度设计(这个问题将在钢筋混凝土结构等专业课程中研究)提供可靠的依据,以保证所设计的结构物既安全又不浪费材料。这一问题在教材第三~七章、第九~十三章以及第十五章的许多节中讨论。

2. 刚度计算:主要是计算结构的变形和位移,为结构的刚度校核提供依据。其目的是保证结构物在使用过程中不致产生过大的变形,使其控制在允许范围之内。这一问题主要在教材第八章、§ 9-5 以及第十五章的部分节次中讨论。

3. 稳定性计算:主要是计算结构丧失稳定时的最小临界荷载或荷载的临界参数,使设计的结构物所承受的最大荷载小于该临界荷载值。其目的是保证结构物能处于稳定平衡的受力状态而正常工作。教材的第十四章集中讨论这一问题。

在以上三方面的计算中,不仅强度计算需要求出结构的内力,而且刚度和稳定性的计算也都需要涉及内力计算。因此,研究各种结构在外因作用下的内力计算便成为本课程要讨论的基本问题(见教材第三~十五章)。

三、关于平面结构的支座(§ 1-2)

结构与基础或其他支承物体之间用以固定位置的联结装置称为支座。平面结构的支座有四种型式,各种支座均可用一定数目和联接方式的支承链杆来表示,它们各自的简图及支座反力详见 § 1-2。这里须注意两点:

1. 支座的两个特点。从几何观点来看,支座能使结构在该处的相应位移受到约束;从受力特点看,支座在位移被约束的方向将产生约束反力。例如,图 1.1a 所示活动铰支座(又称为可动铰支座),它是在 A 点沿竖直方向设置了一根支承链杆,这样就使上面的杆件在 A 处的竖向位移受到约束(即它不可能有竖向位移而只可能有水平位移和角位移),相应地这种支座只能沿竖直方向产生约束反力 R_A 而无其他方向的约束反力。又如图 1.1b 所示的固定铰支座,它由交于 A

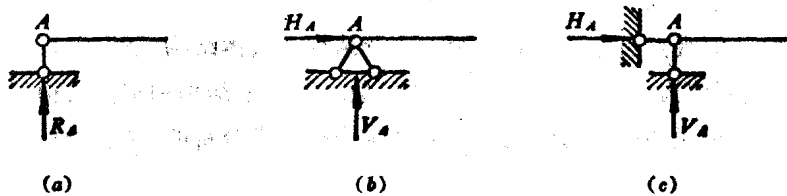


图 1.1

点的两根倾斜的支承链杆构成,这种支座使上面的杆件在 A 处既不能沿水平方向也不能沿竖直方向发生移动(但杆件可绕 A 点发生转动),故它可在水平和竖直两方向产生约束反力。对于图 1.1c 所示支座,它由交于 A 点的水平和竖向两链杆构成,其对上部杆件所起的位移约束作用及约束反力的特点与图 b 所示的支座完全相同,因此图 c 与图 b 所示的两种支座实质是完全一样的。

2. 支座的约束反力与支座的位移约束作用是一一对应的。也就是说, 支座对某一方向的位移能起约束作用, 则支座沿该方向就能产生约束反力; 反之, 若支座不能约束某一方向的位移, 则它就不能在该方向产生约束反力。例如, 图 1.1a 所示的支座 A 即无水平方向的约束反力和支座反力矩。

一般地说, 当支座具有水平位移的约束, 相应地有水平约束反力; 具有竖向位移约束, 其相应的约束反力为竖向集中力; 而对于转动的约束, 其约束反力则为力偶。

四、关于结构的计算简图 (§ 1-3)

结构的计算简图是从实际工程结构中略去次要因素, 从而抽象出来的一种简化的力学模型。对任何实际结构进行力学计算时, 都必须先选定其计算简图。由于它是用来代替实际结构进行计算的, 故计算简图选得是否合理, 将直接影响结构设计工作的质量。

选取计算简图在结构计算中是一个十分重要的问题。在开始学习结构力学时对此必须有基本的了解; 但它又是一个较为复杂的问题, 只有学完本门课程及有关后继课程后才能理解得深刻些。

§ 1-3 对选取计算简图的问题作了初步的介绍, 读者可着重注意领会下面几点:

1. 选取计算简图的原则和方法

选取的原则是既要使所选取的计算简图尽可能符合实际结构的主要受力和变形特征, 又要力求使计算简便。

选取计算简图包括对结构进行典型化和计算简化这两方面的工作。

在结构力学中, 也与其他学科一样, 首先必须对研究对象加以概括, 抓住它们的共同本质进行科学抽象, 从而得到某一典型化的模型来进行分析和研究。例如, 对于长度远大于截面尺寸的构件, 尽管它们的形状、材料、承受的荷载及支承情况可能各不相同, 但由实验分析得知, 它们在外因作用下发生变形时有一共同的特点: 变形后截面仍保持为一平面并仍垂直于构件的轴线, 故对这类构件都可引用平面假定。这样, 计算时就可抽象地用构件的轴线来代替构件本身, 这类构件便简化为杆件, 从而得出了杆件体系, 并建立起“杆件系统结构力学”的计算理论和方法。

在结构计算时, 除了需通过典型化的方法建立一般的计算理论外, 对每一种具体的结构, 还必须根据其具体的受力和变形情况作出简化, 以选定其计算简图。例如图 1.2a 所示的横梁, 除将梁抽象为以轴线来代替外, 还需要对其支承情况进行进一步的简化才能确定其计算简图。考察梁的实际工作情况, 梁不能上、下移动但其两端可绕支座发生微小的转动; 梁在水平方向不能移动, 但因梁式杆件不考虑轴向变形, 故可将梁的一端取作固定铰支座, 而另一端则取作可动铰支

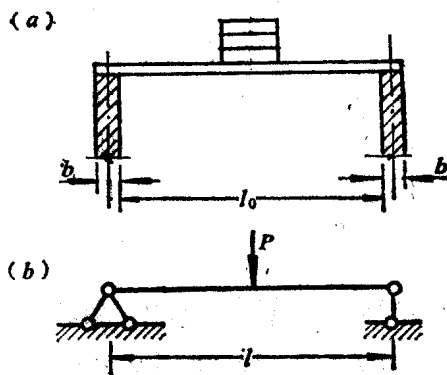


图 1.2

座,得到图 1.2b 所示的计算简图。为了确定梁的跨度 l ,还必须假定梁端支承反力的分布规律。通常假定梁端的反力为均匀分布,其反力的合力通过支承宽度的中点,故有 $l=l_0+b$ (l_0 为梁的净跨度, b 为墙宽)。引进上述简化假定之后,虽然对计算带来一些误差,但通常都在允许范围之内,而计算则方便多了。

2. 简化的内容

将实际结构简化为计算简图时通常包括下列几项简化工作:

(1) 结构体系的简化。绝大多数实际结构都是空间体系,在许多情况下都可把它们化为平面体系来进行计算。

(2) 结构内部的简化。结构各杆件以其轴线来代替;各杆件之间的联接,以结点来表示。根据各杆件之间的实际联接情况,可分别将它们简化为铰结点、刚结点和组合结点三种。其中,组合结点是指在同一个结点上,某些杆件之间为刚结而另一些杆件之间则为铰结的结点,如图 1.3 所示。

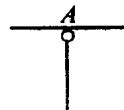


图 1.3

(3) 支座的简化。根据结构的杆件与基础的联接情况,通常总是把它们化为 §1-2 所述的几种支座。

(4) 荷载的简化。把实际上分布于整个构件内部的体荷载(如自重)和分布于构件表面某一部局面积的面荷载分别化为线荷载(沿杆轴方向的分布荷载)和集中荷载或集中力偶。

3. 计算简图的选取具有相对性和灵活性

对于同一实际结构,在前述选取原则的前提下可根据工作的需要选取不同的计算简图。一般说来,在选取计算简图时忽略的次要因素越多,带来的误差将越大,不过由此所确定的计算简图将较便于计算。通常可根据结构的重要性、设计的阶段、计算问题的性质以及所采用的计算工具等来确定是否采用计算精度较高但计算较繁的简图。例如,在初步设计阶段可采用较粗略的计算简图,而在作施工图的阶段应采用较为精确的简图。又如采用手算时,计算简图应力求简单,而使用电子计算机计算时,则可采用较为精确的计算简图。

顺便指出:尽管选取计算简图是很重要而又较复杂的问题,但对于工程中常见的结构,前人已根据长期的实践经验确定了合理的计算简图,可以直接引用。例如,房屋建筑中两端搁置于砖墙上的楼面梁,当其上铺设预制板时,就可将这种梁按简支梁来计算。又如,当雨篷的一端嵌在墙体内时,可将其当作悬臂梁来考虑。教材第三章~第十五章所用的计算简图,都是从实际工程结构中选取出来的较为成熟的简图。

4. 在进行结构计算时都是用计算简图来代替实际结构,故通常对这两者不再作严格的区分。教材中提到的“结构”,一般都是指结构的计算简图。因此,§1-4 中的“结构的分类”实际是指结构计算简图的分类。

五、学习本课程的方法和学习要求

结构力学是一门技术基础课,它既有较强的理论性,又有很强的实践性。在学习结构力学课程时,必须贯彻理论与实际相结合的原则。应着重注意如下两点:

一是要注意书本理论知识与实际工程结构知识的结合。要注意观察实际结构,了解它们的性能和使用情况,并考虑怎样用我们所学的结构力学知识来解决其力学分析问题,以便逐步培养自己的分析问题和解决问题的能力。

二是要重视基本理论的学习与基本技能(如解题运算能力)训练的结合。教材各章节的写法大都是先介绍有关问题的基本概念和计算原理、计算方法,这是解决问题的基本理论,在此基础上再辅以例题作进一步的说明。本指导书每一章的前两项(基本内容及学习要求;学习指导)对教材所述的有关基本概念和计算原理作了解释和归纳,主要目的也是为了帮助读者加深理解这些基本理论和基本知识。读者应对这些内容认真学习和思考,在此基础上再做习题。习题应按要求(数量和质量)完成。学习基本理论和做习题两者都应重视,缺一不可。只有打好了理论基础,建立了明确的力学概念和解题思路,才可能顺利、正确地完成作业;反过来,只有通过一定数量习题的基本训练,才能进一步巩固所学的概念,加深对基本理论的理解。

(三) 选取计算简图的补充示例

图 1.4a 所示为一仓库房屋骨架示意图,它是一个空间结构体系。其上屋面的重量和屋面承受的雪荷载等经由屋面板先传到一个个的横向骨架,然后再传到基础。因此,主要受力的部分是横向骨架。通常在进行受力分析时略去各横向骨架之间的纵向联系的作用,这样就把原来的空间结构化为一系列的平面骨架来分析。图 1.4b 所示即为其中的一个平面横向骨架。

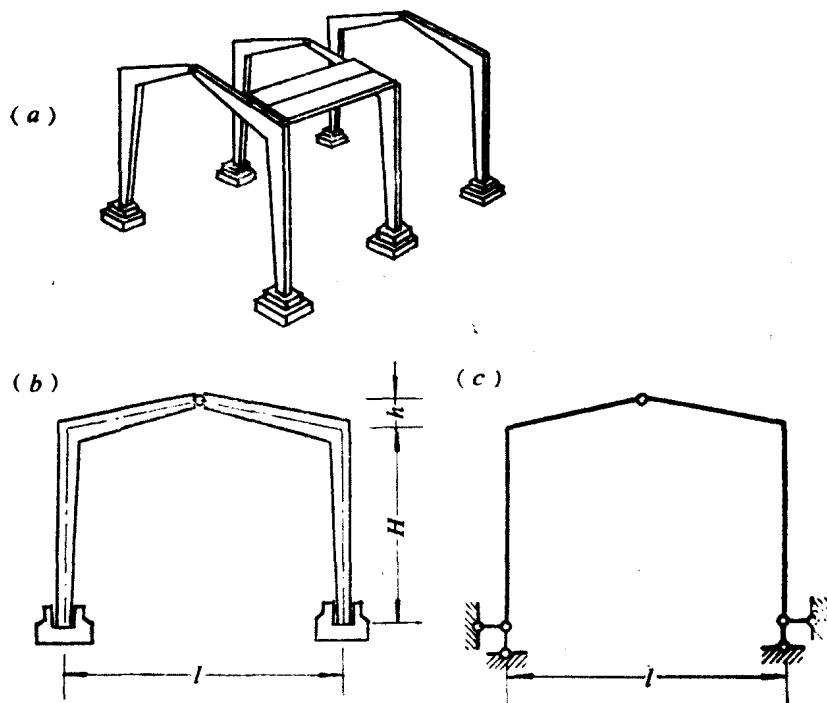


图 1.4

该骨架由左、右两个构件组成。它们之间的联接(中间的顶铰),通常是在左、右两个构件的

上端侧面各预埋一块钢板,在其中一侧的钢板中部焊接一节钢管,在另一侧钢板的两旁焊接两节钢管,将一螺栓插入这三节钢管的中间把两构件顶部联接起来(参见教材图 3-16a)。这种联接方法使得左右两部分不能相对移动但可发生相对转动,比较接近于理想铰结。其左右两部分的竖柱与斜杆联接处做成一个整体,竖柱与斜杆之间既不能相对转动也不可能发生相对移动,可视为刚结。竖柱底端插入现场做好的基础杯口内,且插入深度不大并在两者之间填入沥青麻刀。这种联接方式使柱与基础之间可发生微小的相对转动,故也可视为铰结。根据以上的联结情况,再将各杆件以其轴线来代替,便可得到图 1.4c 所示的计算简图。这种结构称为三铰刚架。

这种三铰刚架的斜杆和竖柱一般都是做成变截面的,在选取其计算简图时,通常是从其竖柱底端截面形心作竖线,再由顶铰两侧截面形心作平行于斜杆上边的直线,使之相交。这些直线即分别代表竖柱和斜杆的轴线。据此,三铰刚架的跨度 l 、竖柱高度 H 以及斜坡的高度 h 也就随之确定(见图 1.4c)。

(四) 教学安排及作业布置

本章面授 1 学时,自学 2 学时,无作业。

第二章 平面体系的机动分析

(一) 基本内容及学习要求

本章内容包括: 机动分析的目的, 平面体系的自由度, 几何不变体系的简单组成规则和平面体系在静力学解答方面的特性。

通过本章的学习, 应明确只有几何不变体系才能作为结构; 掌握几何不变体系的三个简单组成规则, 能熟练运用这些规则来分析一般平面体系的几何组成, 同时能准确判断超静定结构的多余联系及其数目。关于自由度的计算公式, 可作为选学内容。

(二) 学习指导

一、关于刚片 (§ 2-1)

对平面体系作机动分析, 其目的在于考察体系中各杆件之间的相互联接能否组成几何不变体系, 即研究体系的联接方式能否保证各杆件之间及它们与支承之间不发生相对运动。关于杆件本身的变形(材料的应变)所引起的体系几何形状的改变, 不属于机动分析所讨论的范围。因此, 对平面体系进行机动分析时, 可把其中的每一杆件(梁、链杆等)看作不变形的平面刚体, 简称为刚片。并且, 进一步也可以把体系中已经肯定为几何不变的某个部分看作一个刚片, 地基也可视为一个刚片。这样, 对平面体系作机动分析, 就在于考察体系中各刚片之间的联接方式能否组成几何不变体系。

二、关于几何不变体系的三个简单组成规则^① (§ 2-3)

1. 在教材 § 2-3 所述的三个简单组成规则中, 既规定了刚片之间所必需的最少联系数目, 又指明了它们之间应遵循的联接方式。这三个组成规则体现了组成一般无多余联系的几何不变体系的必要和充分条件。例如, 根据规则一, 两刚片相联, 至少应具有三根链杆(少于三根链杆, 体系必是几何可变的, 多于三根链杆则具有多余联系), 并且它们不能全交于一点也不能全平行, 这样才能保证所组成的体系是几何不变且无多余联系的。

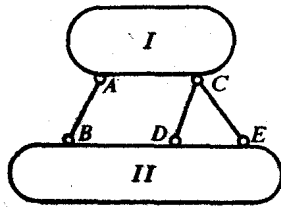


图 2.1

2. 这三个规则之间是有其内在联系的。如图 2.1 所示体系, 若将 AC 、 BDE 分别视为刚片

^① 几何不变体系的三个简单组成规则, 可用于分析常见的大多数体系。对于较为复杂的体系有时则需用其它方法(如零载法等)才能分析其几何组成。关于其它分析方法, 本章不予讨论。

I、II, 可把该体系看成是两刚片用 AB 、 CD 和 CE 三链杆或用链杆 AB 和铰 C 按规则一组成的无多余联系的几何不变体系; 若将链杆 AB 视为刚片 III, 则可将该体系看作是三刚片用 A 、 B 和 C 三个铰按规则二所组成的无多余联系的几何不变体系; 若将 AC 视为一两端铰接的链杆, 则可将体系看成是在刚片 II 上先后增加 $D-C-E$ 、 $B-A-C$ 两个二元体所组成的无多余联系的几何不变体系。由上述可知, 三个规则是可以相互沟通的。对于同一体系, 按三个规则分析所得的结论必定是相同的。因此, 可根据分析的方便灵活运用这三个规则中的任一个进行分析。

三、机动分析的几个途径

1. 当体系上具有明显的二元体时, 可先依次去掉其上的二元体, 再对剩下的体系进行分析。例如, 对图 2.2a 所示体系, 依次去掉二元体 $B-A-C$ 、 $D-B-E$ 和 $E-C-F$ 后, 可得图 2.2b 所示体系。对该体系分析可知, $HDGFI$ 是几何不变部分, 可把它视为一刚片, 而它与刚片 DE 、 EF 是在一直线上的三铰 D 、 E 、 F 相联, 是瞬变的, 这一部分再与基础相联, 这虽然符合规则一的要求, 但整个体系仍是瞬变的。

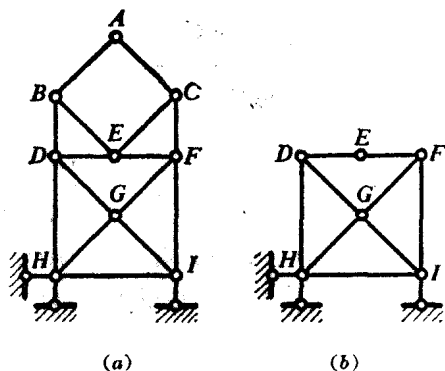


图 2.2

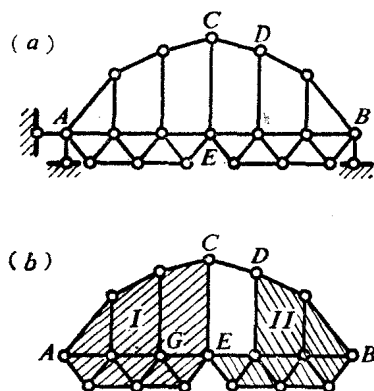


图 2.3

2. 当上部体系用三根支承链杆按规则一联接于基础时, 可撤除这些支承链杆, 只就上部体系本身进行分析。例如图 2.3a 所示体系, 它的几何不变性仅取决于图 2.3b 所示部分的几何组成情况, 故可只就该部分进行机动分析。其中 AEC 、 EDB 可分别视为刚片 I、II, 此两刚片用铰 E 和链杆 CD 按规则一组成, 故为几何不变且无多余联系的体系, 因而原体系(图 2.3a)为无多余联系的几何不变体系。

值得注意, 当体系中支承链杆多于三根时, 则必须把基础视为一刚片, 就整个体系(包括基础)进行机动分析。教材中例 2-1、2-2、2-3 即属这种情况。

3. 尽可能扩大刚片的范围, 以便利用组成规则进行分析。教材中例 2-1 把 ABC 、 ADE 分别视为刚片就是如此。

4. 把某些只具有两个铰的刚片视为通过两铰心的链杆。如教材例 2-2 中, 把具有两铰的折杆 AB 和 CD 分别视为链杆。

四、超静定结构中多余联系的判别

多余联系是指对体系的实际自由度没有影响的联系。从体系的几何组成上看, 多余联系并不影响体系的几何不变性。因此, 判别超静定结构的多余联系及其数目时, 应结合体系的几何组成来具体考虑。例如, 对教材图 2-19 所示体系, 从几何组成看, 将杆 AB 与基础一起视为一刚片, 再依次增加 $A-C-E$ 、 $C-D-F$ 两个二元体, 此外又添上了一根链杆 DB , 所以该体系具有一个多余联系。在刚片上从不同的角度增加两个二元体, 可以得知: AC 、 CE 、 CD 、 DF 、 DB 五根链杆中的任意一根都可认为是多余联系, 去掉其中任一根链杆后, 其余的就是必要联系。否则, 若简单地认为去掉五根链杆后剩下的简支梁为几何不变体系, 从而得出有五个多余联系的结论, 这就完全错了。

五、三刚片体系中虚铰在无穷远处的情况

根据规则二 (§ 2-3), 三刚片用三个铰(实铰或虚铰)两两相联, 若三个铰不在同一直线上, 体系是几何不变的且无多余联系; 若三个铰在同一直线上, 则体系是瞬变的。分析这类体系时, 常遇到虚铰在无穷远处的情况, 读者对此往往感到难于掌握, 现说明如下:

1. 一个虚铰在无穷远处

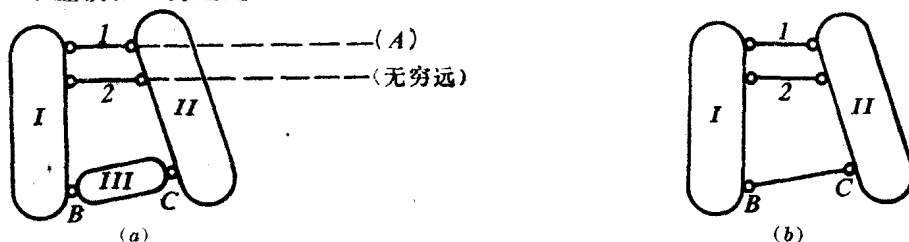


图 2.4

如图 2.4a 所示体系, 刚片 I 、 II 、 III 分别用 A 、 B 、 C 三铰两两相联, 其中虚铰 A 为两平行链杆 1、2 在无穷远处的交点。分析时, 可将刚片 III 以链杆 BC 来代替。于是图 a 所示体系可看成是两刚片 I 、 II 用三根链杆 1、2 和 BC 相联的情况(图 2.4b)。由规则一, 若两平行链杆 1、2 与 BC 不平行, 则它为几何不变体系, 而若 1、2 与 BC 平行, 则为瞬变体系。

由上述可知: 若组成虚铰的两平行链杆与其余两铰连线不平行, 则体系是几何不变的, 且无多余联系; 否则为瞬变体系。

2. 两个虚铰在无穷远处

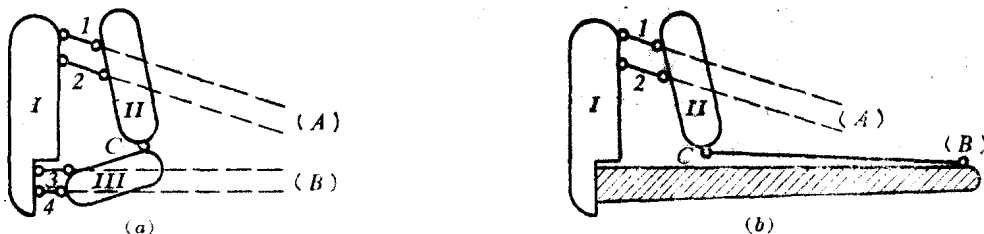


图 2.5

图 2.5a 所示刚片 I 、 II 、 III 分别用铰 A 、 B (均是在无穷远处的虚铰) 和铰 C 两两相联。其中刚片 III 与 II 用铰 C 相联, 与刚片 I 则在无穷远处用虚铰 B 相联。若以链杆 BC 代替刚片 III , 则链杆 BC 是在无穷远的 B 处与刚片 I 相联 (为直观起见, 可设想将刚片 I 接上一刚臂, 使它在无穷远的 B 点与链杆 BC 相联, 如图 2.5b 所示)。这样, 原体系便转化为两刚片 I 、 II 用三链杆 1 、 2 和 BC 相联的情况。因 B 在无穷远处, 故可认为链杆 BC 与链杆 3 、 4 是平行的。

根据规则一, 若链杆 BC 与 1 、 2 不平行, 体系是几何不变的; 若 BC 与 1 、 2 平行则是瞬变的。就是说, 对于图 2.5a 所示体系, 若组成虚铰 A 、 B 的两对平行链杆互不平行, 是几何不变且无多余联系的体系; 否则是瞬变的 (在特殊情况下, 若两对平行链杆 1 、 2 和 3 、 4 互相平行且等长, 则体系是几何可变的)。

3. 三个虚铰均在无穷远处

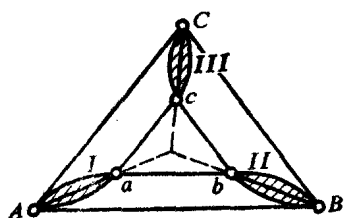


图 2.6

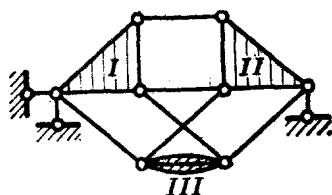


图 2.7

对于图 2.6 所示三刚片 I 、 II 、 III 用三对平行链杆 (AB 与 ab , AC 与 ac , BC 与 bc) 分别相联的体系, 教材例 2-5 已经证明它是瞬变的。一般地说, 对于三个刚片分别用任意方向的三对平行链杆相联的体系 (三个虚铰均在无穷远处) 是瞬变体系。

在特殊情况下, 若三对平行链杆是各自等长的 (如图 2.7 所示体系), 则体系是几何可变的。因为此时刚片间的相对平动可在一定范围内继续进行下去。

六、各类平面体系的特征

1. 几何不变体系

(1) 无多余联系的几何不变体系: 通常是按三个简单组成规则所组成。其静力特征是: 用静力平衡条件可求得它的全部反力和内力的确定值。

(2) 具有多余联系的几何不变体系: 通常除了具有按三个简单组成规则所要求的联系之外, 还增添了若干联系。其静力特征是: 仅用静力平衡条件不能求得其全部反力和内力的确定值。

2. 几何可变体系

(1) 刚片之间的联系数目少于三个简单组成规则要求的数目。

(2) 两刚片之间用三根相互平行且等长的链杆相联。

(3) 两刚片之间用全交于一个实铰上的三根链杆相联。

这类体系的静力特征是: 一般无静力学解答。

3. 瞬变体系

(1) 两刚片之间用三根相互平行但不等长的链杆相联。