高等學校教學用書

計算技術

Е. Г. ЛАРЧЕНКО 著
於宗儔 郭懋鉄譯

高等教育出版社

高等學校教學用書

計算技術

E. Г. 拉爾慶科著
於宗儔　郭懋鏌譯

高等教育出版社

本書係根據蘇聯測量與製圖書籍出版社(Издательство геодезической и картографической литературы)出版的技術科學候補博士拉爾慶科副教授(Е. Г. Ларченко)著“計算技術”(Техника вычислений)1952年版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定爲測量及土地整理學系用教學參考書。

在本書的前三章內敍述用近似數計算時所得結果的精度評定問題並對於計算方法及工具作一般的介紹。在以後的五章內詳細研究：用近似公式的計算、計算尺、數表、計算機與算圖，以及在整理大地測量成果時這些工具的使用。

本書是供測量與土地整理專業學生之用；它對於做計算的實際工作者也是同樣有益的。

本書由同濟大學測量系於宗儔、郭懋鍈翻譯。

計　算　技　術

書號260(課238)

拉爾慶科　著

於宗儔　郭懋鍈　譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

新華書店總經售

京華印書局印刷

北京南新華街甲三七號

開本 850×1168—1/32　印張 8 6/8　字數 221,000

一九五五年二月北京第一版　印數 1—6,000

一九五五年二月北京第一次印刷　定價¥13,500

序　言

在蘇聯，社會主義的經濟制度保證了技術發展的無限可能性，勞動過程的機械化，特別是繁重工作的機械化，是具有特殊的意義。斯大林同志教導說“勞動過程的機械化對於我們是一種新的力量，也是一種決定性的力量，沒有這種力量，旣不可能維持我們的生產速度，也不可能維持我們新的生產規模”。斯大林同志的這個指示也適合於各種工程計算那樣的繁重工作。

水工建築物的建設，土地的排水與灌溉，土地整理，農業的電氣化與機械化，在現代都是需要有大量的計算工作。肯定的說，每一個測量工程師與土地整理工程師約有 30—50% 的工作時間是花費在計算工作上的。因此，工程師的工作是應該在廣泛利用使繁重計算勞動過程機械化的現代工具的基礎上組織起來，而蘇維埃高等學校的畢業生應該掌握現代的計算工具，並在高度的勞動生產率的條件下進行創造性的工作。

在蘇維埃的年代裏，創造了各種能迅速完成各種工程技術計算的計算機器與工具，研究出一些能够大大提高勞動生產率的計算方式與方法。每一個工程師都必須會實際使用計算技術的最主要工具與方法。

在編寫這本供給土地整理高等學校學生所用的參考書時，著者力求用儘可能簡單的形式寫出近代最流行的計算技術的工具和方法，這種工具和方法是測量工程師和土地整理工程師在現在或最近的將來要用到的。

本書係根據蘇聯高等教育部 1949 年所批准的教學大綱編寫的，是著者在莫斯科土地整理工程師學院（МИИЗ）四年期間向學生講授所用

❶ И. 斯大林全集，俄文版，第13卷，1951年版，第54頁。

講義的擴充敍述。在測量及土地整理方面工作的工程師們，照例是要牽涉到近似數的，因此在書的前兩章內敍述了近似數的基本概念以及用近似數計算所得結果的精度評定問題。其餘六章的內容是研究計算的基本方法與工具。

在編寫本書時曾經發生過困難：第一，本書主要是供給同時學習測量學、數學及"計算技術"的一、二年級學生之用，第二，創作適應於土地整理方面工作的工程師專業用的這種教材，這還是初次嘗試。

著者希望讀者提出批評意見並指出書中可能有的錯誤，以便在再版中消除這些錯誤使本書質量得以改進。

著者對審閱過本書並提過寶貴意見的別洛露西亞蘇維埃社會主義共和國(БССР)科學院院士，技術科學博士 B. B. 波波夫教授，功勳科學家及技術家，技術科學博士 A. C. 契巴塔廖夫教授，及莫斯科土地整理工程師學院測量教研組主任，技術科學候補博士 A. B. 馬斯洛夫副教授及該教研組成員，技術科學候補博士 A. B. 戈爾傑也夫副教授及 B. H. 齊莫烏諾夫副教授表示深刻的謝忱。著者同樣對於為"計算機"這一章內容作過許多寶貴指示的計算機陳列室的主任工程師 A. T. 貝佐夫表示感謝。

著者認為還應該指出本書評閱者——技術科學博士 П. И. 希洛夫教授，技術科學候補博士 П. B. 登捷恩副教授及 A. M. 維羅夫茨教授——的貢獻。

副教授，技術科學候補博士 E. 拉爾慶科。

目　錄

第一章　關於量的近似值及其精度的一般概念

§ 1. 計算技術的對象

每一技師及工程師，特別是測量學者及土地整理者，在其實際業務中必須牽涉到一些不是精確而是近似地代表着某一個量的數目。為了簡便起見，這些數目以下將稱為近似數。在用任何精度測量某一個量的結果中以及在截取❶數目的結果中都可以得到近似數。

不管近似數的起源怎樣，在用近似數作各種數學演算時我們得到的仍是近似數。我們討論這樣一個例。

當根據某一地區各個頂點的坐標以計算其面積時，需要算出下列之積：

$$x_2(y_3-y_1)=845.34\times100.01 \text{ 平方公尺}$$

乘出後，得：

$$x_2(y_3-y_1)=84542.4534 \text{ 平方公尺。}$$

但是我們很清楚的知道，由於長度測量和角度測量的不精確以及數目字的截取，使坐標（也就是說坐標差）包含着誤差。假設在這個積內的因數錯了 0.01 公尺，於是改變了給定數末位的一個單位之後，則得：

$$845.33\times100.02=84549.9066 \text{ 平方公尺。}$$

❶ 譯者註："округление"一字在本書中均譯為"截取"，"截取一個數目"就是把一個數目四捨五入的意思；後文中的"округленное число"則均譯為"截取數"，就是已經經過四捨五入以後的數目。

由第一個及第二個積相比較卽知，不僅在它們小數點後面的位數不正確，而且平方公尺的整數位也引起不可靠。因此當進行這樣的計算時，它的積寫到整數的個位就可以了。在上例中最多寫爲：

$$x_2(y_3-y_1)=84542 \text{ 平方公尺。}$$

再舉一個這樣的例子，設須求 46548.3968 的平方根達到 0.01 的精確程度(卽具有五位正確位數)。開方得：

$$\sqrt{46548.3968}=215.75.$$

現在假使將根號內的數目截取到個位爲止，則開方的工作就大爲簡便，而其根仍舊和未經截取的數目所求得者相同，就是說我們仍將得到：

$$\sqrt{46548}=215.75.$$

可以舉出很多其他的例子，當貪求虛構的精度時，在摘錄和計算不必要的數字上白白的浪費了時間　同時，常識告訴我們，應該運用近似數，使計算簡化，並在最少的時間內得到我們所需要精確的結果。

採用某一方法來解算測量問題的合理性，大部分是決定於當時所能利用的輔助工具。爲了用最少的勞力與時間來進行計算，必須研究現代的計算方法與工具：數表、計算儀器及計算機、圖解、近似公式等等。

因此，“計算技術”的對象是：1）確立具有足够而無多餘精度的計算基本規則，2）研究最主要的計算方法，3）研究基本的計算工具與其合理使用的方法。

必須指出：如果計算的工具不符合於原始數據的精度，縱使是利用了精密的公式，所得結果也能含有不能容許的誤差。但更常見的是相反的例子：爲了貪求虛構的精度而用七位對數表去進行五位近似數的計算，其實用六位甚至五位對數表就行了；當用計算尺或算圖足够的時候，而去應用複雜的計算機。

在近代研究出了許多不同的工程計算方法，將令人疲勞的計算工作機械化了，因而大大的提高了計算者的勞動生產率。

我國人民，如 П. Л. 切貝舍夫院士，A. H. 克雷洛夫院士以及我國許多其他的科學家們，在近似計算的生產方面以及這些計算的機械化方面，曾經在科學上創造了偉大的貢獻。

在機械與電動計算機以及分析計算機的研究與製造方面的巨大功績是屬於蘇維埃的科學家們：如 И. С. 布魯克，Л. И. 谷金馬赫爾，B. C. 盧克雅諾夫，以及設計師：С. К. 涅斯盧霍夫斯基，B. H. 阿維也夫，Б. E. 阿加波夫等等。

П. Л. 切貝舍夫院士(1821—1894)——十九世紀一個突出的數學家——曾經提出並解決了數論、或是率理論及機械理論方面的許多巨大問題。1878 年發明了計算機(手搖計算機)，這就是現代這種計算機的原形。

A. H. 克雷洛夫院士(1863—1945)——一個最突出的俄國數學家與工程師——在他科學與實際活動的最早時期就研究近似計算問題，特別是在推廣近似計算中，他有突出的功績。1906 年他講完了近似計算的特別課程，在這裏面深刻的闡明了各種技術問題中數字計算合理組織的思想體系。A. H. 克雷洛夫也是著名的設計師與發明家（他是普通微分方程式機械解算儀器的發明人）。

蘇聯科學院通訊院士 И. С. 布魯克設計了線性與非線性微分方程式的積分機器。測量工程師 Л. С. 舍英根據最小二乘法的方程式與 A. C. 契巴塔廖夫教授所指出的剡爾赫哥夫方程式之間的相似，研究出了一種求線性方程組內根的電動儀器構造。

設計師 Б. E. 阿加波夫研究出了電動照像"讀數"結構的實驗模型並關於創造能够直接收聚原始文件文上數據的計算機提出了一系列的建議。

在蘇維埃政權的年代裏，由於蘇維埃科學家們的努力，在測量計算的教學上以及技術上帶來了偉大的貢獻；如 A. M. 維羅夫茨，B. B. 達尼洛夫，H. И. 伊傑里松(1885—1951)，A. A. 伊佐托夫，B. B. 卡烏爾

斯基，Ф. Н. 克拉索夫斯基(1878—1948)，Н. Г. 凱爾，Д. А. 拉凌，В. В. 波波夫，И. Ю. 普拉尼斯-普拉涅維奇(1889—1941)，Н. А. 烏爾馬也夫，А. С. 契巴塔廖夫，П. И. 希洛夫以及許多別的科學家們。

用給定的精度編製而成的各種函數的數表，在計算工作中起着極大的作用。不論是簡單的計算或者是按照複雜公式的計算，數表都是一種很有用的機械化的工具。在測量計算中數表的擬定與編製方面，巨大的功績應屬於：А. М. 維爾夫茨，В. И. 茲沃諾夫，А. А. 伊佐托夫，В. В. 卡烏賴斯基，Д. А. 拉凌，Л. Я. 涅伊舒列爾，Д. Н. 奧格洛布寧，П. М. 奧爾洛夫，А. И. 彼特凌科，Б. Н. 拉賓諾維奇，А. С. 菲洛涅科，Л. С. 赫列諾夫以及許多別的科學家和實際工作者們。

蘇聯科學院通訊院士 Н. М. 格爾謝瓦諾夫(1879—1950)及著名的幾何學教授 Н. А. 格拉戈列夫(1888—1945) 在圖算（數學公式的圖解表示）方面帶來了巨大的貢獻。對於這門新的科學，他們曾經發表了原則上很重要的著作。

算圖允許根據方程式中其他變量的數值很快的確定其中另一個變量的數值(具有 2—3 位有效數字)，當這個算圖是為了這一個方程所繪製的。

В. Н. 維索茨基(1865—1942)，Н. И. 莫德凌斯基，Г. А. 京茲布爾格和其他學者們的工作以及蘇維埃測量生產的實踐家們的工作是測量公式圖算化的第一流偉大工作。

§ 2. 近似數的來源。數目的截取規則

任何測量的結果，不管他是在何種條件之下進行的，總是含有某些誤差。這一點可以這樣來證實，當用同一儀器重複測量同一個量時，一般說來，都是得到各不相同的結果。不管我們是用什麼精度進行測量，其結果總不會是絕對的精準，它與某一個量的精確值總有一些差別，而包含着若干誤差。

必須注意，在測量結果中所得到的數目，它的末位甚至倒數第二位經常是不正確的 例如，用鋼尺丈量時，我們把結果記錄到公分，其實距離的誤差是隨其長度以及地面的情形而定，可能達到幾個公寸。在以下所舉出的用鋼尺丈量距離的五次結果中：

372.63 公尺

372.44 公尺

372.52 公尺

372.57 公尺

372.48 公尺

由於測量的誤差，所量得的十分之一公尺及百分之一公尺都是各不相同。

通常在測量的結果中保留一位到兩位有變動的數字。這樣可以確定出與觀測量的精確值最爲接近的一個數值，並可進行評定所得結果的精度。

進行計算時，務使在計算過程中，不致在測量的結果內引起附加的錯誤，並不得改變由觀測值所導出的最或是值。因此，計算者應該將測量所得的數目有條件的看作爲精確的數目（如果對於它們的精度沒有其他的指明，就認爲他們的誤差僅爲末位的半個單位）。用這些數字進行計算時，計算者不可避免的要在計算中間繼續截取各個數目。除此以外，在計算中將引用無理常數(π, e)以及三角函數的截取值。在計算過程中，截取的誤差有時累積得相當大，因此，隨着用近似數所作的算術演算次數的多寡，而要在計算中保留一位(甚至兩位)後備位數，關於這一點將於第二章中說明。

爲了不要用過多的數字進行徒勞無益的計算，在截取數字時，務使所得的結果具有足够的精度，而不是過份的精確。

數目的截取規則是這樣的，若被拋棄的數字部分大於所保留數目的末位半個單位時，就進上一位，若被拋棄的數字部分小於末位的半

個單位時，那就保持末位不變。按照這個規則而截取 π 時可寫為：3.141593；3.14159；3.1416；3.142；3.14。

倘數目的被拋棄部分等於保留部分末位的半個單位，則當所保留的末位數字為一奇數時就增加 1，如果是一個偶數就保持不變。依照這個規則，當 3.645 及 3.635 兩數截取到百分之一個單位時，在兩種情況下都是寫為 3.64，這就表示對於第一個數是小了一點，而對於第二個數則大了一點。有時為了正確的繼續截取起見，截取後的某一數字其末位為 5 而較原來數值小者，則用點號標明之，如所得數值較原來數值大者，則用小線劃標明之。例如，當 25.554 及 17.146 兩數截取到兩位小數時就寫為：$25.5\dot{5}$ 及 $17.1\overline{5}$。有時，以 5 為結尾的截取數，僅僅將截取後而比原來數值小者才予以標明。

因此，截取誤差的特性就是：這些誤差的絕對值不超過該數所保留下來的末位數的半個單位。

§ 3. 近似數的絕對誤差與相對誤差

假定精確數與近似數之間的差數稱為該近似數的誤差，即：

$$x-a=\Delta, \tag{1}$$

式中 x 為精確數，a 為近似數，Δ 為近似數的誤差。顯然，誤差 Δ 可能為正，可能為負或等於零。誤差 Δ 的絕對值簡稱為絕對誤差。

某一個量 x 的真值在大多數情况下是我們所不知道的，這就是說誤差 Δ 也不能知道。在這些場合下，當評定近似數時，通常是取它的極限誤差，極限誤差以 $\Delta_{極}$ 表示之。極限誤差的絕對值簡稱為極限絕對誤差。

在截取過的數字中，被拋棄掉的數字通常我們是不知道的。在這種情况下，絕對誤差值也就不知道。所能知道的僅僅是這個誤差不會超過末位數的半個單位。截取誤差的最大值等於截取數末位的 0.5 個單位，我們稱它為截取的極限絕對誤差，並以字母 α 表示之。例如，對於

68及4.3這兩個截取數可以說是相應具有0.5及0.05的極限絕對誤差。

絕對誤差通常不能評定測量結果及計算結果的精度。例如，設某一觀測值的絕對誤差爲1公分，如果不知道該量的大小，那末還是不能說明測量進行得是好還是壞。例如，此一誤差是屬於地面上1000公尺長度的誤差，那就可以說測量進行得足够精確，如果同一誤差是屬於圖上10公分長度的誤差，則很明顯，測量實施得粗糙。因此爲了評定近似數的精度就應該用**相對誤差**，相對誤差是由誤差Δ除以該量本身的數值而得：

$$\varepsilon=\frac{\Delta}{a} \qquad (2)$$

相對誤差是由單位相同的兩個名數的比來計算的，因此它是一個不名數，或者說是無維數數目。

在測量實際工作中，相對誤差通常是用分子等於1的分數來表示，並寫爲：

$$\varepsilon=\frac{1}{\frac{a}{\Delta}};$$

（分母$\frac{a}{\Delta}$用整數近似表示之）。

相對誤差愈小，則所得結果的精度愈大，因此相對誤差在極多數場合下是作爲精度的標準。評定長度、面積及體積的測量精度，一般都是用相對誤差；角度測量的精度是用絕對誤差來衡量，因爲角度測量的誤差，一般說來，與其角度本身之大小無關。

分子等於1的分數明顯的表示着相對誤差，但有時爲了計算的方便，將其變爲小數而以百分比（%）或千分比（‰）表示之。

於是，π近似值的相對誤差爲：

$$\text{對於}\ \pi=3.1\cdots\ \varepsilon=\frac{0.042}{3.1}=\frac{1}{75}\ \text{或}\ 1.3\%;$$

$$\text{對於}\ \pi=3.14\cdots\ \varepsilon=\frac{0.0016}{3.14}=\frac{1}{1970}\ \text{或}\ 0.05\%;$$

$$\text{對於}\ \pi=3.142\cdots\ \varepsilon=\frac{0.00041}{3.14}=\frac{1}{7900}\ \text{或}\ 0.013\%。$$