

897697

高等学校统编教材

流体力学

(修订本)

许维德 编

国防工业出版社

流 体 力 学

(修 订 本)

许 维 德 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书阐明了基本概念和基本理论,并着重讲述了不可压缩流体。根据船制专业的需要,还讲述了势流与附加质量(针对耐波性与操纵)、湍流与边界层理论(针对阻力)、机翼(针对螺旋桨与水翼)以及波浪理论和相似理论等。并且侧重于讨论物体在流体中运动时各种作用力的产生、计算方法 and 变化规律。

此书第一版在1987年获得“全国高等学校优秀教材奖”。

此书准备作为船舶设计与制造专业的统一教材,也可以作为从事船体性能研究的科研人员的参考书。对于其他专业人员,在学习空气动力学、流体力学、水力学时,也有一定的参考价值。

流 体 力 学

(修订本)

许 维 德 编

*

国防工业出版社出版

(北京市车公庄西路老虎庙七号)

新华书店北京发行所发行各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张19¹/₂ 451千字

1989年10月第一版 1989年10月第一次印刷 印数: 0,001—8,080册

ISBN 7-118-00551-7/U·48 定价: 3.90元

出版说明

根据国务院国发〔1978〕23号文件批转试行的“关于高等学校教材编审出版若干问题的暂行规定”，中国船舶工业总公司承担了全国高等学校船舶类专业教材的编审、出版的组织工作。自1978年以来，完成了两轮教材的编审、出版任务，共出版船舶类专业教材116种，对解决教学急需，稳定教学秩序，提高教学质量起到了积极作用。

为了进一步做好这一工作，中国船舶工业总公司成立了“船舶工程”、“船舶动力”两个教材委员会和“船电自动化”、“惯性导航及仪器”、“水声电子工程”、“液压”四个教材小组。船舶类教材委员会（小组）是有关船舶类专业教材建设的研究、指导、规划和评审方面的业务指导机构，其任务是为作好高校船舶类教材的编审工作，并为提高教材质量而努力。

中国船舶工业总公司在总结前两轮教材编审出版工作的基础上，于1986年制订了《1986年——1990年全国高等学校船舶类专业教材选题规划》。列入规划的教材、教学参考书等共166种。本规划在教材的种类和数量上有了很大增长，以适应多层次多规格办学形式的需要。在教材内容方面力求做到两个相适应：一是与教学改革相适应；二是与现代科学技术发展相适应。为此，教材编审除贯彻“打好基础，精选内容，逐步更新，利于教学”的原则以外，还注意了加强实践性教学环节，拓宽知识面，注重能力的培养，以适应社会主义现代化建设的需要。

这批教材由各有关院校推荐，同行专家评阅，教材委员会（小组）评议，完稿后又经主审人审阅，教材委员会（小组）复审。本规划所属教材分别由国防工业出版社、人民交通出版社以及各有关高等学校的出版社出版。

限于水平和经验，这批教材的编审出版工作还会有许多缺点和不足，希望使用教材的单位和广大师生积极提出宝贵意见，以便改进工作。

中国船舶工业总公司教材编审室

1988年3月

前 言

本书是根据全国八所高等院校船舶设计与制造专业共同拟定的流体力学大纲编写的。该书自1979年出版后,被大多数高等院校的船舶专业及其他专业采用。高校船舶类船舶工程专业教材委员会(以下简称教材委员会)认为经过这几年采用单位的教学实践证明,该书在内容、深、广度和编排系统上,能满足本科学生教学需要,符合造船专业流体力学课程教学的基本要求,受到使用该书师生的欢迎和好评,因而决定将第一版修订再版。《流体力学》第一版于1987年获得“全国高等学校优秀教材奖”。

本书修订前,曾广泛征求了大多数造船院校使用该书的教师的意见,在保持他们所肯定的原书特色的基础上,密切结合专业教学和科研的需要,根据他们的意见对原书作了局部删增。在修订时,改用了国家规定的法定计量单位。

由于本课程教学时数有所减少,在修订稿中,除删去了一些次要的内容,例如流动显示设备、压缩性的影响、旋涡的压力和速度分布等外,还删去了一些过深的内容和难点,例如曲线坐标系的连续方程和欧拉方程、压力扰动的兴波、儒可夫斯基翼型等。

根据近几年船舶流体力学的新发展,在修订稿中增加了少量反映科技新成果的内容,例如绕回转体势流数值计算的源汇法、湍流模式的介绍、厚边界层的概念等。

修订稿经过各造船院校审查,并由教材委员会写出评审意见,最后由海军工程学院邱永寿教授主审。作者综合了这些审查意见,反复三次修改后定稿。

在此向审查本书并提出宝贵意见的同志们致以深切的谢意,并请他们继续指出本书的缺点和错误。

作 者

目 录

绪论	1
§ 0-1 课程概述	1
§ 0-2 重度和密度	2
§ 0-3 粘性 牛顿流体和非牛顿流体	4
§ 0-4 表面力和质量力	6
§ 0-5 理想流体压力的性质	8
第一章 流体静力学	11
§ 1-1 静力学基本方程	11
§ 1-2 测压计	15
§ 1-3 静止流体对平板的作用力	17
§ 1-4 静止流体对柱面的作用力	20
§ 1-5 静止流体对曲面的作用力 浮力	22
第二章 流体运动学	26
§ 2-1 流动图形的观察	26
§ 2-2 研究流体运动的两种方法	28
§ 2-3 定常运动	32
§ 2-4 流线 流管 流量	37
§ 2-5 连续方程	42
§ 2-6 平面流和轴对称流	47
§ 2-7 流函数	49
§ 2-8 流体微团的变形和旋转	54
§ 2-9 有旋运动和无旋运动	58
§ 2-10 速度势	61
§ 2-11 平面势流举例	67
§ 2-12 轴对称势流举例	73
第三章 理想流体动力学	76
§ 3-1 欧拉运动微分方程	76
§ 3-2 柏努利积分 (定常运动沿流线的积分)	79
§ 3-3 拉格朗日积分 (非定常无旋运动的积分)	82
§ 3-4 两种积分的意义及其应用	85
§ 3-5 测速计	88
§ 3-6 空泡现象	91
§ 3-7 动量定理 动量矩定理	92
§ 3-8 动量和动量矩定理的应用	94
第四章 旋涡基本理论	99

§ 4-1	涡线 涡管	99
§ 4-2	旋涡强度和速度环流	100
§ 4-3	速度环流定理 (斯托克斯定理)	101
§ 4-4	汤姆逊定理	104
§ 4-5	亥姆霍兹定理	107
§ 4-6	电磁和流体的比拟 (毕奥-萨伐尔定理)	109
§ 4-7	卡门涡街	113
第五章	势流理论	117
§ 5-1	解决势流问题的方法	117
§ 5-2	绕圆柱体无环流流动	118
§ 5-3	绕圆柱体有环流流动	123
§ 5-4	复势和复速度	127
§ 5-5	作用力和作用力矩的卜拉休斯 (Blasius) 公式	131
§ 5-6	库塔-儒可夫斯基定理	133
§ 5-7	保角变换的概念	134
§ 5-8	绕平板无环流流动	139
§ 5-9	绕平板有环流流动	142
§ 5-10	滑行板的流动	143
§ 5-11	相对运动和绝对运动	147
§ 5-12	附加惯性力 附加质量	150
§ 5-13	绕回转体势流的数值计算	157
第六章	波浪理论	161
§ 6-1	波浪的概念	161
§ 6-2	微振幅波的基本方程和边界条件	163
§ 6-3	无限深液体中的进行波	165
§ 6-4	有限深液体中的进行波	170
§ 6-5	波的能量和兴波阻力的概念	174
§ 6-6	不规则波的概念	178
第七章	粘性流体动力学	181
§ 7-1	粘性流体的表面应力	181
§ 7-2	主应力 粘性流体压力	183
§ 7-3	用应力表示的运动微分方程	185
§ 7-4	广义的牛顿内摩擦定律	186
§ 7-5	纳维尔-斯托克斯方程 (N-S 方程)	189
§ 7-6	二元平板间粘性流体的流动	192
§ 7-7	往复振动平板所带动的粘流	193
第八章	相似理论	195
§ 8-1	相似概念	195
§ 8-2	因次分析法	197

§ 8-3 相似准则·····	201
§ 8-4 相似理论的应用·····	205
第九章 圆管中的流动 ·····	210
§ 9-1 流动的两种状态 临界雷诺数·····	210
§ 9-2 湍流的脉动性·····	212
§ 9-3 雷诺湍流方程·····	214
§ 9-4 光滑圆管中的层流·····	217
§ 9-5 粘性底层·····	220
§ 9-6 湍流模式·····	222
§ 9-7 光滑圆管中的湍流·····	225
§ 9-8 管流中的减阻·····	230
§ 9-9 管路计算的概念·····	231
第十章 边界层理论 ·····	235
§ 10-1 边界层的概念·····	235
§ 10-2 边界层的流动状态·····	236
§ 10-3 边界层基本微分方程·····	240
§ 10-4 边界层动量方程·····	244
§ 10-5 平板层流边界层·····	248
§ 10-6 平板湍流边界层·····	252
§ 10-7 平板混合边界层·····	257
§ 10-8 曲面边界层的概念·····	259
§ 10-9 边界层的离体 形状阻力·····	261
§ 10-10 粘性阻力及其减小的方法·····	263
第十一章 机翼及其特性 ·····	269
§ 11-1 机翼的几何特性 翼型和展弦比·····	269
§ 11-2 机翼的流体动力特性·····	271
§ 11-3 有限翼展机翼的概念 诱导阻力·····	279
§ 11-4 有限翼展机翼的计算 (升力线理论)·····	282
§ 11-5 展弦比的换算·····	287
§ 11-6 小展弦比机翼 升力面理论·····	290
§ 11-7 边界面的影响 映象法的应用·····	296

绪 论

§ 0-1 课程概述

1. 研究对象

流体力学是研究流体的一门宏观力学,研究的对象就是流体。流体包括液体和气体,所以空气、蒸气、水、汽油和滑油等等都是流体力学的研究对象。

液体和气体各有特性,而又具有共性。液体的特性是容积一定,存在一个自由表面(水表面)。这样舰船在水面航行时会引起船波,从而产生兴波阻力。如果舰船在汹涌起伏的水面上(即在海浪中)航行时,还会发生摇摆和击水等问题。气体的特性是没有固定容积,不存在自由表面,却易于压缩,所以飞机、导弹等在空中高速飞行时,要考虑压缩性的问题。

在不考虑自由表面和压缩性的影响时,液体和气体就具有共性了。也就是在讨论深水的问题时,距离水面较远,水面的影响可不予考虑。在研究低速流动的空气时,可不考虑压缩性所引起的误差。在这两种情况下,水和空气将遵守同一的客观规律。因此空气中的气球和深水下的水雷,空中的飞船和水下的水滴形潜艇,低速飞机的机翼和水翼艇的深潜水翼等等,它们的受力情况将是一样的。

一般来说,流体力学、水力学以液体为主要研究对象,而空气动力学、气体力学以气体为主要研究对象。由于以上所提及的液体和气体的共性和特性,所以这几门学科既有相同的基本理论,又各有不同的特殊问题,例如在流体力学中要讨论波浪问题,而在空气动力学中要讨论冲击波问题等等。

流体的基本性质是流动性 弹性体的应力与形变的大小成比例,并且有一平衡静止位置。而流体在静止时不能承受任何剪应力,只要有剪应力存在,流体就不会静止下来。并且剪应力不管怎样小,只要有足够的时间,便能够产生任意大的变形。所以流体的应力不是由形变的大小来决定,而是由形变的变化率(即形变速度)所决定。由于流体具有流动性,因此能够保持液面的绝对水平,不会有任何微小的误差。

将流体看成为连续介质是流体力学的一种近似的、宏观的假设。从微观来看,流体由分子所组成,分子间有空隙,分子有分子运动。但是,由于流体力学所处理问题的尺寸,相对于分子的平均自由行程,很大很大,所包含的分子数目,很多很多。例如在标准状况下(压力为 101325Pa ,温度为 0°C)空气分子的平均自由行程约为 $7 \times 10^{-6}\text{cm}$,每 m^3 的体积包含 2.7×10^{18} 个分子。所以可将流体看成为连续一片,既没有空隙,也没有分子运动的介质。这就是流体的连续介质的假设。本书对所有问题的讨论都是建立在这一个假设的基础上。

不满足这一假设条件的问题,就不能应用流体力学的理论,例如在洲际弹道导弹飞行的高空中,空气非常稀薄,空气分子很少(在 120km 高空处,空气分子的平均自由行程约为 1.3m);或在研究流体靠近壁面的问题中,讨论的尺寸与分子的平均自由行

程是同一量阶。在这些情况下，流体就不能再作为连续介质来处理了。

有了连续介质这一假设，才可以将物理量，例如密度、速度、压力等等，看作为连续函数。这就可以采用数学的方法来处理。

2. 研究的方法和内容

流体力学是研究流体平衡和运动的规律，特别是研究水（或空气）和舰船之间作用和反作用这一对特有的矛盾的科学。

流体力学的中心问题有二：

(1) 研究流体中速度和压力的分布以及变化的规律；

(2) 研究流体对物体的作用力和力矩。研究它们的产生原因、计算方法、以及影响它们大小的因素。

流体力学和理论力学一样可以分为：流体运动学（用几何观点来研究流体的运动，而不牵涉力的问题），流体动力学（用力学的观点来研究流体的运动，研究力和运动之间的关系，特别是研究压力和速度之间的关系）和流体静力学（流体动力学的特例，研究流体平衡时压力的分布）。

流体力学的研究方法有实验方法和分析方法两种。流体力学有它本身一些特殊的分析方法，例如微分体积法、速度势法、保角变换法……等等，根据这些方法运用数学工具可以获得一些重要的结论。另外还可以采用实验方法来研究流体力学的问题，可以通过具体流动图形的观察和计算，或速度场和压力场的实际测量来归纳和掌握流体的运动规律，从而发现新的理论。这两种方法是相辅相成，不可偏废的。实践是检验真理的标准，分析的结果需要经过实验来验证，而实验的进行又需要用分析所得到的理论来指导。所以这两种方法必须很好结合才便于解决流体力学的问题。

近代电子计算机的使用，以及物理学的新发展对这两种方法都有所促进。但是由于有限元素法、差分法等等的引入，使得分析方法获得了新的活力，因而产生了更为深远的影响。

3. 课程地位

水、空气、油料等等是人类生活中和生产中经常遇到的，流体力学是研究它们的一门科学。所以许多科学部门都与流体力学有关，例如舰船、飞机、鱼水雷、机械等的设计与制造，气象、水利部门等等。

对于从事舰船设计与制造工作的科技人员来说，流体力学是本专业一门重要的专业基础学科，是舰船原理各部分的共同基础，所以学好这门课程尤其重要。

§ 0-2 重度和密度

由于在流体力学中所研究的流体往往是无边无际的水或空气，在这里总的重量和总的质量是没有什么意义的，需要用别的物理量来代替，重度和密度就是这样的两个物理量。

重度是单位体积流体的重量 它是描述流体重量在空间中分布的物理量。用下式来定义某一流体体积 ΔV 中的平均重度 $\gamma_{平均}$ ：

$$\gamma_{\text{平均}} = \frac{\Delta G}{\Delta V} \quad (0-1)$$

其中 ΔG 为 ΔV 中所包含的流体的重量。关于流体中某一点 A 的流体重度 γ_A 则用下式来定义:

$$\gamma_A = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta V} = \frac{dG}{dM} \quad (0-2)$$

上式在取极限时要注意: (1) 在 $\Delta V \rightarrow 0$ 过程中, 必须始终将 A 点包围在 ΔV 中; (2) $\Delta V \rightarrow 0$ 是 ΔV 变得足够小时, 但仍要比分子的平均自由行程大许多倍, 否则连续介质的假设就不能成立。

密度是单位体积流体的质量 它是描述流体质量在空间中分布的物理量。某一流体体积 ΔV 中的平均密度 $\rho_{\text{平均}}$ 及流体中某一点 A 的流体的密度 ρ_A 可仿照以上两式分别用如下两式来定义:

$$\rho_{\text{平均}} = \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (0-3)$$

$$\rho_A = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \quad (0-4)$$

其中 Δm 为 ΔV 中所包含的流体的质量。由于质量和重量之间的关系为

$$\Delta G = g \Delta m$$

其中 g 为重力加速度。因此密度和重度之间的关系为

$$\gamma = \rho g \quad (0-5)$$

在物理学或其它课程中常用“比容”这一物理量, 比容是单位重量流体的体积, 应和重度成倒数关系, 即:

$$v = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\rho g} \quad (0-6)$$

其中 v 为比容。

根据公式 (0-1) 和 (0-5), 重度和密度的因次分别为

$$\begin{cases} [\gamma] = \left[\frac{F}{L^3} \right] = \left[\frac{N}{m^3} \right] \\ [\rho] = \left[\frac{M}{L^3} \right] = \left[\frac{kg}{m^3} \right] \end{cases} \quad (0-7)$$

在压力为 0.101325MPa, 温度为 15°C 时, 淡水、海水和空气的密度分别为:

$$\begin{cases} \text{淡水} & \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \\ \text{海水} & \rho = 1019.9 \text{ kg/m}^3 \\ \text{空气} & \rho = 1.226 \text{ kg/m}^3 \end{cases} \quad (0-8)$$

将上式代入 (0-5) 式便可以得到它们的重度。

液体不易压缩, 例如压力由 0.101325Pa 增加到 10MPa 时, 水的体积变化为 0.5%。所以在一般情况下, 可以略去这种微小的体积变化, 当作不可压缩流体来处理。对于不可压缩流体, 体积保持不变, 因而根据 (0-4) 式得出:

$$\rho = \text{常数} \quad (0-9)$$

气体易于压缩，它的体积变化由气体状态方程来决定，所以气体密度的变化可以表示为

$$\rho = p / gRT \quad (0-10)$$

其中 p 为压力， T 为绝对温度； R 为气体常数，对于空气 $R = 29.27 \text{ m/K}$ ，对于水蒸气 $R = 47.1 \text{ m/K}$ 。气体在高速运动时，它的体积变化不能忽略不计，应当作可压缩流体来处理。对于可压缩流体，体积的变化由温度和压力来决定，因而它的密度可以表示为

$$\rho = f(p, T)$$

即密度可表示为压力和温度的函数。当密度仅是压力的函数，而与温度无关时，密度可表示为

$$\rho = f(p) \quad (0-11)$$

则这种流体被称为正压流体，例如绝热等熵过程中的气体。

最后还要特别强调的是：要不要考虑压缩性的影响不决定于是气体还是液体，而是由具体条件来决定。如低速流动的气体可以认为是不可压缩流体，而研究水下爆炸和管中的水锤现象时，水是作为可压缩流体来处理的。

§ 0-3 粘性 牛顿流体和非牛顿流体

粘性是流体内部发生相对运动而引起的内部的相互作用。图 0-1 是粘性作用对流体速度分布的影响。流体以均匀分布的速度 V 流过固体表面 OAB 。由于壁面和流体之间粘性的作用，紧靠壁面的流体粘附在壁面上，静止不动。而由于流体内部之间的粘性作用，紧靠着这些静止的流体的另一层受迟滞作用，速度降低。同时这种迟滞作用逐层向外传播，所以速度降低的流体层的厚度 δ 沿着流动的方向逐渐增加（图 0-1 中用虚线来表示）。速度的迟滞是由于流体内部产生了摩擦剪切力，这种由于发生了相对运动而引起的流体内部的摩擦力称为流体内摩擦力。

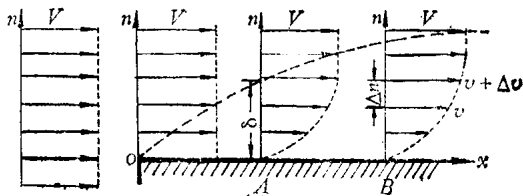


图0-1 粘性的作用

许多流体的内摩擦剪切应力 τ 由牛顿内摩擦定律所决定

$$\tau = \mu \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta n} = \mu \frac{\partial v}{\partial n} \quad (0-12)$$

其中 Δn 为沿法线方向的距离增量； Δv 为对应于 Δn 的流体速度的增量（见图 0-1）； $\Delta v / \Delta n$ 为法向距离上的速度变化率，也就是相距单位距离的两层流体的相对速度。所以牛顿内摩擦定律表示：流体内摩擦应力单位距离上的两层流体的相对速度成比例。比例常数 μ 称为流体的动力粘性系数，它的数值决定于流体的性质、温度和压力的大小。

通常往往用 μ 和 ρ 的比值 ν 来代替 μ ，

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (0-13)$$

它们的因次分别为：

$$\begin{cases} [\mu] = \left[\frac{\tau}{v} \right] = \left[\frac{\text{牛顿} \cdot \text{秒}}{\text{米}^2} \right] = \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right] \\ [\nu] = \left[\frac{\mu}{\rho} \right] = \left[\frac{\text{米}^2}{\text{秒}} \right] = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \end{cases} \quad (0-14)$$

因为 ν 没有动力学中力的因次“牛顿”，而仅有运动学中长度和时间的因次“米”和“秒”，所以称为运动粘性系数。

由实验可知：当压力变化时，粘性系数变化不大；当温度变化时，粘性系数变化较大。温度增加时水的 ν 变小，而气体的 ν 变大，见图 0-2。这是因为液体的粘性基本上决定于分子间的集聚力。温度升高时，液体分子振动速度增加，因此容易克服保持它们位置的束缚，更增大了流动性。气体的粘性则基本上取决于分子不规则热运动中的相互冲击和频率。温度增加时，分子的热运动加剧，气体的粘性也就增加。

根据图 0-2，可见在 $0 \sim 50^\circ\text{C}$ 之间水的运动粘性系数变化很剧烈，而这是日常生活和进行实验时所处的温度范围，所以在水池试验中要注意根据当时的水温来决定它的 ν 值。

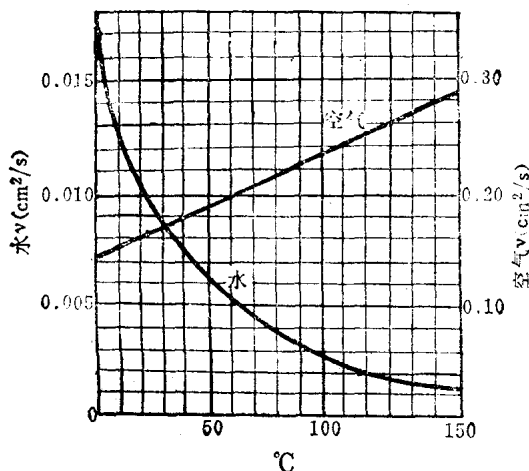


图0-2 水和空气的运动粘性系数

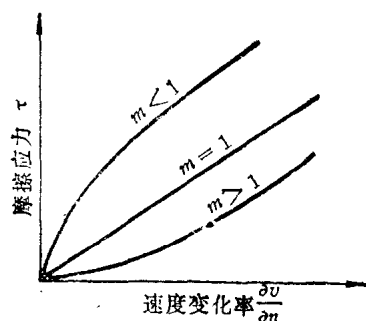


图0-3 牛顿流体与非牛顿流体

$t = 15^\circ\text{C}$ 时，水和空气的粘性系数分别为

$$\begin{cases} \text{水: } \mu = 1.14 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 \\ \quad \nu = 1.141 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \\ \text{空气: } \mu = 17.95 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 \\ \quad \nu = 14.66 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \end{cases} \quad (0-15)$$

可见水的 μ 大于空气的 μ ，而空气的 ν 则大于水的 ν 。

许多流体是满足 (0-12) 式的，但也有不少流体不满足这一关系式。因而可以根据是否满足 (0-12) 式来将流体划分为两类：内摩擦剪应力与速度变化率的关系满足牛顿内摩擦定律的流体称为牛顿流体，例如空气、水、汽油、煤油、甲苯、乙醇……等等属于这一类，不满足牛顿内摩擦定律的流体称为非牛顿流体，例如聚合物溶液，含有悬浮微粒杂质或纤维物的流体等属于这一类。

图 0-3 是流体中内摩擦剪应力和速度变化率关系的一些典型曲线，牛顿流体为线性

关系, 而非牛顿流体则为非线性关系。这些曲线可以统一地用如下的近似公式来表示:

$$\tau = K \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^m \quad (0-16)$$

其中 K 称为流体的粘度, 反应流体的粘性, m 为流体的特征数, 对于聚合物溶液 $m < 1$, 对于混有悬浮物的液体 $m > 1$, 对于牛顿流体 $m = 1$, 此时

$$K = \mu \quad (0-17)$$

当 μ 较小而且沿法线方向速度变化不大, 这时内摩擦应力 τ 将很小, 可以不考虑粘性的作用, 假设流体没有粘性。这种假设没有粘性的流体称为非粘性流体或理想流体, 而考虑粘性的流体称为粘性流体或真实流体。

§ 0-4 表面力和质量力

流体力学的中心问题之一是研究流体对物体所作用的力。我们解决问题的步骤是, 首先以流体为讨论对象, 研究流体所受的力, 其中包括物体对流体的作用力, 然后再以物体为讨论对象, 通过作用反作用原理, 而得出流体对物体的作用力。因此这里就产生了力的作用对象问题, 在讨论问题的过程中必须弄清楚: 所讨论的力究竟是作用在流体上还是作用在物体上的呢?

现在我们来讨论作用在流体上的力的分类问题。

人在迎风行走时, 或人在游泳时, 都会感觉到空气或水对人体的作用是分布在整个相互接触的表面上的。根据作用反作用原理, 人对空气或水的反作用也必具有相同的特点, 这种作用在与人体接触的、流体表面上的力称为表面力。因此表面力是一种分布力, 它是流体内部各部分之间、或流体和固体之间经过邻接表面作用在流体上的力。大气在液面上的压力, 流体内摩擦力等等都是表面力。

由于表面力是分布在表面上的, 为了方便, 往往用单位面积的表面力这一概念来表示表面力。单位面积上的法向表面力称为压力 p (即压强), 单位面积上的切向表面力称为剪应力 τ 。平均压力和平均剪应力分别由以下两式来定义:

$$\begin{cases} p_{\text{平均}} = \frac{\Delta P_n}{\Delta S} & (0-18) \\ \tau_{\text{平均}} = \frac{\Delta P_t}{\Delta S} & (0-19) \end{cases}$$

其中 ΔS 为所讨论的流体微分表面面积, ΔP_n 和 ΔP_t 分别为作用在 ΔS 上的法向表面力和切向表面力。

某一点 A 的压力和剪应力分别从以上两式取极限来定义:

$$\begin{cases} p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P_n}{\Delta S} = \frac{dP_n}{dS} & (0-20) \\ \tau = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P_t}{\Delta S} = \frac{dP_t}{dS} & (0-21) \end{cases}$$

这样如果已知压力和剪应力, 则作用在微分表面 dS 上的微分法向表面力和微分切向表面力可分别根据以下两式来计算:

$$\begin{cases} dP_n = p \cdot dS \\ dP_t = \tau \cdot dS \end{cases} \quad (0-22)$$

$$(0-23)$$

上两式为用单位面积的表面力来表示表面力的形式。

现在我们转而讨论质量力的问题。

除了上述作用在接触表面上的作用力外，还有象地心引力那样作用在流体上的重力，这是一种远距离作用力。由于这种力作用在所讨论的流体体积内所有质点上，其大小与流体质量成比例，所以称为质量力。质量力也是一种分布力，除重力外，电磁力、惯性力等等都是质量力。

为了方便，往往用单位质量的质量力这一概念来表示质量力。单位质量的质量力 $\vec{F}$ 用下式来定义：

$$\vec{F} = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta m} = \frac{d\vec{P}}{dm} \quad (0-24)$$

其中 $\Delta \vec{P}$ 为作用在流体微分质量 Δm 上微分质量力。上式也可用 dm 的微分体积 dV 来表示：

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{\rho dV} \quad (0-25)$$

根据牛顿定律：

$$d\vec{P} = dm \cdot \vec{w} \quad (0-26)$$

其中 $\vec{w}$ 为流体的加速度。比较 (0-24) 和 (0-26) 两式，可以得到：

$$\vec{F} = \vec{w} \quad (0-27)$$

可见作用在流体上的单位质量的质量力就是质量力所引起的加速度，对于重力来说，也就是重力加速度

$$\vec{F} = \vec{g} \quad (0-28)$$

如果已知单位质量的质量力，则质量力可根据下式来计算〔参看 (0-25) 式〕：

$$d\vec{P} = \vec{F} \rho dV \quad (0-29)$$

或表示为投影形式：

$$dP_x = X \rho dV, \quad dP_y = Y \rho dV, \quad dP_z = Z \rho dV \quad (0-30)$$

其中 dP_x 、 dP_y 、 dP_z 和 X 、 Y 、 Z 分别为 $\vec{P}$ 和 $\vec{F}$ 在三个坐标轴上的投影。

从以上分析可见作用在流体上的力必是分布力。这些力可以划分为作用在整个接触表面上的表面力和作用在整个体积内所有质点上的质量力两种。前者用单位面积的表面力来表示，后者则用单位质量的质量力来表示。

最后我们来讨论流体对物体的作用力问题。

由于流体只能承受分布力，根据作用反作用原理，所以流体对物体所作用的力也只能是分布力，而且仅是表面力。也就是物体受流体所作用的力必是压力和剪应力。压力的合力称为压差力，剪应力的合力称为摩擦力。压差力是流体对物体从各方面作用的压力的合力，浮力、升力、形状阻力等等都是压差力。例如浮力的产生是由于流体对物体从下面作用有压力，从上面也作用有压力。但下面的压力大于上面的压力，相互抵消一部分后仍有向上的合力，因而能使物体浮起，见图 0-4(a)。如果仅有从上面作用的流

体压力而没有从下面作用的流体压力, 则仅有支承反力 N , 或者下面的流体压力不能大于上面流体的压力, 那就也没有浮力, 见图 0-4(b)。又例如人迎风行走时, 风作用在人身上的阻力(形状阻力)也是一种压差力。因为这时风(空气)的压力不仅作用在人的胸部上, 而且也作用在人的背上。只是由于胸部压力大于背上压力, 所以才产生了阻人前进的阻力。假如背上压力能和胸部压力一般大, 人迎风行走就不受阻力的作用了。

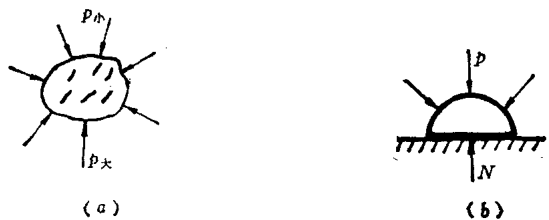


图0-4 浮力-压差力

§ 0-5 理想流体压力的性质

理想流体压力的性质有二:

1. 在理想流体中压力是唯一的表面应力

因为在理想流体中不考虑粘性, 没有摩擦力, 所以没有剪切应力。同时流体只能承受压力而不能承受拉力。这样如果将理想流体的表面应力分解为法向应力和切向应力两部分, 则仅有法向应力, 而且必沿作用表面的内法线方向。所以在理想流体中压力是唯一的表面应力。

2. 在理想流体中压力的大小与作用面的方向无关

一般来说, 过同一点 A 所取的表面 I-I 和 II-II 的方向不同, 所作用的压力 p_1 和 p_2 的大小就不一定相同, 见图 0-5。也就是压力的大小与作用面的方向可能有关, 而在理想流体中压力的大小与作用面的方向无关。

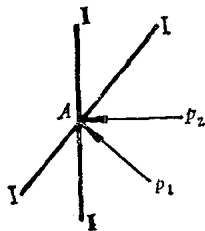


图0-5 压力的大小与作用面的方向

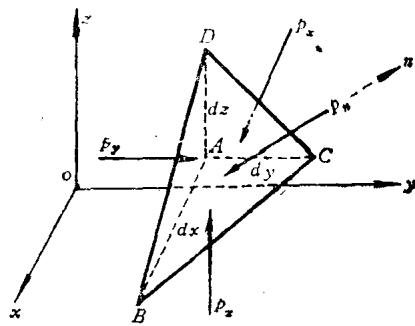


图0-6 理想流体压力的性质

现在用微分体积法证明这一性质如下:

我们在某瞬时的理想流体中取出一微分四面体体积, 它的棱边分别为 dx 、 dy 和 dz , 见图 0-6。现在来分析作用在这一微分体积流体上的作用力。

根据 § 0-4 的概念, 将所有作用在这一微分体积上的作用力划分为表面力和质量力两部分来进行讨论。

由于上述性质 1 表明各表面上反作用着垂直于表面的压力, 这些表面上的压力分别为 p_x 、 p_y 、 p_z 和 p_n 。根据 (0-22) 式, 各表面上所作用的微分表面力分别为:

$$\begin{cases} p_x \cdot \Delta ACD \\ p_y \cdot \Delta ABD \\ p_z \cdot \Delta ABC \\ p_n \cdot \Delta BCD \end{cases} \quad (a)$$

它们的方向分别沿所作用的表面的内法线方向。

除去表面力外, 这一微分体积的流体还作用着质量力, 我们分别用 X 、 Y 、 Z 来表示单位质量的质量力在各坐标轴上的投影。这样根据 (0-30) 式, 质量力在各坐标轴上的投影分别为:

$$\begin{cases} X\rho dV \\ Y\rho dV \\ Z\rho dV \end{cases} \quad (b)$$

其中 dV 为这一微分四面体的体积, ρ 为流体的密度。

我们用达朗伯 (D'Alembert) 原理, 即动静法, 来解决问题: 加上惯性力, 使动力学问题变为静力学问题, 然后解平衡方程式。

加速度在各坐标轴上的投影分别为:

$$\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt}$$

惯性力的方向和加速度的方向相反, 它的大小为质量和加速度的乘积。因此惯性力在各坐标轴上的投影分别为:

$$-\frac{dv_x}{dt}\rho dV, -\frac{dv_y}{dt}\rho dV, -\frac{dv_z}{dt}\rho dV \quad (c)$$

作用在这一微分体积上的表面力, 质量力和惯性力相互平衡。列平衡方程式:

$$\Sigma X_i = 0, \quad p_x \Delta ACD - p_n \Delta BCD \cdot \cos(n, x) + X\rho dV - \frac{dv_x}{dt}\rho dV = 0 \quad (d)$$

由于

$$\begin{cases} \Delta ACD = \Delta BCD \cdot \cos(n, x) = \frac{1}{2} dydz \\ dV = \frac{1}{6} dx dy dz \end{cases} \quad (e)$$

略去高阶小量, 并令 B 、 C 、 $D \rightarrow 0$, 各表面上的平均压力趋向于 A 点的压力, 因而上式给出:

$$p_x = p_n$$

根据同理可得

$$p_x = p_y = p_z = p_n \quad (0-31)$$

即对于同一点 A , 但沿不同方向 x 、 y 、 z 、 n 的理想流体压力的大小是一样的, 而其