

620523

332
7788

中学数理化读物

成都科学技术大学图书馆

基本馆藏

怎样分析力学问题

北京出版社

中学数理化读物

怎样分析力学问题

阎 金 铎

北 京 出 版 社

中学数理化读物
怎样分析力学问题
阎金铎

*

北 京 出 版 社 出 版
(北京崇文门外东兴隆街51号)
新 华 书 店 北 京 发 行 所 发 行
北 京 印 刷 二 厂 印 刷

*

787×1092毫米 32开本 6印张 119,000字
1981年5月第1版 1981年5月第1次印刷
印数 1—68,600
书号: 7071·720 定价: 0.46元

前 言

学习任何一门基础课程，都不能单纯死记硬背，而主要靠理解。学习物理也是这样。不理解概念和规律的物理含义，不知道它们的适用范围或条件，不掌握处理问题、分析问题的方法，只是背一些公式，背一些题目的类型，是不能学好的。这也正是不能正确地解决问题，不能举一反三的症结所在。

本书主要阐述力学的基本概念、基本规律和基本研究方法。希望它能对中学物理新教师、中学生，以及广大的知识青年，在正确理解力学概念、掌握力学规律、提高分析问题和解决问题的能力方面，有所帮助。书中的缺点和错误之处，恳切希望广大读者批评指正。

目 录

前言

一、位移、速度、加速度和匀变速运动的计算·····	1
二、如何分析物体受力·····	22
三、运用牛顿定律解题的方法·····	40
四、研究平衡问题的基本方法和技巧·····	59
五、功的概念和动能定理·····	88
六、功能原理和机械能守恒·····	104
七、动量定理、动量守恒定律及其应用·····	128
八、碰撞现象和例题分析·····	145
九、简谐振动的特点和计算·····	164

一、位移、速度、加速度和 匀变速运动的计算

物体在空间的位置随时间的变化，叫做机械运动，或简称为运动。

物体的运动是绝对的，描述运动是相对的。为了描述运动，必须选定一个认为是不动的物体作为参照系。在一般情况下，都是以地球为参照系。有了参照系，虽然可以描述物体是静止还是运动，但它还不能把物体的确切位置表示出来。为了定量地描写物体在空间的位置，还需要在参照系上建立坐标系。对于物体沿直线的运动，可建立一维坐标，如图 1-1 所示。对于物体在平面内的运动，可建立平面直角坐标系，如图 1-2 所示。这样，物体在 A 点时，可用 $x = -1.5$ ， $y = 3$ 来描述，在 B 点时， $x = 4$ ， $y = 4$ 。可见，坐标是描写物体在空间位置的量。



图 1-1

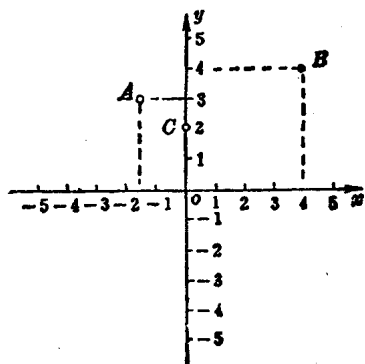


图 1-2

物体（质点）做直线运动时，它的位置 x 是随时间 t 变化的，即坐标是时间的函数

$$x = f(t),$$

这个方程叫做直线运动方程。

描写一个物体运动，还需要知道物体位置变动的大小、变动的快慢和变动的方向等等。位移、速度、加速度，就是分别从不同角度描写物体运动的物理量。

1. 位 移

位移是描写物体在空间位置变动的大小和方向的物理量。

应当指出：第一，位移具有方向性。位移和路程是两个不同的概念。路程是在一定时间内，物体所经路径的总长度；而位移是在这段时间内，从起始位置引向终止位置的有方向的直线段。

如果物体从 A 点出发沿 AC 和 CB 路径到达 B 点，如图 1-3 所示，则路程是 $AC + CB$ ，而位移是 $\overrightarrow{AB}$ ，大小等于 $A、B$

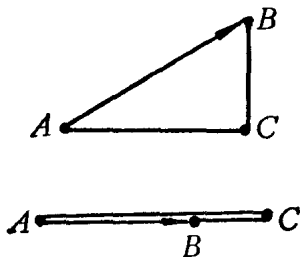


图 1-3

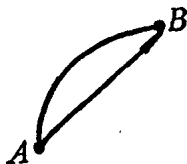


图 1-4

两点间的距离，方向是从 A 指向 B 。如果物体运动的轨迹是曲线，如图 1-4 所示，则路程是 $\widehat{AB}$ ，而位移是 $\vec{AB}$ 。

如果物体在 t_1 时刻的坐标为 x_1 ，在 t_2 时刻的坐标为 x_2 ，那么 $x_2 - x_1$ 代表的是路程还是位移呢？答案应当是位移。因为 $x_2 - x_1$ 表示从 t_1 到 t_2 时刻，物体位置变动的情况。 $x_2 - x_1$ 的数值表示位移的大小，如果 $(x_2 - x_1) > 0$ ，即得正值，表示位移的方向与 X 轴正方向一致；如果 $(x_2 - x_1) < 0$ ，即得负值，表示位移的方向与 X 轴的正方向相反。只有物体做直线直进运动时，路程的大小才和位移的大小一致。

第二，位移的大小和方向，是跟参照系的选择有关的，它具有相对性。

船在江河中从西向东航行，在 Δt 时间内，船相对于岸的位移为 $\vec{\Delta S}_{\text{船对岸}}$ 。船上正在升旗。如果以船为参照系，旗子是竖直向上运动，在 Δt 时间内，旗子相对于船的位移为 $\vec{\Delta S}_{\text{旗对船}}$ 。如果以岸为参照系，即岸上的人看，旗子既不是竖直向上运动，也不是从西向东运动，而是向斜上方运动，如图 1-5 所示。因此，旗子相对于岸的位移等于旗子相对于船的位移与船对岸的位移的矢量和，即

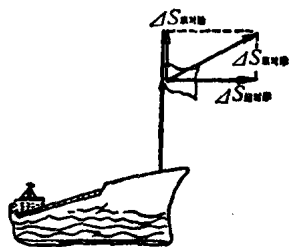


图 1-5

$$\vec{\Delta S}_{\text{旗对岸}} = \vec{\Delta S}_{\text{旗对船}} + \vec{\Delta S}_{\text{船对岸}}.$$

如果以符号 A 表示所研究的物体，以符号 B 表示第一个

参照系，以符号 C 表示第二个参照系，则上式可写成一般的形式：

$$\vec{\Delta S}_{A \text{ 对 } C} = \vec{\Delta S}_{A \text{ 对 } B} + \vec{\Delta S}_{B \text{ 对 } C}。$$

这就是变换参照系时的位移变换法则，也叫做位移合成定理。

注意：位移是矢量。矢量的加法，遵循平行四边形法则。

例题 1. 工厂里的天车吊运物件。若天车上的小车把地面上的物件竖直向上吊起 0.3 米，同时小车相对于地向右移动了 0.4 米。问物件相对于地的位移是多大，方向如何？

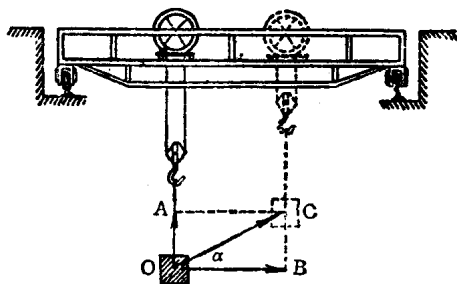


图 1-6

解：取物件为研究对象。由题意可知：物件相对于车的位移 $\vec{\Delta S}_{\text{物对车}}$ 的大小为 0.3 米，方向是竖直向上，如图 1-6 中的 OA 所示。小车相对于地的位移 $\vec{\Delta S}_{\text{车对地}}$ 的大小为 0.4 米，方向是水平向右，如图 1-6 中的 OB 所示。根据位移合成定理

$$\vec{\Delta S}_{\text{物对地}} = \vec{\Delta S}_{\text{物对车}} + \vec{\Delta S}_{\text{车对地}}$$

得知，物体相对于地的位移的大小为

$$\begin{aligned}\Delta S_{\text{物对地}} &= \sqrt{(\Delta S_{\text{物对车}})^2 + (\Delta S_{\text{车对地}})^2} \\ &= \sqrt{(0.3)^2 + (0.4)^2} \\ &= 0.5 \text{ 米。}\end{aligned}$$

方向可参阅图 1-6，

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{0.3}{0.4} = 0.75,$$

$$\text{即} \quad \alpha = \operatorname{tg}^{-1} 0.75 = 37.2^\circ.$$

因此，物体相对于地的位移大小为 0.5 米，位移方向与水平方向夹角为 37.2° 。

例题 2. 一卡车从西向东行驶，在 Δt 时间内前进了 8 米。在这期间，卡车上的人把车上的箱子相对于车向西拉过 5 米。求箱子相对于地的位移。

解：取箱子为研究对象，并规定水平向东为正方向。

已知卡车相对于地的位移 $\Delta S_{\text{车对地}} = 8$ 米，箱子相对于车的位移 $\Delta S_{\text{箱对车}} = -5$ 米。

根据位移合成定理

$$\Delta S_{\text{箱对地}} = \Delta S_{\text{箱对车}} + \Delta S_{\text{车对地}},$$

得

$$\begin{aligned}\Delta S_{\text{箱对地}} &= -5 + 8 \\ &= 3 \text{ 米。}\end{aligned}$$

即箱子相对于地的位移的大小为 3 米，方向为水平向东。

2. 速 度

速度是描写物体运动的快慢和方向的物理量。

在任何相等的时间内通过的位移都相同的运动（匀速直线运动）中，位移与通过该位移所用的时间的比值为—恒量，

即
$$\frac{\text{位移}}{\text{时间}} = \text{恒量}。$$

这个恒量的大小可以反映运动的快慢，位移的方向表示运动的方向。因此，这个恒量是描写物体运动快慢和方向的物理量，我们把它叫做速度，用符号 $\vec{v}$ 表示，即

$$\vec{v} = \frac{\vec{\Delta S}}{\Delta t}。$$

对于在任何相等时间内通过的位移不相同的运动（变速直线运动或曲线运动），是否给速度重新下个定义呢？实际上不是的。

对于变速直线运动，我们把整个位移分成许多小段，尽管在总的位移上运动的快慢是不同的，但在每个小段位移里，可以认为是近似不变的。这样，通过取小段的办法，把“变的”看成是由许许多多“不变的”所组成。从而在每一小段位移里，都可以按匀速直线运动来处理，即

$$\vec{v} = \frac{\vec{\Delta S}}{\Delta t}。$$

小段取得越小（当然，所用的时间也越小），求出的速度就越接近实际情况。于是，我们选取的小段，或者选取的时间小到这样的程度：你说它多小，它比你说的还小，但就是不等于零，这时表示的速度就精确了，用数学式表示为

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta S}}{\Delta t}。$$

由于小到这种程度的时间间隔，就几乎相当于是一个时刻

了，所以，一般把这时的速度叫做瞬时速度（或叫做即时速度）。

对于曲线运动，我们把任一曲线，看作是无限多个无限短的直线段所组成的，如图 1-7 所示。这样，曲线运动可以看作是无限多个无限短的直线运动所组成的。可见，求出的速度仍是瞬时速度，其方向是各点的切线方向。



图 1-7

关于速度概念，应当明确：

第一，速度具有方向性。速度与速率是有区别的。速率只反映物体运动的快慢，而速度是反映物体运动的快慢和方向。一般说的匀速圆周运动、匀速曲线运动，实际上都是省掉了一个“率”字，都是匀速率运动。由于运动的方向随时都在变化，所以应当是变速度运动。

第二，速度具有瞬时性。一般所谈的速度，都是指瞬时速度。它是反映物体在某一时刻（或某一位置）运动的快慢和方向的。所谓匀速（度）运动，实际上是各个时刻的速度都相同而已！所谓平均速度，是各个时刻速度的平均值。一个物体做匀速（率）圆周运动，运动一周的平均速度应当等于零，而平均速率不等于零。

第三，速度具有相对性。变换参照系时，速度也将随之改变。

$$\vec{v}_{A对C} = \vec{v}_{A对B} + \vec{v}_{B对A},$$

上式也叫速度合成定理。

例题 3. 雨滴竖直下落的速度大小为 20 米/秒，火车以

$v=15$ 米/秒的速度从西向东运动。求车内乘客看到雨滴的速度如何？

解：取雨滴为研究对象。根据速度合成定理得

$$\vec{v}_{\text{雨对车}} = \vec{v}_{\text{雨对地}} + \vec{v}_{\text{地对车}}。$$

已知 $v_{\text{雨对地}}=20$ 米/秒，方向是竖直向下； $v_{\text{车对地}}=15$ 米/秒，方向是水平向东。由于

$$v_{\text{地对车}} = -v_{\text{车对地}}，$$

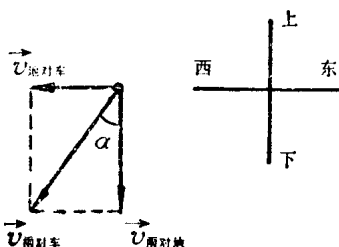


图 1-8

所以 $v_{\text{地对车}}=15$ 米/秒，方向是水平向西。根据平行四边形法则，作图 1-8，可知

$$\begin{aligned} v_{\text{雨对车}} &= \sqrt{v_{\text{雨对地}}^2 + v_{\text{地对车}}^2} \\ &= \sqrt{(20)^2 + (15)^2} \\ &= 25 \text{ 米/秒，} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{v_{\text{地对车}}}{v_{\text{雨对地}}} \\ &= \frac{15}{20} = 0.75, \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \alpha &= \operatorname{tg}^{-1} 0.75 \\ &= 37.2^\circ。 \end{aligned}$$

即车厢内乘客看到雨滴速度的大小为 25 米/秒，方向是向下偏西 37.2° 。

例题 4. 飞机相对空气向东飞行，速度为 v_1 。当时刮南风，速度为 v_2 。求地面上的观察者看飞机的速度如何？

解：取飞机为研究对象。

根据速度合成定理

$$\vec{v}_{\text{机对地}} = \vec{v}_{\text{机对空}} + \vec{v}_{\text{空对地}},$$

已知 $\vec{v}_{\text{机对空}} = v_1$ ，方向向东，

$\vec{v}_{\text{空对地}} = v_2$ ，方向向北（注意：风是空气相对地的运动，南风是从南向北刮的风）。作图 1-9，可知

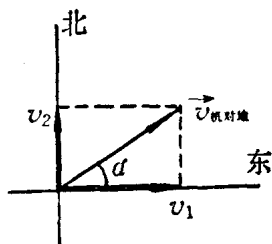


图 1-9

$$v_{\text{机对地}} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2},$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{v_2}{v_1},$$

即地面上观察者看飞机的飞行速度为 $\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ ，方向是东偏北 α 角。

3. 加 速 度

加速度是描写物体速度变化的快慢的物理量。

在任意相等的时间内速度增量都相同的运动（匀变速直线运动）中，速度增量 $\Delta \vec{v}$ 与所用时间 Δt 的比值为—恒量，它可以反映物体速度变化的快慢，我们把它叫做加速度，用符号 $\vec{a}$ 表示，即

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}。$$

在一般运动中，任意相等时间内速度的增量并不一定相

同。这时，处理的方法仍然是取无限短的小段，得

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t},$$

叫做瞬时加速度。

物体在运动过程中，只要速度有变化（无论速度的大小有变化还是速度的方向有变化），就有加速度。

(1) 速度的大小和方向都不改变的运动，是匀速直线运动，加速度等于零；

(2) 速度的大小改变、方向不改变的运动，是变速直线运动，有加速度。由于是直线运动，所以加速度的方向总在该直线上，又由于直线上各点的切线就是该直线，所以，这种情况的加速度实际上是切向加速度，以符号 a_τ 表示；

(3) 速度的大小不改变、方向改变的运动，是匀速率曲线运动。例如匀速率圆周运动，是有加速度的。加速度的方向总是指向圆心，叫做向心加速度。由于圆周上各点指向圆心的方向是该点的法线方向，所以这时的加速度又叫做法向加速度，以符号 a_n 表示；

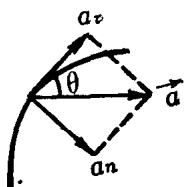


图 1-10

(4) 速度大小和方向都改变的运动，是变速曲线运动。这时既有切向加速度 a_τ ，又有法向加速度 a_n ，总加速度的大小为 $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ ，方向

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{a_n}{a_\tau} \text{ (参阅图 1-10) }。$$

关于加速度的概念，还应当明确：

第一，加速度具有方向性，加速度的方向是速度变化的

方向。

在直线运动情况下，加速度的方向可用+、-表示。加速度的方向与选定的正方向一致时， $a > 0$ ；加速度的方向与选定的正方向相反时， $a < 0$ 。但应当注意： $a > 0$ 不一定是加速运动， $a < 0$ 也不一定是减速运动。如果初速度 $v_0 > 0$ ，而 $a > 0$ ，即表示加速运动；如果初速度 $v_0 < 0$ ，而 $a < 0$ ，也表示加速运动。也就是说，加速度与初速度同号，为加速运动；加速度与初速度异号，为减速运动。例如，重力加速度的方向是竖直向下的，对于竖直上抛运动，由于初速度的方向是竖直向上，则加速度与初速度异号，从而是减速运动。竖直下抛运动则为加速运动。

第二，加速度具有瞬时性。一般谈到的加速度，都是指瞬时加速度。所谓匀加速运动，实际上是各个时刻的加速度都相同而已。平均加速度是各个时刻的加速度的平均值。

第三，加速度具有相对性。

$$\vec{a}_{A对C} = \vec{a}_{A对B} + \vec{a}_{B对C},$$

上式叫做加速度变换法则，也叫做加速度合成定理。

变换参照系时，如果两个参照系 B 和 C 之间有相对加速度，则物体的加速度也将随之改变。然而，如果两个参照系 B 和 C 之间没有相对加速度，即 $a_{B对C} = 0$ ，则物体相对于参照系 B 的加速度与相对于参照系 C 的加速度一样，即 $\vec{a}_{A对B} = \vec{a}_{A对C}$ 。

4. 匀变速运动的特点和计算

匀变速运动的特点是加速度为一恒量。它可以是直线运动，也可以是曲线运动。

匀变速直线运动包括匀加速直线运动和匀减速直线运动。自由落体、竖直下抛是匀加速直线运动，竖直上抛是匀减速直线运动。它们的特点是加速度 $a = \text{恒量}$ ，并且加速度和速度的方向都在同一直线上。

平抛、斜抛是曲线运动。在忽略阻力的情况下，物体在运动过程中，只受重力作用，它们的加速度是恒定不变的，即为重力加速度。所以，它们也是匀变速运动。可以把它们看作是水平方向匀速直线运动与竖直方向匀变速直线运动的合运动。

匀变速直线运动的基本公式为

$$v = v_0 + at,$$

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} at^2,$$

$$v^2 = v_0^2 + 2aS.$$

式中 a 是加速度， v_0 是初始时刻 ($t=0$ 时) 的速度， v 是 t 时刻的瞬时速度， S 是位移。

匀变速直线运动的基本公式可应用到许多情况，应用时要分析具体情况的特点，必要时要注意处理方法。兹列表如下：

例题 5. 直升飞机以 10 米/秒的速度匀速上升，当它离