

中国科学院土木建筑研究所

地震工程研究报告集

第一集

科学出版社

內 容 簡 介

本书包括关于地震工程的研究报告十三篇,共分三个部分:第一部分(四篇)为地震力理論問題,着重对地震力統計理論进行了評論和补充;第二部分(五篇)为工业与民用建筑的抗震問題,着重討論建筑物的自振特性及其測量方法;第三部分(四篇)为水工結構的抗震問題,推广运用了在工业与民用建筑中行之有效的动力分析方法。上述研究工作是中国科学院土木建筑研究所在 1958—1961 年期间完成的。

本书可供科学研究工作者、工程技术人員以及高等学校教师参考之用。

中国科学院土木建筑研究所 地震工程研究报告集

第 一 集

*

科学出版社出版 (北京朝阳門大街 117 号)
北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1962 年 9 月第 一 版
1962 年 9 月第一次印刷
(京) 0001—1,300

书号: 2602 字数: 268,000
开本: 787 × 1092¹/₁₆
印张: 11 3/4

定价: 1.80 元

編者的話

地震工程問題的研究还是处于幼稚的阶段；人們对它进行認眞的研究不过是最近三十年的事。無論对地震現象的观测調查或者对地震作用与抗震措施的理論与实验研究都还不够广泛和深入，远远不能滿足工程設計的要求。我国有強烈地震活动的区域很广闊，地震区的工程建設規模也日益扩大，进一步发展这門学科是很必要的。为了促进研究工作的发展和有助于文献資料的积累，現将本所自 1958 年大跃进以来沒有发表过的关于这个問題的研究报告編成此册，定名为“地震工程研究报告集第一集”；由于这方面的研究是长期性的，准备在今后不定期地廣續出版这样的文集。

本着百花齐放、百家爭鳴的方針，本文集不求統一的学术观点，文集中的各篇报告都只代表作者們自己的意見。

編輯委员会

通用符号

(一) 弹性力学及结构力学符号

坐标: $x, y, z; \xi, \eta, \zeta; r, \theta, z$.

位移: u, v, w .

法线: N 或 n .

切线: T 或 t .

方向余弦: l, m, n .

长、高、宽、厚: l, h, b, t .

截面面积: F .

面积: Ω, S .

体积: V .

惯性矩: I, I_x .

单位容重: ρ .

密度: ρ/g .

应力: σ, τ .

应变: ε, γ .

弹性模量: E, G .

泊桑比: ν .

拉梅常数: G, λ .

力: F .

荷载: $P, p; Q, q$.

剪力: S (或 Q).

弯矩: M .

质量: m, M .

重量: w, W .

功: W .

能量: E .

位能: Π (或 U).

动能: K (或 T).

能量耗散系数: $\bar{D}$ (或 D).

刚度: $k, K; c, C$.

函数: Φ, ψ, χ .

系数: $\alpha, \beta, \gamma; a, b, c, d$.

常数: c, K .

(二) 地震工程学符号

频率: f .

圆频率: $\omega; \omega'$ (有阻尼).

周期: $T; T'$ (有阻尼).

时间: t, τ .

阻尼系数: μ .

阻尼比: ε .

对数衰减率: λ .

位移反应: δ .

速度反应: ν .

加速度反应: a .

位移反应谱: $\Delta(T)$.

速度反应谱: $V(T)$.

加速度反应谱: $A(T)$.

振型次序: j .

质点次序: i .

广义坐标: q .

振型参与系数: η .

振型函数: $U(x, y, z), V(x, y, z),$
 $W(x, y, z).$

频率谱: $A(\omega)$.

相角: θ, ϕ .

(三) 概率论符号

概率: $P\{ \}$.

期望值: $E | |$.

平均数: $\bar{—}, M$.

离散: $\overline{—}^2, D$.

标准差(均方差): σ .

相关函数: B, R .

功率谱: $S(\omega)$.

传递函数: Φ .

(四) 上指标与下指标

对坐标的微分: $'$

对时间的微分: $\dot{}$

地面: g 或 0

初始: 0

目 录

編者的話	(v)
通用符号	(vi)
引言	刘恢先(1)

第 一 部 分

計算反应譜的一种簡便方法	王前信(3)
关于标准加速度反应譜問題	章在墉、居荣初、杜瑞明(12)
地震力統計理論的評介	胡聿賢、周錫元(21)
弹性体系在平穩和平穩化地面运动下的反应	胡聿賢、周錫元(33)

第 二 部 分

单层厂房自振特性及其在地震反应計算中的应用	王光远、徐祥文、周錫元、肖光先(51)
✓ 多层砖石房屋动力特性	尹之潛、王承春(76)
④ 多层框架房屋动力特性	尹之潛、彭克中、周之德(102)
附：討論	徐祥文(115)
✓ 建筑物脉动現象分析	尹之潛、彭克中(122)
填充墙框架承受側力的工作性質	彭克中、尹之潛(130)

第 三 部 分

挡水坝地震荷載	刘恢先、王孝信(140)
在不規則地震作用下刚性坝面动水压力的研討	王前信、王孝信(154)
伸臂梁在一側有水时的自振特性与地震荷載	王前信、王孝信(162)
水中圓柱体結構的自由振动	居荣初、黃振平、杜瑞明(173)

引 言

刘 恢 先

抗地震结构的理论的发展经历过三个阶段。在最初的阶段，抗震理论是以地震宏观现象为基础，只有定性的概念，没有定量的方法。例如地震烈度的划分最初就是以宏观现象为尺度，缺乏数量的标志。在第二个阶段，人们认识到地面的水平加速度运动是重要的破坏因素；于是在烈度表中出现了加速度指标，在结构设计中流行着以地面最大加速度为防御对象的观念。从本世纪 30 年代开始以至今日可谓第三阶段，建立了以结构反应谱为中心的 seismic force theory。现在世界各国大都以反应谱作为结构计算的根据并企图在此基础上建立地震烈度的新标准。在今天看起来，以上的理论并不复杂，但在发展过程中都是每历数十年才踏进一步。这是由于地震不是经常发生的事情，发生的时候又很难取得真正有用的科学资料，因而理论与实际缺乏紧密的联系，妨碍了认识的深化。

以结构反应谱为中心的抗震理论含有两个根本的假定：第一，地震是强加于结构基础之上的加速运动，它决定于地震烈度而与结构本身性质无关；第二，结构是弹性体系，完全适用迭加原理。在此假定下，地面运动的特征和结构的特征被区分开来，分别进行研究，而通过“反应谱”的概念它们又被联结在一起。这个理论的提出充分利用了并且有力地促进了下列三方面的研究工作：(1)对强地震地面运动的仪器观测以及根据观测资料制定标准反应谱的工作；(2)各类建筑物在弹性阶段的振动特性的测定；(3)以反应谱为基础的結構动力分析。这些工作正在各国被广泛地研究着，但还没有达到完善的程度。

本文集汇集了中国科学院土木建筑研究所在 1958—1961 年期间进行的而尚未发表的若干研究工作。这些工作的目的在于从上述几方面来充实以反应谱为中心的抗震理论，使之更有实用意义。

第一部分包括关于地震力理论的四篇文章，除了提供一个计算反应谱的简便方法并对现行的标准反应谱作了一些比较分析以外，着重对地震力的统计理论进行了评论和补充。地震力的统计理论的提出已有十余年的历史，目前有两个学派在发展。一以美国 G. W. Housner 为代表，假定地震时的地面运动如同白噪声那样毫无规律；一以苏联 M. Ф. Барштейн 为代表，假定地面运动是一种平稳的各态历经的随机过程。文章的作者们批判了第一个学派，支持了第二个学派，并且作了某些改进，例如：在地面运动功率谱表示式中加入一个低频减量，使结构位移当频率无限降低时趋于有限；用平稳化的方法使结构瞬态反应接近于实际；利用单自由度体系的稳态反应来计算多自由度体系的稳态反应。

第二部分包括关于工业与民用建筑抗震问题的五篇文章，中心的问题是建筑物的自振特性。通过对实际建筑物的振动测验取得了关于多层砖石房屋、高层框架房屋、单层厂房几类在我国最为普遍的建筑的自振特性的数据，包括频率、阻尼和振动形式。值得注意的是无论哪类建筑在振动测验中都表现为空间结构，民用建筑中的楼板和单层厂房的屋

頂都起着水平聯結的作用,使平面為狹長形的建築物具有平板式的振型;此外,對於框架結構來說,填充牆的加勁作用不容忽視。在測量方法上,利用建築物的脈動來了解它的自振特性看來是可取的方法;通過對脈動的觀測可以確定建築物的基頻及其振型與阻尼,並有可能找出高次頻率。

第三部分包括關於水工結構抗震問題的四篇文章,推廣運用了在工業與民用建築中行之有效的反應譜理論。水工結構多屬空間體系,同時承受動水壓力,因此問題比較複雜。文集中對於簡單的梁式平面結構取得了理論解答;對於複雜的空間結構則推薦一個半實驗半理論的方法,就是用模型試驗確定結構的自振特性,然後用能量法來計算結構在地震作用下的反應。研究結果表明,水的影響主要表現為結構自振週期的增長(無異於結構慣性的增大),使地震荷載隨之增大。

必須指出,反應譜理論的弱點在於它所依據的根本假定不盡合乎實際情況;本文集的工作沒有離開這些根本假定,所以僅僅是這個理論的補充。真正要把抗震理論提高一步,使之更正確地反映客觀實際,還必須深入研究下列幾個問題,進一步修正根本的假定。

(1) 地面運動的特徵。這是抗震理論的出發點,除了地面運動統計特徵的研究應當繼續發展以外,還應當研究工程地質條件以及人工建築物對於地面運動的影響。這項工作的前提是建立具有一定規模的強地震觀測網,積累地面運動的觀測資料。

(2) 彈塑性體系在地震作用下的反應。對於工業與民用建築來說,這項研究非常必要。地震是一種偶然性的荷載,我們容許建築物在地震時蒙受一些局部的、非致命的損害,因此完全可以利用結構的塑性來耗散地震的能量,使結構得以保存。這方面的研究必然要涉及到材料與結構在塑性階段的動力性能與非線性振動理論的研究,統計方法和能量方法將會找到重要的用途。在研究這個問題的時候,還應當把結構和地基看成為一個整體,充分考慮地基情況對於結構性能的影響。

(3) 應力波的傳播理論。對於體形龐大如擋水壩的建築物,簡單地假定地震的作用相當於基礎的振動是不夠精確的。應當進一步研究地震波通過建築物時所產生的應力波的性質與影響。這裡涉及到應力波在複雜的介質與邊界條件下的傳播理論,是一個沒有很好開拓的領域。

(4) 實際建築物所受地震影響的儀器觀測與宏觀調查。理論起源於實踐,又回到實踐,這是不易的道理;抗震結構的理論能否建立最後取決於它是否合乎客觀事實。因此對於實際地震所造成的對建築物的損害進行觀測調查以檢驗理論的正確性是十分必要的。

(5) 地震烈度的標準。“地震烈度”這個概念是地震地質、地震區域劃分、抗震結構三門學科的交叉點。地質學家把地殼構造運動和烈度聯繫起來;地球物理學家按地震烈度劃分地震區域;工程師根據地震烈度來制訂設防標準。所以地震烈度是一個重要的概念。但是這個概念迄今還是非常不明確。最初,地震烈度是以人的感覺、自然現象和建築物的破壞情況來綜合描述;以後增加了一個最大地面加速度的指標;近年又提出了基於結構反應譜的若干建議。很明顯,用人的感覺和自然界的宏觀現象作為烈度的尺度是非常粗糙的,尋找一個合理的物理量作為烈度的標準十分必要。雖然各國學者在這方面已有許多建議,但遠遠沒找到成熟的答案,還值得大力進行研究。

筆者認為上述幾個問題是當前抗震理論的幾個基本問題,這些問題的解決,有待於這方面研究工作者的共同努力。

計算反应譜的一种簡便方法

王 前 信

提 要

本文提供了一个計算反应譜的簡便方法。無論計算位移譜、速度譜或是加速度譜,都利用同一形式的連鎖公式。公式是一个具有常系数的綫性代数方程,使用十分簡便,因而具有工程实用的价值。

一、前 言

所謂反应譜就是单質点振子在地震作用下的最大反应和振子的自振周期或頻率之間的函数关系。有了反应譜,非但可以直接算出单自由度建筑物在地震作用下的反应,而且通过振型組合的方法可以估計多自由度建筑物的反应。因此反应譜已經成为当前抗震建筑設計的基础,为各国工程界所通用。

如所周知,在地震作用下,单質点振子对于基础的相对位移 $\delta(t)$ 为下列微分方程之解

$$\ddot{\delta} + 2\mu\dot{\delta} + \omega^2\delta = -\ddot{\delta}_g(t) \quad (1)$$

式中, μ 为阻尼系数; ω 为自振頻率; $\delta_g(t)$ 为地面位移。对于給定的地震,相对位移 $\delta(t)$ 的最大值 $\Delta = \Delta(\omega, \mu)$, 称为位移譜, 相对速度 $v(t)$ 的最大值 $V = V(\omega, \mu)$ 称为速度譜, 绝对加速度的最大值 $A = A(\omega, \mu)$ 称为加速度譜。

計算反应譜必須根据不同的 ω 和 μ 完成式 (1) 的积分, 算出体系的反应过程, 然后画出其最大值与自振周期(或頻率)的关系曲綫。这是相当繁重的計算工作。前人已經提出許多計算反应譜的方法, 包括机械模拟、电模拟和数值計算方法, 但已有的方法往往失之于不够精确或者需要現代化計算工具, 不能广泛地采用。本文提供一种数值計算方法, 其基本概念是从反应曲綫上前二时段的反应值来推算紧随的后一时段的反应值, 使計算能够連鎖进行。看来这个方法簡而易行, 不需特殊工具, 具有实用的意义。

二、求解途径概述

地面运动的加速度記錄可以看成是由一系列的变化頻繁的曲折綫段所組成(图 1), 为了研究在复杂的 $\alpha(t)$ 作用之下所引起的反应, 我們宜于先研究在阴影部分作用之下所引起的反应而后再作进一步的处理。

阴影部分可割取开来并放大于图 2a 所示。当地震記錄 $\alpha(t)$ 給定时, 对于一定的时程 t_1 和 t_2 , 根据振动力学的基本原理, 易于导得关系式

$$\left. \begin{aligned} \delta_2 &= \delta_2(\delta_1, v_1) \\ v_2 &= v_2(\delta_1, v_1) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, δ_i 和 v_i 表示时程为 t_i 时的相对位移和相对速度. 式 (2) 是简单的线性代数方程.

仿照式 (2) 一样, 参照图 2b, 可以求得

$$\left. \begin{aligned} \delta_3 &= \delta_3(\delta_2, v_2), \\ v_3 &= v_3(\delta_2, v_2). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

于是, 自式 (2) 和 (3) 的第一式消去 v_1 和 v_2 可得

$$\delta_3 = \delta_3(\delta_1, \delta_2). \quad (4)$$

自式 (2) 和 (3) 的第二式消去 δ_1 和 δ_2 可得

$$v_3 = v_3(v_1, v_2). \quad (5)$$

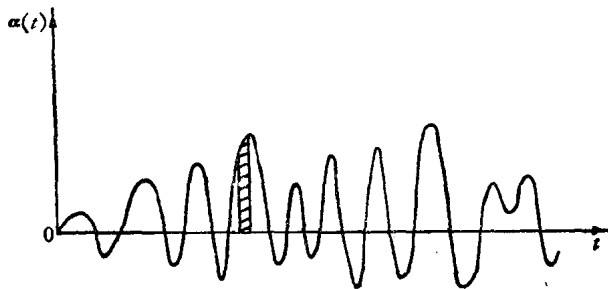


图 1

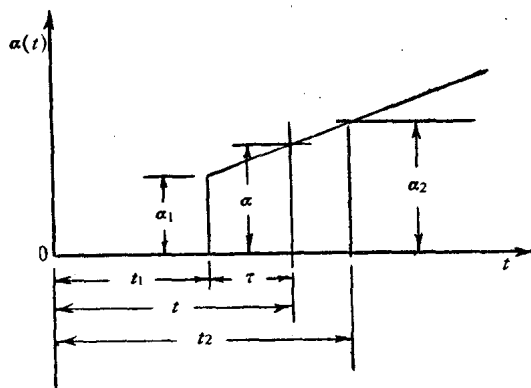


图 2a

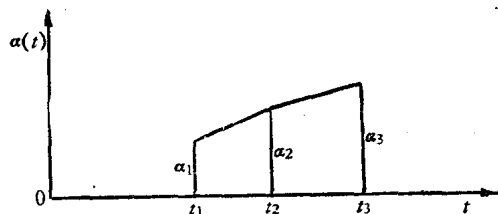


图 2b

式 (4) 中仅有位移, 式 (5) 中仅有速度, 二者分别独立, 计算时互不相涉. 这两个式子都是简单的线性代数方程, 十分便于连锁计算, 其优越性是明显的.

将式 (4) 和 (5) 作简单的代数组合, 易于给出绝对加速度的连锁计算公式

$$a_3 = a_3(a_1, a_2). \quad (6)$$

三、基本公式的导演

为了表述方便起见, 我们将式 (1) 写成下列形式

$$\ddot{\delta} + 2\mu\dot{\delta} + \omega^2\delta = \alpha(t). \quad (7)^*$$

图 2a 中坡线的方程应为

$$\alpha = \alpha_1 + \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{t_2 - t_1} \right) (t - t_1) = \alpha_1 \left(1 - \frac{\tau}{t_2 - t_1} \right) + \alpha_2 \left(\frac{\tau}{t_2 - t_1} \right). \quad (8)$$

根据条件 $\delta_{t=t_1} = \delta_1$, $\dot{\delta}_{t=t_1} = v_1$, 自式 (7) 可以解得

$$\begin{aligned} \delta(\tau) &= \delta_1 e^{-\mu\tau} \left(\cos \omega'\tau + \frac{\mu}{\omega'} \sin \omega'\tau \right) + v_1 \frac{e^{-\mu\tau}}{\omega'} \sin \omega'\tau + \\ &+ \alpha_1 \left(\frac{1}{\omega^2} \left[1 + \frac{2\mu}{\omega^2(t_2 - t_1)} \right] - \frac{\tau}{\omega^2(t_2 - t_1)} - e^{-\mu\tau} \left\{ \frac{1}{\omega^2} \left[1 + \frac{2\mu}{\omega^2(t_2 - t_1)} \right] \cos \omega'\tau + \right. \right. \end{aligned}$$

* $\alpha = -\ddot{\delta}_g$, 为地面加速度的负值, 由于地震可来自任何方向, 故此负号一般可不予考虑, 但应注意绝对加速度 $a = \ddot{\delta} + \ddot{\delta}_g = \ddot{\delta} - \alpha$.

$$+ \frac{1}{\omega' \omega^2} \left[\mu - \frac{\omega'^2 - \mu^2}{\omega^2(t_2 - t_1)} \right] \sin \omega' \tau \Bigg) + \alpha_2 \left(\frac{\tau}{\omega^2(t_2 - t_1)} - \frac{2\mu}{\omega^4(t_2 - t_1)} + \right. \\ \left. + e^{-\mu\tau} \left\{ \frac{2\mu}{\omega^4(t_2 - t_1)} \cos \omega' \tau - \frac{\omega'^2 - \mu^2}{\omega' \omega^4(t_2 - t_1)} \sin \omega' \tau \right\} \right), \quad (9)$$

式中

$$\omega'^2 = \omega^2 - \mu^2, \quad (10)$$

ω' 为有阻尼时的自振频率。

现将 $t = t_2$ 或 $\tau = t_2 - t_1$ 代入式 (9) 并令

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\omega}, \quad (11)$$

$$z = \omega'(t_2 - t_1), \quad (12)$$

$$\begin{cases} \bar{\delta} = \omega'^2 \delta, \\ \bar{v} = \omega' v, \end{cases} \quad (13)$$

便有

$$\bar{\delta}_2 = \bar{\delta}_1 C + \bar{v}_1 D + \alpha_1 E + \alpha_2 F, \quad (14)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} C(z) &= e^{-\varepsilon z} (\cos z + \varepsilon \sin z), \\ D(z) &= e^{-\varepsilon z} \sin z, \\ E(z) &= \frac{1}{(1 + \varepsilon^2)^2} \left(\frac{2\varepsilon}{z} - e^{-\varepsilon z} \left\{ \left(1 + \varepsilon^2 + \frac{2\varepsilon}{z} \right) \cos z + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left[\varepsilon (1 + \varepsilon^2) - \frac{1 - \varepsilon^2}{z} \right] \sin z \right\} \right), \\ F(z) &= \frac{1}{(1 + \varepsilon^2)^2} \left[\left(1 + \varepsilon^2 - \frac{2\varepsilon}{z} \right) + e^{-\varepsilon z} \left(\frac{2\varepsilon}{z} \cos z - \frac{1 - \varepsilon^2}{z} \sin z \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

自式 (9) 可进一步导出

$$\begin{aligned} v(\tau) &= \delta_1 \left[-\frac{\omega^2}{\omega'} e^{-\mu\tau} \sin \omega' \tau \right] + v_1 \left[e^{-\mu\tau} \left(\cos \omega' \tau - \frac{\mu}{\omega'} \sin \omega' \tau \right) \right] + \\ &\quad + \alpha_1 \left\{ -\frac{1}{\omega^2(t_2 - t_1)} + e^{-\mu\tau} \left[\frac{1}{\omega^2(t_2 - t_1)} \cos \omega' \tau + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{\omega'} \left(1 + \frac{\mu}{\omega^2(t_2 - t_1)} \right) \sin \omega' \tau \right] \right\} + \alpha_2 \left\{ \frac{1}{\omega^2(t_2 - t_1)} - \right. \\ &\quad \left. - e^{-\mu\tau} \left[\frac{1}{\omega^2(t_2 - t_1)} \cos \omega' \tau + \frac{\mu}{\omega' \omega^2(t_2 - t_1)} \sin \omega' \tau \right] \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

将 $\tau = t_2 - t_1$ 代入式 (16) 可得

$$\bar{v}_2 = \bar{\delta}_1 G + \bar{v}_1 H + \alpha_1 I + \alpha_2 J, \quad (17)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} G(z) &= -(1 + \varepsilon^2) e^{-\varepsilon z} \sin z, \\ H(z) &= e^{-\varepsilon z} (\cos z - \varepsilon \sin z), \\ I(z) &= \frac{1}{1 + \varepsilon^2} \left\{ -\frac{1}{z} + e^{-\varepsilon z} \left[\frac{1}{z} \cos z + \left(1 + \varepsilon^2 + \frac{\varepsilon}{z} \right) \sin z \right] \right\}, \\ J(z) &= \frac{1}{(1 + \varepsilon^2)z} [1 - e^{-\varepsilon z} (\cos z + \varepsilon \sin z)]. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

倘我們沿时程將地面加速度記錄分成許多如图 1 中阴影部分的梯形小块，則根据各段不同的 z 值，利用式(14)和(17)，可以逐段算得位移和速度的反应。可是，这样的程序是繁瑣的，因为各段的 z 值不同，各段的 $C, D, G, H, \dots$ 等函数值也不同，計算位移时不得不涉及速度，計算速度时不得不涉及位移，而且加速度反应还不能直接算得。因此，我們还要进一步作必要的簡化处理。

四、进一步的簡化处理

今設 $z_2 = \omega'(t_3 - t_2)$ ，仿照式(14)可写出

$$\bar{\delta}_3 = \bar{\delta}_2 C_2 + \bar{v}_2 D_2 + \alpha_2 E_2 + \alpha_3 F_2, \quad (19)$$

將式(14)和(17)中的 $C, D, \dots, G, H$ 等函数加上脚标“1”，自式(14)，(17)和(19)中消去 $\bar{v}_1, \bar{v}_2$ 便可得到

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_3 = D_2 \left[\bar{\delta}_1 \left(\frac{D_1 G_1 - C_1 H_1}{D_1} \right) + \bar{\delta}_2 \left(\frac{H_1}{D_1} + \frac{C_2}{D_2} \right) + \alpha_1 \left(\frac{D_1 I_1 - E_1 H_1}{D_1} \right) + \right. \\ \left. + \alpha_2 \left(\frac{D_1 J_1 - F_1 H_1}{D_1} + \frac{E_2}{D_2} \right) + \alpha_3 \left(\frac{F_2}{D_2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)不包含速度，只具有位移，可由前两点的反应推算紧随的第三点的反应，故十分便于連鎖計算。实际上我們可沿时程將梯形小块的底寬取为等值(图 2b)， $z_1 = z_2 = z$ ，这样一来，式(20)就将簡化甚多(可将 $C_1, G_1, \dots, D_2, H_2, \dots$ 等函数的不同脚标除去)，下面把它写成簡洁的一般形式

$$\bar{\delta}_i = \bar{\delta}_{i-2} \Phi + \bar{\delta}_{i-1} \Psi + \alpha_{i-2} L_\delta + \alpha_{i-1} M_\delta + \alpha_i N_\delta \quad (21)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= DG - CH, \\ \Psi &= H + C, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} L_\delta &= DI - EH, \\ M_\delta &= DJ - FH + E, \\ N_\delta &= F. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式(21)不适用于計算起始二点的位移(δ_0 和 δ_1)，但一般常认为 $\delta_0 = v_0 = 0$ ，故

$$\left. \begin{aligned} \bar{\delta}_0 &= 0, \\ \bar{v}_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

又根据式(14)

$$\bar{\delta}_1 = \alpha_0 K_\delta + \alpha_1 N_\delta, \quad (25)$$

式中

$$K_\delta = E. \quad (26)$$

仿此我們可以导出速度的連鎖公式。对于各时段不等的情形，相当于式(20)有

$$\begin{aligned} \bar{v}_3 = G_2 \left[\bar{v}_1 \left(\frac{D_1 G_1 - C_1 H_1}{G_1} \right) + \bar{v}_2 \left(\frac{C_1}{G_1} + \frac{H_2}{G_2} \right) + \alpha_1 \left(\frac{E_1 G_1 - C_1 I_1}{G_1} \right) + \right. \\ \left. + \alpha_2 \left(\frac{F_1 G_1 - C_1 J_1}{G_1} + \frac{I_2}{G_2} \right) + \alpha_3 \left(\frac{J_2}{G_2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

对于各时段相等的情形，相当于式(21)有

$$\bar{v}_i = \bar{v}_{i-2} \Phi + \bar{v}_{i-1} \Psi + \alpha_{i-2} L_v + \alpha_{i-1} M_v + \alpha_i N_v \quad (28)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} L_v &= EG - CI, \\ M_v &= FG - CJ + I, \\ N_v &= J, \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Φ, Ψ 仍如式(22)所表。相当于式(25)有

$$\bar{v}_1 = \alpha_0 K_v + \alpha_1 N_v, \quad (30)$$

式中

$$K_v = I. \quad (31)$$

参照关系式

$$a = \ddot{\delta} - \alpha = -2\varepsilon\bar{v} - (1 + \varepsilon^2)\bar{\delta}, \quad (32)$$

将位移和速度的連鎖公式綫性組合可得绝对加速度的連鎖公式为

$$a_i = a_{i-2}\Phi + a_{i-1}\Psi + \alpha_{i-2}L_a + \alpha_{i-1}M_a + \alpha_i N_a, \quad (33)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} L_a &= -2\varepsilon L_v - (1 + \varepsilon^2)L_\delta, \\ M_a &= -2\varepsilon M_v - (1 + \varepsilon^2)M_\delta, \\ N_a &= -2\varepsilon N_v - (1 + \varepsilon^2)N_\delta, \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Φ 和 Ψ 仍如式(22)所示。还有

$$a_0 = -2\varepsilon\bar{v}_0 - (1 + \varepsilon^2)\bar{\delta}_0 = 0, \quad (35)$$

$$a_1 = \alpha_0 K_a + \alpha_1 N_a, \quad (36)$$

式(36)中

$$K_a = -2\varepsilon K_v - (1 + \varepsilon^2)K_\delta. \quad (37)$$

綜合以上的結果,可将各种反应(位移、速度和加速度)的連鎖計算公式写成如下的統一形式

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= 0, \\ r_1 &= \alpha_0 K_r + \alpha_1 N_r, \\ r_i &= r_{i-2}\Phi + r_{i-1}\Psi + \alpha_{i-2}L_r + \alpha_{i-1}M_r + \alpha_i N_r \quad (i = 2, 3, \dots). \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

式(38)中的函数 Φ, Ψ 对于各种反应皆同, K_r, L_r, M_r, N_r 因反应的类别而异。

五、函数表. 計算实例

在无阻尼情况下, $\varepsilon = 0$, 以上所列举的各函数具有十分简单的形式, 現将其与連鎖公式并写在一起, 而不必另制函数表。

相对位移:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\delta}_0 &= 0, \\ \bar{\delta}_1 &= \left(\frac{\sin z}{z} - \cos z \right) \alpha_0 + \left(1 - \frac{\sin z}{z} \right) \alpha_1, \\ \bar{\delta}_i &= -\bar{\delta}_{i-2} + 2 \cos z \cdot \bar{\delta}_{i-1} + \left(1 - \frac{\sin z}{z} \right) \alpha_{i-2} + \\ &\quad + 2 \left(\frac{\sin z}{z} - \cos z \right) \alpha_{i-1} + \left(1 - \frac{\sin z}{z} \right) \alpha_i. \quad (i = 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

相对速度:

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{v}_0 &= 0, \\
 \bar{v}_1 &= \left(\sin z + \frac{\cos z}{z} - \frac{1}{z} \right) \alpha_0 + \left(\frac{1}{z} - \frac{\cos z}{z} \right) \alpha_1, \\
 \bar{v}_i &= -\bar{v}_{i-2} + 2 \cos z \cdot \bar{v}_{i-1} + \left(\frac{\cos z}{z} - \frac{1}{z} \right) \alpha_{i-2} + \\
 &\quad + \left(\frac{1}{z} - \frac{\cos z}{z} \right) \alpha_i \quad (i = 2, 3, \dots).
 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

绝对加速度: 计算公式同式(39), 只须将 δ 以 $-a$ 代之即可。

由于地面运动变化很频繁, 故 $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ 的选择应以加速度记录的变化频率为依据。 Δt 选择为 0.02~0.04 秒是适宜的, 因为过大则梯形小块所组成的折线图形与实际记录相差太远, 过小则使计算量大增。 现将对数衰减率 $\lambda = 0.5$ 时各函数值列于表 1 中, 这时 $\varepsilon = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1}{4\pi}$ 。 表中列举的自振周期是一些比较具有代表性的数值。

下面结合一个算例来说明地震反应的具体计算方法。

[例] 设 $T = 0.25$ 秒, $\lambda = 0.5$, 试求图 3 所示地震(加速度记录)作用下的反应。

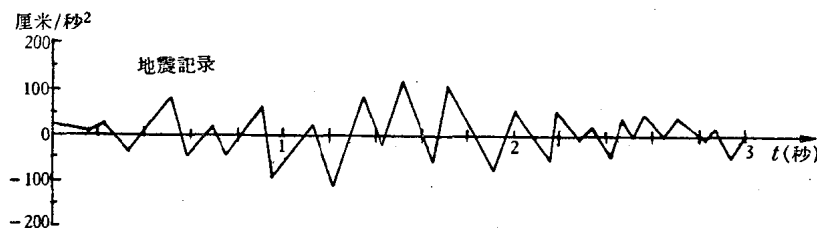


图 3 地震记录 $a(t)$

[解] 取 $\Delta t = 0.02$ 秒, 查表可得

$$\begin{aligned}
 K_\delta &= 0.07970, & L_\delta &= 0.03916, \\
 M_\delta &= 0.15780, & N_\delta &= 0.04076, \\
 \Phi &= -0.92312, & \Psi &= 1.68389.
 \end{aligned}$$

根据式(24)及(25)

$\bar{\delta}_0 = 0$, $\bar{\delta}_1 = 16.5 \times 0.07970 + 14.6 \times 0.04076 = 1.910$ 厘米/秒², $\bar{\delta}_2, \bar{\delta}_3, \dots$ 等的计算程序如表 2 所列, 表中的 α_i 是根据地震记录量得的。 计算结果描绘如图 4 所示。

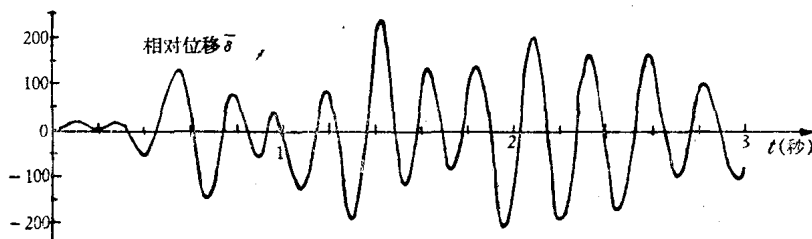


图 4 相对位移 $\bar{\delta}$

$\bar{v}_i$ 与 α_i 的求解程序与 $\bar{\delta}_i$ 相仿, 从略, 仅给出结果如图 5 和 6 所示。 如图可见, $\bar{\delta}, \bar{v}$ 和 a 的绝对最大反应值是近似相等的, 这与工程地震学中经常引用的关系式

$$\omega'^2 \Delta \approx \omega' V \approx A \quad (41)$$

是相符的。

表 1 Φ, Ψ, L, M, N 和 K 函数表 ($\lambda = 0.5, \Delta' = 0.02$ 秒)

T (秒)		0.10	0.15	0.20	0.25	0.40	0.50	0.60	0.80	1.00	1.40	2.00
s		$2\pi/5$	$4\pi/15$	$\pi/5$	$4\pi/25$	$\pi/10$	$2\pi/25$	$\pi/15$	$\pi/20$	$\pi/25$	$\pi/35$	$\pi/50$
計算 各種 反應 譜用	Φ	-0.81873	-0.87517	-0.90484	-0.92312	-0.95123	-0.96079	-0.96722	-0.97531	-0.98020	-0.98582	-0.99005
	Ψ	0.55922	1.25195	1.53912	1.68389	1.85515	1.89881	1.92396	1.95084	1.96449	1.97777	1.98610
	L	0.20907	0.10216	0.05984	0.03916	0.01577	0.01018	0.00712	0.00403	0.00259	0.00133	0.00064
	M	0.81083	0.40785	0.24064	0.15780	0.06354	0.04102	0.02863	0.01620	0.01041	0.00532	0.00264
	N	0.23168	0.10929	0.06293	0.04076	0.01617	0.01039	0.00724	0.00408	0.00262	0.00134	0.00065
計算 單位 移 譜用	K	0.41613	0.20741	0.12184	0.07970	0.03197	0.02061	0.01438	0.00813	0.00522	0.00267	0.00132
	L	-0.48047	-0.36121	-0.28431	-0.23329	-0.15068	-0.12171	-0.10205	-0.07708	-0.06192	-0.04442	-0.03119
	M	-0.03504	-0.01682	-0.00977	-0.00636	-0.00254	-0.00164	-0.00114	-0.00065	-0.00042	-0.00022	-0.00011
	N	0.51551	0.37803	0.29408	0.23964	0.15322	0.12335	0.10319	0.07773	0.06233	0.04464	0.03131
	K	0.34504	0.31719	0.26504	0.22322	0.14817	0.12041	0.10129	0.07676	0.06175	0.04436	0.03117
計算 加速 度 譜用	L	-0.13393	-0.04530	-0.01497	-0.00228	0.00812	0.00912	0.00908	0.00821	0.00725	0.00573	0.00432
	M	-0.81039	-0.40776	-0.24061	-0.15779	-0.06354	-0.04102	-0.02863	-0.01620	-0.01041	-0.00532	-0.00264
	N	0.31519	-0.17015	-0.11014	-0.07916	-0.04066	-0.03009	-0.02370	-0.01648	-0.01256	-0.00846	-0.00563
	K	-0.47368	-0.25920	-0.16480	-0.11573	-0.05575	-0.03991	-0.03059	-0.02040	-0.01508	-0.00974	-0.00629
	見式(37)											

表2 δ_i 的求解程序表

(1)	i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
(2)	α_i (厘米/秒 ²)	16.5	14.6	13.0	11.0	9.1	6.9	5.1	5.0	11.2	
(3)	$0.03916 \alpha_{i-2}$	—	—	0.646	0.572	0.509	0.431	0.356	0.270	0.200	
(4)	$0.15780 \alpha_{i-1}$	—	—	2.304	2.051	1.736	1.436	1.089	0.805	0.789	
(5)	$0.04076 \alpha_i$	—	—	0.530	0.448	0.371	0.280	0.208	0.204	0.457	
(6)	Σ	—	—	3.480	3.071	2.616	2.148	1.653	1.279	1.446	
(7)	$-0.92312 \bar{\delta}_{i-2}$	—	—	0	-1.763	-6.181	-11.616	-16.268	-18.653	-17.919	
(8)	$1.68389 \bar{\delta}_{i-1}$	—	—	3.216	11.275	21.188	29.675	34.026	32.686	25.784	
(9)	$\Sigma = \bar{\delta}_i$ (厘米/秒 ²)	0	1.910	6.696	12.583	17.623	20.207	19.411	15.312	9.311	
(10)	δ_i (毫米)	0	0.030	0.106	0.199	0.279	0.320	0.307	0.242	0.147	

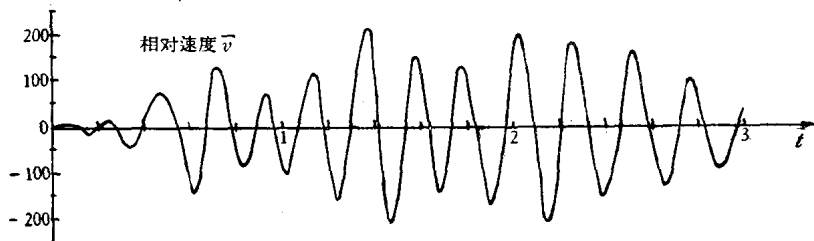


图5 相对速度 $\bar{v}$

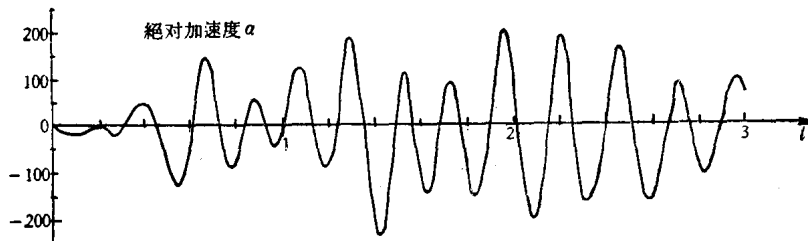


图6 绝对加速度 a

附录. 公式(9)和(16)的推导

根据拉普拉斯变换的基本关系式

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}\ddot{\delta}(\tau) &= p^2 \left[\Delta(p) - \delta_{\tau=0} - \frac{1}{p} \dot{\delta}_{\tau=0} \right] = p^2 \left[\Delta(p) - \delta_1 - \frac{v_1}{p} \right] \\ \mathcal{L}\dot{\delta}(\tau) &= p[\Delta(p) - \delta_{\tau=0}] = p[\Delta(p) - \delta_1] \\ \mathcal{L}\delta(\tau) &= \Delta(p) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

和

$$\mathcal{L}a(\tau) = \alpha_1 \left[1 - \frac{1}{p(t_2 - t_1)} \right] + \alpha_2 \left[\frac{1}{p(t_2 - t_1)} \right] \quad (43)$$

将式(7)按式(42), (43)进行变换后, 可解得

$$\begin{aligned} \Delta(p) &= \left[1 - \frac{\omega^2}{\theta(p)} \right] \delta_1 + \frac{p}{\theta(p)} v_1 + \frac{1}{\omega^2(t_2 - t_1)} \left[\frac{p + 2\mu + \omega^2(t_2 - t_1)}{\theta(p)} - \frac{1}{p} \right] \alpha_1 + \\ &+ \frac{1}{\omega^2(t_2 - t_1)} \left[\frac{1}{p} - \frac{p + 2\mu}{\theta(p)} \right] \alpha_2 \end{aligned} \quad (44)$$

式中

$$\theta(p) = p^2 + 2\mu p + \omega^2 \quad (45)$$

于是,将 $\Delta(p)$ 反变换后可得式(9).

根据式(42)的第二式

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \delta(\tau) = p[\Delta(p) - \delta_1] = & \left[-\frac{\omega^2 p}{\theta(p)} \right] \delta_1 + \left[1 - \frac{2\mu p + \omega^2}{\theta(p)} \right] v_1 + \\ & + \left[\frac{p(t_2 - t_1) - 1}{(t_2 - t_1) \cdot \theta(p)} \right] \alpha_1 + \left[\frac{1}{(t_2 - t_1) \cdot \theta(p)} \right] \alpha_2 \end{aligned} \quad (46)$$

将式(46)进行反变换后可得式(16).

参 考 文 献

- [1] С. В. Медведев: Статьи по вопросам инженерной сейсмологии, Труды Геофизического Института, СССР, № 36 (163), 1956.
- [2] L. S. Jacobsen: On a General Method of Solving Second Order Ordinary Differential Equations by Phase-Plane Displacements, J. Appl. Mech. Dec. 1952.
- [3] И. М. Рабинович: Геометрическое представление движения упругой системы с одной степенью свободы с учетом затухания (Исследования по теории сооружений), 1954.
- [4] 王前信:关于单自由度系统强迫振动的矢量图解算法的一般概念和矢量图的一些性质,土木工程学报,第5卷,第3期,1958.
- [5] M. A. Biot: A Mechanical Analyzer for the Predication of Earthquake Stresses, BSSA, 31, No. 2, 1941.
- [6] G. W. Housner, R. R. Martel, J. L. Alford: Spectrum Analysis of Strong-Motion Earthquake, BSSA, 43, No. 2, 1953.

关于标准加速度反应譜問題

章在壩 居榮初 杜瑞明

提 要

本文对各国建筑规范中为了计算地震荷载所采用的加速度反应譜以及若干研究者的建議进行了比較和分析,认为苏联麦德維捷夫(C. B. Медведев)所提供的結果較為系統,并接近于实际;本文在他的工作的基础上,进一步根据某些文献資料作了若干修改。

自从比阿(M. A. Biot)提出加速度反应譜的概念以来,許多研究者都相繼地为计算地震荷载所采用的标准加速度反应譜提出了各自的論点。总括起来,可以认为所有的标准加速度反应譜都是以下列几个假定为出发点:

1. 作为描述结构反应的单自由度体系只是从自振周期及阻尼参数两方面来模拟,至于其它的结构因素都是被忽視了的。因此不論结构型式如何,只要它們的周期和阻尼相同,則其动力系数 β 就相同。

2. 可以把反应譜值分离为两个独立变量(根据地震区域划分图上的烈度系数 K_e 及结构动力系数 β)的乘积。因此,对应于不同地震烈度的反应譜就沒有形状上的不同,而只有数值上的差別。

3. 区域土质条件对反应譜的影响是不加考虑的,所以与某一地震烈度相应的反应譜可以适用于同样烈度的任何地震区的结构设计。

实际上影响反应譜的因素很多,有些还待进一步查明。而在选择标准反应譜的方法上尚存在着不同的观点。此外,通过对目前各国現行設計规范及某些研究者所提出的数据的比較和分析,还可以看出,加速度反应譜在絕對量值上还存在着很大的差异。

一、各种地震荷载計算公式的比較

目前各国在实际設計中采用的地震荷载計算公式,尽管形式不同,但都采用了加速度反应譜的概念。所有这些計算公式只要稍加轉換就可以归納为表1所列的統一的形式。

表1所列計算公式的方括号中的量,具有統一的物理意义,它是一个周期与结构物的基本周期(或相应于其他振型的周期)相同而阻尼也相同的单自由度体系在地震作用下的最大加速度反应值与重力加速度的比值,是该体系的周期和阻尼的函数。当阻尼为一定时,則这个最大反应值与周期的函数关系就是结构反应的加速度反应譜,在数值上等于最大地面运动加速度对重力加速度的比值与结构动力系数(或称为放大率)的乘积。根据文献資料,加速度反应譜都接近于双曲綫的形式,其数值随着地震烈度的提高和阻尼的减小而增大。但各国現行的建筑规范所采用的及某些研究者所提出的加速度反应譜都在絕對量值上存在着很大的差异,这可以从表2的数值比較中看出来。虽然表中所列的加速度