

Dubbel

机械工程手册

(第一卷)

W. Beitz und K.-H. Küttner

张维 张淑英等译

清华大学出版社 施普林格出版社

I 机构学

Kinematics , mechanism - engineering

K . Hain , 不伦瑞克 (Braunschweig)

陈立周 译 吴宗泽 校

一般参考资料：

Dizioğlu, B.: Getriebelehre . Bd . 1 Grundlagen (1965) . Bd . 2 Massbestimmung (1967), Bd . 3 Dynamik (1966). Braunschweig : Vieweg 1965-67 . - Franke, R : Vom Aufbau der Getriebe ; Bd . I (1958), und Bd . II (1951). Düsseldorf : VDI-Verlag 1951/58 . - Hagedorn, L . : Konstruktive Getriebelehre . 3 . Aufl . Hannover : Schroedel 1976 . - Hain, K . : Angewandte Getriebelehre . 2 . Aufl . Düsseldorf : VDI-Verlag 1961 . Engl . Übersetzung : Applied kinematics London : McGraw-Hill 1967 . - Hain, K . : Atlas für Getriebe-Konstruktionen . Braunschweig : Vieweg 1972 . - Hain, K . : Getriebebeispiel-Atlas . Düsseldorf : VDI-Verlag 1973 . - Kraus, R . : Getriebelehre ; Bd . I . Einführung , 2 . Aufl (1956); Bd . II Getriebeaufbau (1952) und Bd . III Massbestimmung (1956) . Berlin : VEB Verlag Technik 1952-56 . - Lichtenheldt, W . : Konstruktionslehre der Getriebe . 4 . Aufl . Berlin : Akademie-Verlag 1970 . - Lohse, P . : Getriebesynthese . 2 . Aufl . Berlin : Springer 1980 . - Rauh, K . : Hagedorn, L . : Praktische Getriebelehre ; Bd . I Die Viergelenkkette . 3 . Aufl . Berlin : Springer 1965 . - Volmer, J . : Getriebetechnik . Lehrbuch , 3 . Aufl . Berlin : VEB Verlag Technik 1976 . - Volmer, J . : Getriebetechnik . Kurvengetriebe . Berlin : VEB Verlag Technik 1976 . - VDI-Handbuch Getriebetechnik I und II . Düsseldorf : VDI-Verlag 1978/79 .

1 机构的分类

Systematics of mechanisms

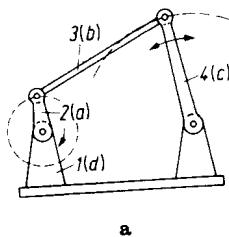
1.1 基础知识 Fundamentals

1.1.1 机构的定义 Definition of a mechanism

机构是变换或传递运动和能量的系统。一个机构至少由三个构件组成，其中一个固定的构件是机架^[1]。运动链和机构的区别是，如果选取运动链中的某一构件为机架、且有一个或几个构件为原动件，则该运动链就成为机构。

1.1.2 机构的结构 Mechanism structure

由长度为 a、b、c、d 的构件 2、3、4、1 彼此间用铰链 12、23、34、14 联接便可组成一个机构(图 1)。铰链是由两个运动副元素组成的一个运动副(图 2)。如螺旋和螺母组成螺旋副，轴和轴承



a

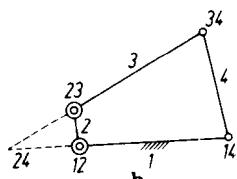


图 1. 机构的结构

a . 机构 b . 铰接四杆机构的简图

组成转动副，实心和空心多边形导轨组成移动副，球和球座组成球面副。彼此间面接触者称为低副(如轴和轴承)，线(如平板凸轮和滚子)或点(如平面和球)接触者称为高副。根据机构构件上所带运

2 | 机构学

动副元素的数目，又将它分为二元(n_2-)、三元(n_3-)、四元(n_4-)构件。



图 2. 铰链符号

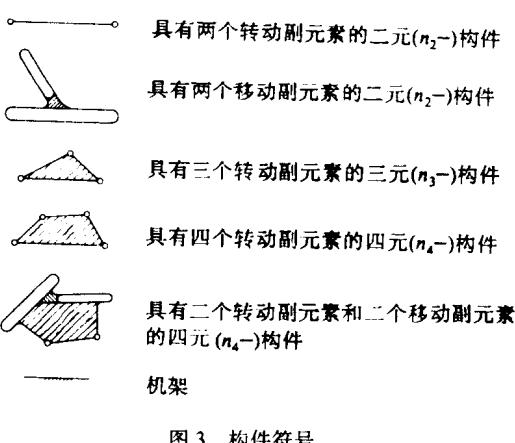


图 3. 构件符号

1.1.3 机构的活动度 Degrees of freedom

平面机构的活动度 F 取决于构件数 n 和铰链(具有自由度 $f=1$)数 g (Grübler 活动条件)，即

$$F = 3(n-1) - 2g \quad (1)$$

当 $n=4$, $g=4$ (例如图 1 的铰接四杆机构) 时,

$F=+1$ ，即意味着该机构具有强制运动。对于 $n=5$ 、 $g=5$ 的铰接五杆机构，其活动度 $F=+2$ 。机构的活动度是表明要使它得到确定功能至少所必须的驱动构件数或输入原动件数。当 $F=+2$ 时，必须给定两个相互独立的运动(例如在调整机构中)或两个不同的力，或者输出有力矩(差动机构或自动校正机构)。对于 $F>+2$ ，则满足相应的较高的最低先决条件，才能有确定运动。

1.2 机构的类型 Types of mechanism

1.2.1 铰接四杆机构 The four-bar linkage

一个铰接四杆机构如果满足 Grashof 条件，即最短杆和最长杆长度之和小于其他两构件长度之和，则是能作整周回转的机构。此组机构可以只有一个“最短”的杆，而“最长”的杆可达三个(长度相等)。不能作整圆周回转运动的机构，其相邻构件全部只能相对摆动，能作向外或向内的摆动，此组机构只有一个“最长”的杆，而“最短”的杆可达三个^[2]。作为第三种四杆机构是两对构件长度相等的平行四边形机构^[3]。

1.2.2 带移动副的四杆机构

Four-bar linkage with sliding pairs

当用一个移动副替换转动副时，即构成移动副运动链和移动副机构。此种铰接四杆机构有三种型式运动链(图 4)：带一个移动副的运动链 I，带两个相邻移动副的运动链 II，在对角线上带两个移动副的运动链 III。这三种运动链通过运动反演变换可派生出六种移动副四杆机构。每一个移动副都能实现等角速度传动(不受机构尺寸的影响)。例如，在运动链 I 中， $\omega_{12}=\omega_{13}$, $\omega_{24}=\omega_{34}$ 。因此，带移动副机构部分是属于等速传递机构。

1.2.3 多杆铰接机构 Multi-bar linkages

对于相等构件数和相同活动度数的每一组运动链，都可以由它派生出一定数量的不同运动链和机构。图 5 所示为基于瓦特和斯蒂芬逊(Stephenson)运动链(通过机架变换)的六杆强制运动链和机构及其应用示例。此外，当采用复合转动副时，还能有五种不同的运动链和机构。根据结构公式还可以导出具有二个四元(n_4-)和六

一个二元(n_2)构件的八杆强制运动链和具有一个四元、两个三元和五个二元构件的八杆强制运动链，以及具有四个三元和四个二元构件的八杆强制运动链。如果再考虑到复合铰链，则可以有60种不同的八杆强制运动链。由这些运动链再通过运动反演变换，就可以派生出总共330种机构^[4]。

1.2.4 回转铰链和摆动铰链不同组合的运动链和机构的活动性

The movability of kinematic chains and mecha-

nisms with various combinations of rotating and oscillating members

每三个转动极(例如图1,b的12、14和24)位于一极直线上，基于这一点就可以确定三个构件(例如构件1,2,4)彼此的相对运动。而极直线可以是其中二个是相对转动极、第三个为相对摆动极，或是三个全是相对摆动极。对于双重铰链和多重铰链其极直线退化为一点，对此也同样符合极点的分布组合规律。

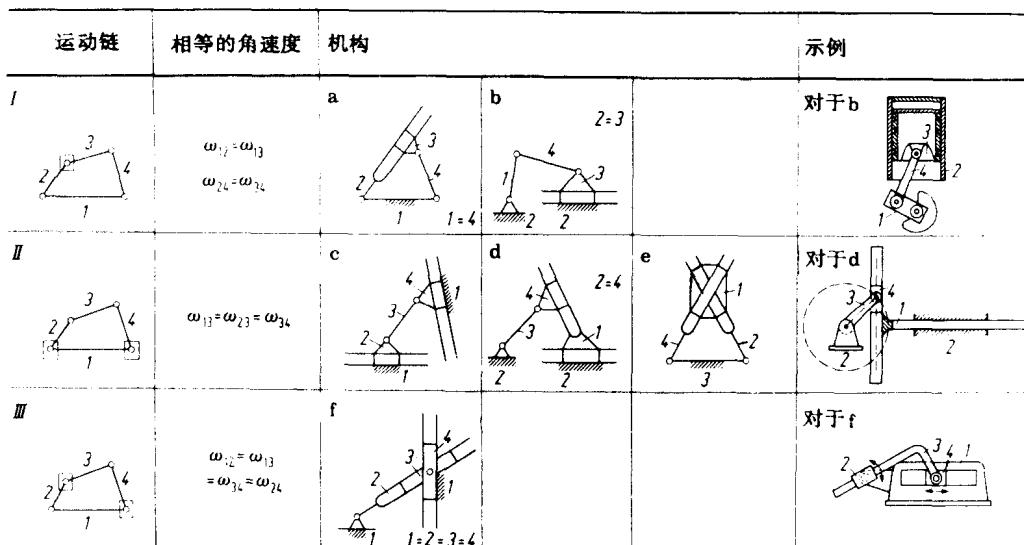


图4. 带移动副的四杆机构。a. 曲柄导杆机构；b. 曲柄滑块机构；c. 双滑块机构；d. 交叉曲柄滑块机构；e. 双导杆机构(Oldham 联轴器)；f. 滑动导杆机构。

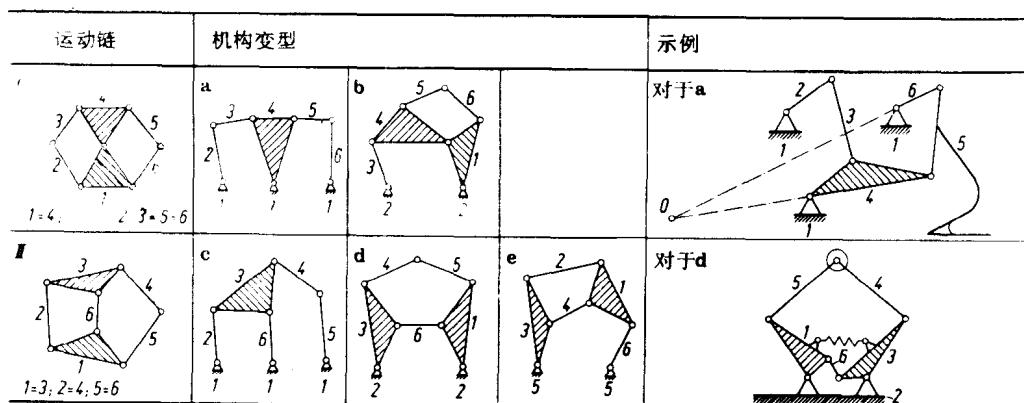
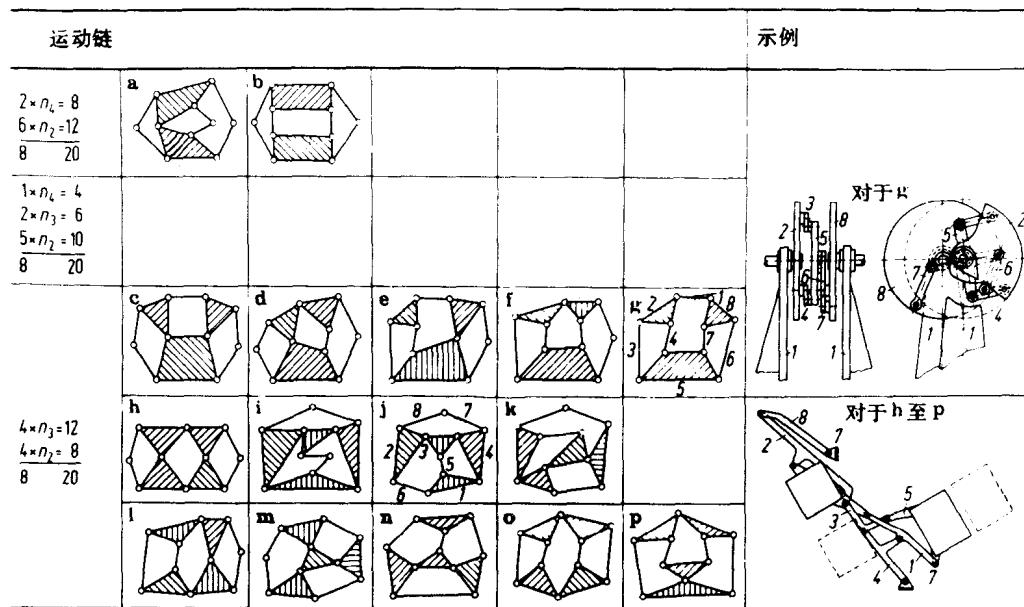


图5. 具有简单转动副的六杆强制运动链



1.2.5 具有全部和部分对滚的凸轮机构

Mechanisms with totally and partly touched cams

如果用凸轮副替换转动副运动链中的一个二元构件，则可以构成凸轮副—铰接运动链。倘若这二元构件对相邻构件是以一个回转的铰链连接，那么所构成的凸轮应是全部工作的完整的封闭曲线的凸轮。如果它是摆动的铰链，那么所构成的凸轮只能是具有正程和回程工作的凸轮(曲线滑槽)，滚轮可在此滑槽内作预定规律的运动。在图7a中，例如二元构件2和5应用一凸轮副来替换。在图7b

中，回转的铰链12用一与构件1连接的完全滚动凸轮12替换，摆动的铰链56用一与构件6固结一起的部分滚动导槽56替换。图7c所示为一种组合式铰链—凸轮机构。它是由图7b的运动链得出的，取构件4为机架、加上铰链联接且作回转的凸轮1、滚子从动件3和在支架滚轮上作导向运动的曲线导槽6而组成。

齿轮机构是一种包络曲线机构，于是可以藉助于运动链关系导出其啮合定律。

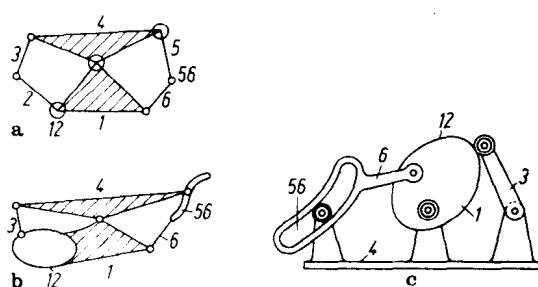


图 7. 用凸轮副替换一个二元构件派生出的凸轮铰链运动链：a. 具有三个回转的铰链的转动副运动链；b. 具有一个完全滚动和一个部分滚动的凸轮铰链运动链；c. 按图 b 形成结构形状的铰链—凸轮机构。

专门参考资料：[1] VDI-Richtlinie 2127 : Getriebetechnische Grundlagen; Begriffsbestimmungen der Getriebe (1962). - [2] Braune, R.: Die Bedeutung des kürzesten und des längsten Gliedes für die systematische Betrachtung ebener viergliedriger kinematischer Ketten. Ind. Anz. 93 (1971) 2258-2260. - [3] VDI-Richtlinie 2145 Ebene viergliedrige Gelenkgetriebe: Begriffserklärungen und Systematik (1977). - [4] Hain, K.: Die zwangsläufigen achtgliedrigen Getriebe mit Einfach- und Mehrfachgelenken. Maschinenmarkt 70 (1964) 12-18. - [5] Hain, K.: Ermittlung der Umlauf- und Schwingbewegungen in durchlaufähigen sechsgliedrigen Getrieben. Grundl. Landtech. 16 (1966). 129-139.

2 机构分析 Mechanism analysis

机构分析就是要查明个别构件和整个机构的特性。分析就是将机构通过分解、辨别、结构分析和计算来获得本质方面的信息。

2.1 连杆机构的传递函数

Transfer functions of linkages

2.1.1 位移关系 Displacements

在铰接机构(构件长为 a 、 b 、 c 、和 d)分析中，一个重要的问题是在于确定每两构件间的相对位置。这种关系可以用零阶传递函数表示。在曲柄滑块机构中，当滑块的偏置距离为 e 时，其滑块 c 的瞬时位置与曲柄 a 位置的关系取决于曲柄转角 φ (图 1a)

$$S = a \cos \varphi + \sqrt{b^2 - (a \sin \varphi - e)^2} \quad (1)$$

对于曲柄导杆机构(图 1b)，其导杆位置 ψ 与曲柄 a 的位置关系可表示为

$$\psi = \psi' + \arccos(e/m') \quad (2)$$

对于铰接四杆机构，根据图 1c 得出的相应关系为

$$\psi = \psi' - \arccos \frac{m'^2 + c^2 - b^2}{2m'c} \quad (3)$$

式(2)和(3)中的

$$\psi' = 180^\circ - \left(\arccos \frac{d - a \cos \varphi}{m'} \right)$$

$$m' = \sqrt{a^2 + d^2 - 2ad \cos \varphi}$$

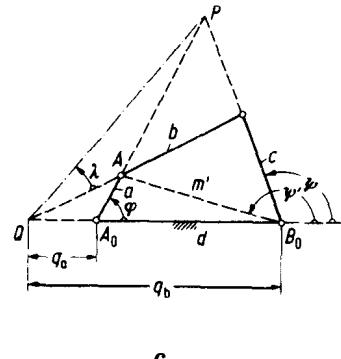
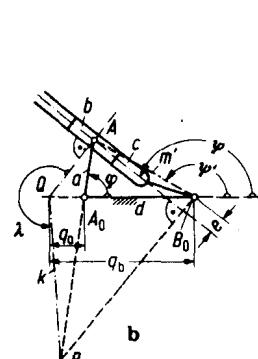
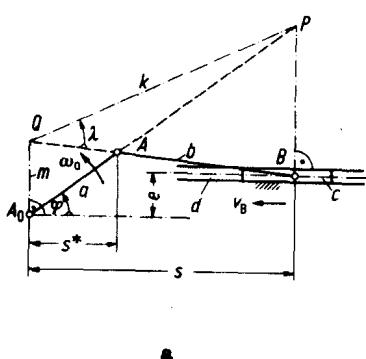


图1. 传递函数的几何基础。a. 曲柄滑块机构；
b. 曲柄导杆机构；c. 铰接四杆机构。

2.1.2 速度关系——1阶传递函数

Velocity (1st order) transfer functions

对于曲柄滑块机构(图 1a)，其速度关系用转移距 m (将从动件 c 的速度转 90°)表示

$$m = v_B / \omega_a \quad (4)$$

式中 v_B 为滑块的速度， ω_a 为曲柄的等角速度。如果 m 垂直于滑块的运动方向，那么它就等于从曲柄回转点 A_0 到相对极 Q 的距离。

对于曲柄导杆机构(图 1b)和铰接四杆机构(图 1c)，其速度关系可以用极距 q_a 和 q_b 计算的传动比 $i = \omega_c / \omega_a$ 表示，即

$$i = q_a / q_b \quad (5)$$

极 Q 相当于假想的两个啮合齿轮的节点。

2.1.3 加速度关系——2阶传递函数

Acceleration (2nd order) transfer functions

2 阶传递函数——加速度关系可以藉助于共线轴角 λ 和1阶传递函数(转移距 m 或传动比 i)来确定。运动学的导数涉及到这样的规律，即固定支座连线 A_0B_0 上相对极 Q 的速度是加速度 α_c 的某种度量。对于曲柄滑块机构，连接瞬时极 P 和 Q 的共线轴 k 与连杆 b (在曲柄导杆机构中是与滑块运动方向的法线)的夹角 λ ，可以表示出移动铰链 B 的线加速度

$$a_B / \omega_a^2 = m / \tan \lambda \quad (6)$$

对于曲柄导杆机构和铰接四杆机构须用传动比 i 表示，以得到有关的角加速度(图 1b 和 1c)为

$$\alpha_c / \omega_a^2 = i(1-i) / \tan \lambda \quad (7)$$

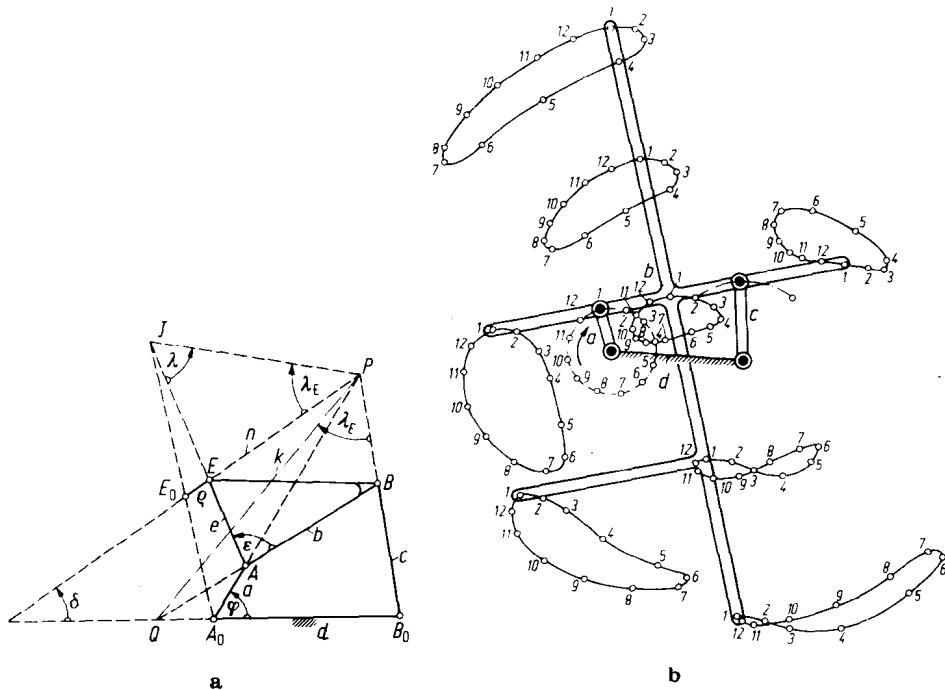


图 2.a. 铰接四杆机构连杆曲线形式根据曲率半径和曲柄位置确定其替换机构的几何基础；
b. 应用示例(摘自 VDI-AWF-Handbuch Getriebetechnik)

回转式曲柄导杆机构和回转式铰接四杆机构，可用于两种不同函数的运动状态，亦即是产生从动件的摆动和回转运动。对于曲柄导杆机构，当 $d > a+e$ 时是摆动式曲柄导杆机构，当 $d < a+e$ 时是回转式曲柄导杆机构。对于铰接四杆机构，当最短杆的相邻构件为机架时，是曲柄摇杆机构，当最短杆为机架时，是双曲柄机构。摆动式曲柄导杆机构和曲柄摇杆机构可实现往复摆动。回转式曲柄导杆机构和双曲柄机构可实现不匀速的回转运动（例如，用于前置传动^[1]）。

2.2 铰接机构的连杆曲线

Coupler curves of linkages

多种多样的连杆曲线形式使得多种多样的导向问题有可能得到解决。并且也使得沿连杆曲线的运动传递有可能用复杂的传递函数来描绘。图2a所示为已知参数 $a, b, c, d, e, \varepsilon$ 的铰接四杆机构，由杆 a 和 c 的交点得极 P ，作 PE 得 E 点连杆曲线的法线 n 和斜角 δ ，由杆 b 和 d 的交点得极 Q ，连 PQ 即为共线轴 k 。在 P 点以 PE 为边作角

$\lambda_E = \angle B_0 PQ$ 交三角形的 AE 边于 J, JA_0 与 $n = PE$ 的交点即为 E 点轨迹的曲率中心 E_0 。连杆曲线 E 点的速度和加速度可按图 1c 的铰接四杆机构来确定。图 2b 表示连杆曲线的应用示例。

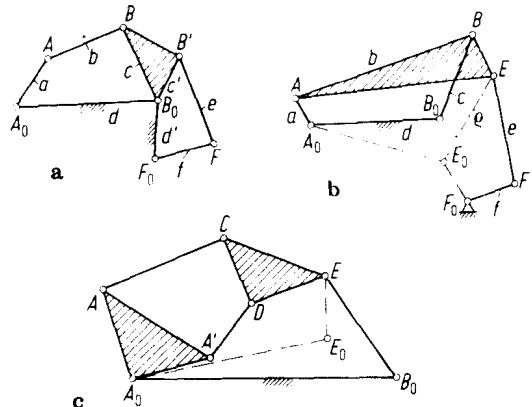


图3.a. 由两个顺序连接铰接四杆机构而成的六杆串联机构；b. 以通过连杆曲线曲率半径替换而得的替换机构为串联机构的六杆连杆机构；c. 以通过连杆曲线曲率半径替换而得的替换机构为铰接四杆机构的六杆双排机构。

2.3 多杆机构的分析

Analysis of multi-bar linkages

比较接四杆机构更高一类的机构是强制运动的六杆机构，具有简单铰链的函数机构有三种型式（图3a—c）。例如，用它作为实现停歇的机构和实现随时间等速运动的机构几乎都是合适的。

在串联机构（两个顺序连接的铰接四杆机构，图3a）中，其总传比（ a 为主动， f 为从动）为

$$i_0 = i_1 i_{11} \quad (8)$$

式中 i_1 和 i_{11} 为两个分机构的相应的传动比。其总加速度为 $A_0 = A_{11} i_1^2 + A_1 i_{11}$ ，其中 $A_1 = \alpha_1 / \omega_a^2$ 和 $A_{11} = \alpha_{11} / \omega_c^2$ 。

六杆连杆机构（图3b）通过连杆点 E 传递运动时，若 E 点轨迹的曲率半径为 $E_0 E = \rho$ ，则可以用分铰接四杆机构 $A_0 AEE_0$ 和 $E_0 E F F_0$ 的串联机构为替换机构。

六杆双排机构（图3c），若 E 点相对于 $A_0 A A'$ 的轨迹曲线的曲率中心是 E_0 点，则可以用铰接四杆机构 $A_0 E_0 E B_0$ 作为替换机构。多杆铰接机构当具有更高级的连杆平面时，六杆机构总共有九种型式（包括多重复合铰链机构在内），八杆机构共有445种型式。对于这些机构连杆平面 E 点的连杆曲线，同样也可用替换机构，此外可以用相对角加速度来计算。

2.4 驱动力和力矩

Operating forces and torques

2.4.1 由传动比导出力矩

Torques from transmission ratio

在不匀速传动机构中，其力的传递关系，部分地可用传动比来说明。当传递功率 $M_a \omega_a = M_c \omega_c$ 保持常数（不考虑摩擦损失）时， $i = \omega_c / \omega_a = M_a / M_c$ 说明力矩 M_a 和 M_c 之比是相应角速度的倒数。根据图4a，设已知力 F_{12} 和已知力 F_{14} 的作用线，且已知其力臂 h_{12} 和 h_{14} 以及 $q_a = 24 - 12$ 和 $q_b = 24 - 14$ （按图1c 中的 QA_0 和 QB_0 ），则

$$i = q_a / q_b = F_{12} h_{12} / (F_{14} h_{14})$$

$$\text{所以 } F_{14} = F_{12} h_{12} q_b / (h_{14} q_a) \quad (9)$$

2.4.2 铰链力法 The joint force method

如图4a所示，设在构件2上作用三个力：已

知力 F_{12} 以及铰链力 G_{32} 和 G_{34} 。力 F_{12} 的大小、方向和作用线是已知的，力 G_{32} 的方向亦是已知的（只能沿其杆3的轴线方向），而铰链力 G_{34} 必须通过前两者的交点 S_{12} 和铰链12，所以由力 F_{12} 、 G_{32} 和 G_{34} 作力的封闭三角形，就可以求得 G_{34} 和 G_{32} 的大小。在构件4上也作用三个力，其中已知 $G_{34} = -G_{32}$ 和待求力 F_{14} 的方向。其铰链力 G_{14} 必须通过力 G_{34} 与 F_{14} 的交点 S_{34} 和铰链14，如此，又可由力 G_{14} 、 G_{34} 和 F_{14} 作力封闭三角形，则可以确定力 F_{14} 的大小。

2.4.3 极力法 The pole force method

用极力法，除要用到极点外，只需知力及其作用线、以及一条辅助线 Y （图4b）。基准极24是按已知力 F_{12} 和作用线已知的待求力 F_{14} 的下标，取其不同数拟定的，这个极点可由杆1和3的交点来确定。过极点24的任一条直线，例如取连杆3作为这样的直线，与力 F_{12} 的延长线相交于 S_{12} ，过14点作12— S_{12} 的平行线与连杆3交于 S_{34} 。过 S_{34} 作 F_{12} 的平行力 F'_{12} 并与待求力 F_{14} 的作用线交于 S_{24} 。连接点 S_{24} 与铰链点14得辅助线 Y 。由 F_{12} 、 F_{14} 和 Y 作力封闭三角形，即可求得力 F_{14} 的大小和方向（ F_{12} 定为正方向）^[4]。

2.4.4 惯性力的合力 The resultant inertia force

一个不匀速运动的平面的惯性效应，可以通过

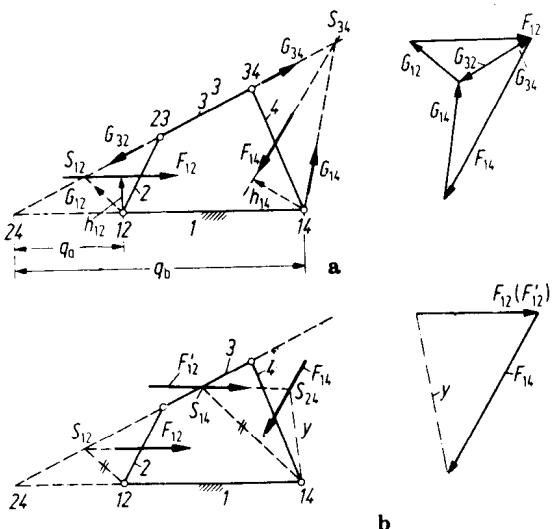


图4. 铰接四杆机构中力的确定

a. 用铰链力法； b. 用极力法。

过相应质心点的加速度表现为一个单一的力，即合惯性力，它的大小为 $F_T = -ma_s$ (m 为运动平面的质量， a_s 为质心点的加速度)，其作用线偏离质心点的距离为 $e = J_s/m s_0$ (J_s 为运动平面的转动惯量， s_0 为由回转点到重心的距离，对于连杆平面，应为由加速度极到重心的距离)。一个作平面运动的机构构件的惯性极，必定是所有惯性力的合力作用线通过的点，至于它的速度和加速度的状况是无关紧要的。

2.5 机构的运转品质

Running quality of mechanisms

2.5.1 运转品质的特征参数

Parameters affecting running quality

关于在考虑各种影响因素下的运转特征参数的最优化问题已进行了广泛的研究。其中较为重要的特征参数是传递品质、负荷和运转的平稳性^[5]。

2.5.2 传动角 Transmission angle

传动角是通过与最佳值 90° 的偏差大小来表示机构运动的传递品质^[6]。传动角定义为所指定铰链点绝对轨迹的切线 t_a 与相连原动构件该点相对轨迹切线之间的夹角 μ (图5)。在铰接四杆机构中，也就是构件 3 和 4 之间的夹角 μ_{34} 。

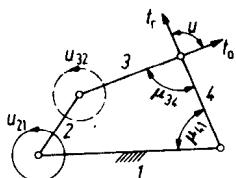


图 5. 当曲柄为驱动件时铰接四杆机构的传动角

在多杆分接机构中，需要确定几个中间结构的传动角。对于铰接四杆机构以及由它组成的组合机构，在一般情况下，都是采用简单的传动角，但它的位置取决于指定哪些构件为驱动件。在图 5 中，如果构件 1 和 2 之间形成驱动 u_{21} ，其传动角就是指构件 3 和 4 之间的夹角 μ_{34} 。对于驱动为 u_{32} (对角驱动)，传动角是指 μ_{41} 。

在机构的运动周期中，如果其传动角值未达到零，则仅能保证机构具有连续通过性。但是必须以传动角的对顶角作为它的驱动角，亦即是与传动角下标不一致的那个角 $u^{[7]}$ 。

2.5.3 偏离角 Deviation angle

偏离角是在考虑摩擦力情况下作为运转品质的特征值^[8]。偏离角是驱使从动件运动所加力的作用线与该作用点瞬时运动方向之间的夹角。

2.5.4 传动效率 Transmission efficiency

在不匀速传动机构中，其传动效率是连续变化的，它可以用不考虑摩擦时的驱动力矩与考虑摩擦时的驱动力矩之比来确定，此时假定这两种情况下从动件上作用的力矩是相等的^[9]。这个定义也适用于由于摩擦的影响而引起传动比改变的情况。通过周期中瞬时效率的积分可以得到平均效率。

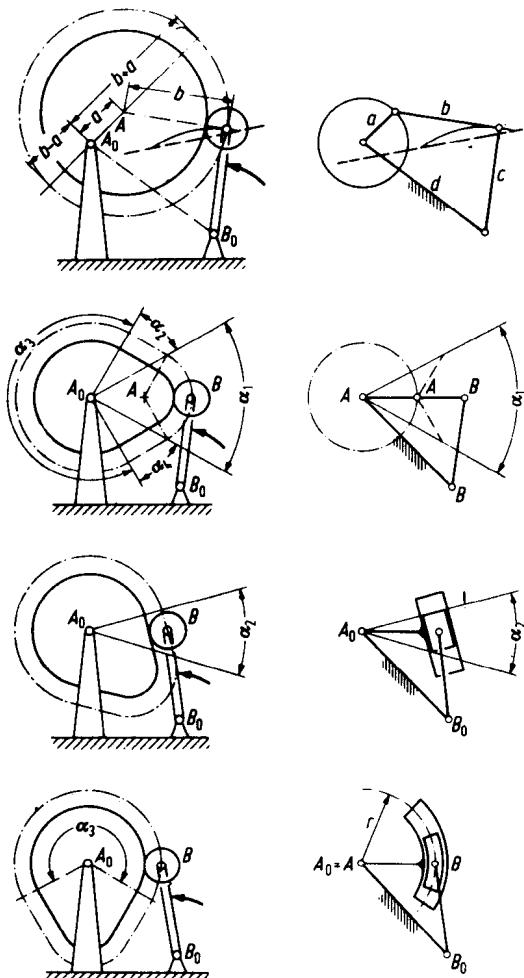


图 6. 凸轮机构及其按 Hagedor 法的替换铰接机构

2.6 凸轮机构的替换铰接机构

Equivalent crank mechanism for cam mechanism

凸轮机构在其每一个接触位置都可以用一个等效的铰接机构替换(图6). 铰接机构的分析与计算方法也可以在这里应用.

专门参考资料 [1] Hain, K.: Rechenprogramme für beschleunigungsgleiche Getriebe mit unterschiedlichen Hauptbewegungen. Werkstatt u. Betrieb 109 (1976) 73–80. –[2] Meyer zur Capellen, W.: Zur Theorie der Bahnkurven-Rastgetriebe. Konstruktion 15 (1963) 389–392. –[3] Hain, K.: Der Gütegrad der Kurbelgetriebe für Abtriebs-Schwingbewegungen mit zeit-

weise konstanter Geschwindigkeit. Konstruktion 24 (1972) 135–141. –[4] Hain, K.: Kräftebestimmung mit Hilfe des Polkraftverfahrens bei mehreren gegebenen Kräften. Konstruktion 16 (1964) 407–413. –[5] Huhn, E.: Zur Optimierung der Laufgüte ungleichmäig übersetzender Getriebe. Wiss. Z. der TH Karl-Marx-Stadt 7 (1965) 73–82. –[6] Alt, H.: Der Übertragungswinkel und seine Bedeutung für das Konstruieren periodischer Getriebe. Werkstattechnik 26 (1932) 61–64. –[7] Hain, K.: Getriebe-Atlas für verstellbare Schwing-Dreh-Bewegungen. Braunschweig: Vieweg 1967. –[8] Bock, A.: Auswirkung von Kräften auf die Laufeigenschaften von Getrieben. Maschinenebau tech. 8 (1959) 209–216. –[9] Lenk, E.: Der Übertragungswirkungsgrad. VDI-Ber. Nr. 29. Düsseldorf: VDI-Verlag 1958.

3 机构综合 Mechanism synthesis

藉助于机构综合可以求解再现已知运动规律和传递函数的机构设计问题. 机构综合是机构分析中所得特性和规则的应用.

3.1 铰接连杆机构 Linkage mechanisms

3.1.1 具有最佳位移和加速度特性的曲柄摇杆机构

Oscillatory motions with optimum displacement and acceleration characteristics

铰接四杆机构中的曲柄摇杆机构(图1)是将曲柄的回转运动变换为摆动运动, 且其曲柄转角 φ_0 与摆动角 ψ_0 相对应. 对于已知的 φ_0 和 ψ_0 值, 可以得到无穷多个曲柄摇杆机构^[1]. 以机架 d ($A_0 B_0 = d$) 为一边过 B_0 点作 $\psi_0/2$ 和过 A_0 点作 $\varphi_0/2$ 角, 得其交点 R . 以 $A_0 R$ 中点 M_a 作垂直平分线与 $B_0 R$ 交于 M_b 点, 以 $M_a R = r_a$ 和 $M_b R = r_b$ 为半径所作的圆, 即是曲柄摇杆机构在任意 β 角时的外极位 $A_0 A_a B_a B_0$ 的曲柄位置 A_a 和摇杆位置 B_a 的几何轨迹.

如果 d 已取定, 则其铰接四杆机构的尺寸为

$$a = 2 r_a \cos (180^\circ - \beta - \psi_0/2)$$

$$b = 2 r_a \cos (180^\circ - \delta - \beta - \varphi_0/2)$$

$$\text{和 } c = \sqrt{d^2 + (a+b)^2 - 2d(a+b) \cos \beta}$$

用 β 可以确定最佳传递质量的曲柄摇杆机构^[2]. 当改变 φ_0 和 ψ_0 值时其最佳传递质量也有调整的可能. 由此也可以确定正反行程最大、加速度最小的最佳加速度特性的曲柄摇杆机构以及最佳传递质量的六杆串联机构.

对于曲柄滑块机构, 按最佳位移关系和加速度特性参数, 也可以作出类似的设计并得出相应的结果.

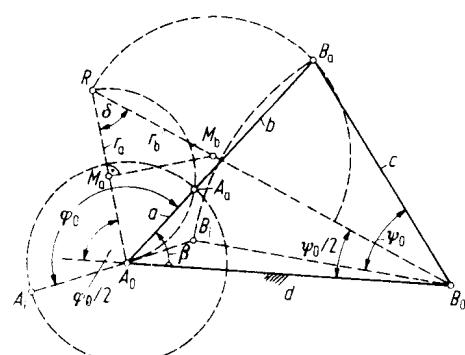


图1. 已知极位角的曲柄摇杆机构的几何关系

3.1.2 角位移对应关系 Angle coordinations

藉用 Burmester 圆点和圆心曲线^[3] 可解平面 4 个位置而根据两条曲线的交点可以解平面 5 个位置的设计问题。利用特殊位置可以得出它的一种简单方法^[4]。不用 Burmester 理论方法而用反复迭代的程序计算也能自动计算尺度综合曲线^[5]。此外，也能用点位还原方法。

例 φ_{12} 、 φ_{13} 、 φ_{14} 三个角位顺序与 ψ_{12} 、 ψ_{13} 、 ψ_{14} 角相应(图2)。以机架 A_0B_0 为基边过 A_0 点作 $\varphi_{12}/2$ 、 B_0 点作 $\psi_{12}/2$ 相互外交于 A_1 点。以 A_0A_1 为曲柄长度按 φ 角的相应顺序作曲柄位置 A_0A_2 、 A_0A_3 、 A_0A_4 ，并将其绕 B_0 点按反方向相应转过已知的 ψ 角，亦即作 $-\psi_{12}$ 、 $-\psi_{13}$ 、 $-\psi_{14}$ ，得 A_{21} 、 A_{31} 、 A_{41} 点，其中 A_{21} 点作为点位还原点与 A_1 点重合。过 $A_1 = A_{21}$ 、 A_{31} 、 A_{41} 三点作圆，其圆心即为所求铰接四杆机构铰链 B_1 的位置。由此可求得机构在其第 1 位置时的全部尺寸。开始设计亦可用铰接点 B_1 代替 A_1 ，此时，除给出另一序列初始角外，还要已知构件长度 B_0B_1 。对六杆机构，我们可用相应扩展的点位还原法来解按六对，甚至在一定条件下按八对序列位置角的设计问题。

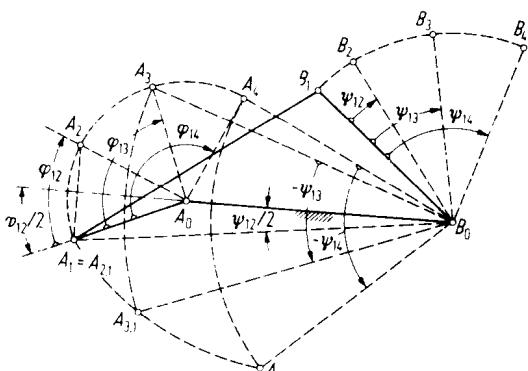


图 2. 给定角位移关系的铰接四杆机构综合

3.1.3 再现已知平面曲线

Generation of given plane curves

理论上用一铰接四杆机构可以在九个点上精确再现已知的平面曲线。但实际的方法至今所知只能解七个点的一般位置的设计问题。下面举一实例。

例 设已知某曲线的五个点 E_1 至 E_5 (图 3)，作 E_1E_4 和 E_2E_3 连线的中垂线相交于 B_0 点。以任一射线 B_0X_0 为边，作其射线 B_0X_1 、 B_0X_2 ，使其与 B_0X_0 的夹角为 $\psi_{14}/2$ 和

$\psi_{23}/2$ ，其值为由中垂线至 B_0E_1 和 B_0E_2 的夹角。以任意相等长度 在 B_0X_1 取 A_1 点和在 B_0X_2 上取 A_2 点，使 $E_1A_1 = E_2A_2$ 。作 A_1A_2 的中垂线与 B_0X_0 交于 A_0 点，并以 A_0 点为圆心过 A_1 和 A_2 点作圆。再以 E_1A_1 长为半径、以 E_3 、 E_4 、 E_5 点为圆心在其圆弧上找出 A_3 、 A_4 、 A_5 点，利用 $\Delta E_1A_1B_{02} = \Delta E_2A_2B_{02}$ 和 $\Delta E_1A_1B_{05} = \Delta E_5A_5B_{05}$ 找出 B_{02} 和 B_{05} 点。同理作 A_3 和 A_4 点的点位还原点 $B_{03} = B_{02}$ 和 $B_{04} = B_{05}$ 。过 $B_0 = B_{04}$ 、 $B_{03} = B_{02}$ 和 B_{05} 点作圆，其圆心点即为 B_1 ，由此求得在第 1 个位置时的铰接四杆机构。开始我们也可取其他的 E 点对，由此也可得另一交点 B_1 ，这时，任意选取射线 B_0X_0 和 E_1A_1 ，就可以求得在七个点上使连杆曲线与已知平面曲线相重合。

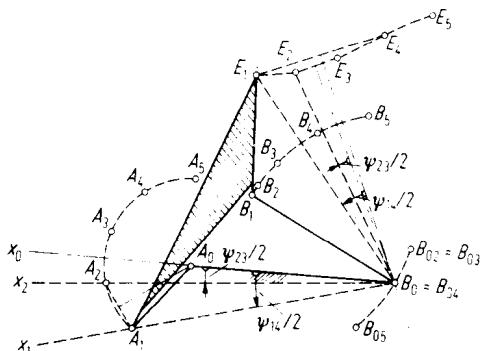


图 3. 铰接四杆构再现已知连杆点位的综合

3.2 凸轮机构 Cam mechanisms

3.2.1 再现函数的凸轮机构

Cams as function generating mechanisms

三构件凸轮机构(机架 d 、回转平板凸轮 a 和摆动从动杆 b)多数用于再现具有停歇和最佳加速度过渡特性的摆动运动(图 4)。对于给定的运动规律，可以作出无限多种凸轮廓线，并要求从中确定出传递质量最佳者(使传动角 μ 与 90° 的偏差达到最小值)。对此，最有影响的主要参数是摆杆长度 b 、摆杆 b 与机架间的初始角 ψ^* (在直动式从动件凸轮机构中，是其离凸轮回转点的偏距 e 、滚子中心到凸轮回转点的最小距离)。

对于在停歇与极位之间以及在极位之间的最佳运动状况给出了它的“标准”过渡曲线^[7, 8]，它主要是幂指数函数和三角函数。这些曲线必须要求绝对地无跳动(一阶过渡曲线无突变)和冲击

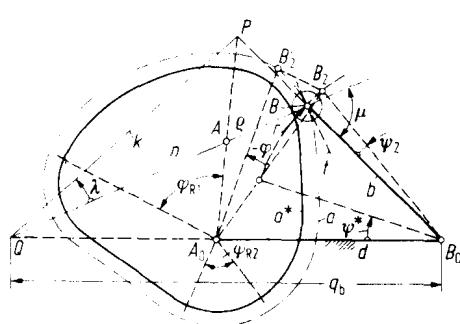


图 4. 对于已知过渡曲线凸轮机构的几何基础

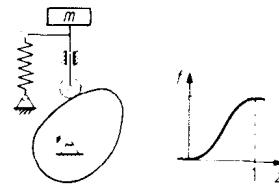
(二阶过渡曲线无突变). 对于过渡阶段, 时常规定取凸轮转角为 $\varphi_0 = "1"$, 相应的摆动角为

$\psi_0 = "1"$ (在直动式从动件凸轮机构中, 取升程为 s_0). 这样, 对于实际角度只需使用相应的比例来换算.

表 1 列出了几种常用的标准过渡曲线. 二次抛物线和简单正弦曲线在任意两个停歇时间之间不会发生跳动(加速度突变);当然, 首先应该使用尽可能小的跳动, 即等加速度的过渡曲线, 其次是用简谐运动曲线, 此种曲线最适宜用于正反程等时的往复摆动运动. 在回转运动的情况下, 其平板凸轮的转角 φ 和从动件摆角 ψ 应与在停歇和推程之间的 φ_0 和 ψ_0 建立关系. 这样, 无量纲值 $z = \varphi / \varphi_0$ 和 $f = \psi / \psi_0$ 便可以通过标志其位置的过渡函数 $f = f(z)$ (见表 1) 相联系. 当凸轮和从动件都作往复运动, 其行程分别为 s 和 h 时, 可以相应由 $z = s / s_0$ 和 $f = h / h_0$ 来计算. 过渡函数

表 1. 标准过渡曲线(过渡持续时间为 $0 < z < 1$)的一览表

过渡曲线的类型	标准传递函数		
	0 阶(位移关系)	1 阶(速度)	2 阶(加速度)
二次抛物曲线	$f = 2z^2$	$f' = 4z$	$f'' = 4$
5 次幂指数曲线	$f = 10z^3 - 15z^4 + 6z^5$	$f' = 30z^2 - 60z^3 + 30z^4$	$f'' = 60z - 180z^2 + 120z^3$
简单正弦曲线	$f = 0.5(1 - \cos \pi z)$	$f' = \pi/2(\sin \pi z)$	$f'' = \pi^2/2(\cos \pi z)$
倾向的正弦曲线	$f = z - \frac{1}{2\pi}(\sin 2\pi z)$	$f' = 1 - \cos 2\pi z$	$f'' = 2\pi \sin 2\pi z$



的导数表示速度和加速度，对此当 $z=0$ 或者 $\varphi=0$ 时，其条件是 $f=\psi=0$ ，当 $z=1$ 或 $\varphi=\varphi_0$ 时， $f=1$ 或 $\psi=\psi_0$ 。在 $z=0$ 和 $z=1$ 过渡位置时，必须是 $f'(0)=f'(1)=0$ 和 $f''(0)=f''(1)=0$ ，为了使其不会发生跳动和冲撞。

当已知平板凸轮 a 的转角为 φ_0 和摆动从动杆 b 的摆角为 ψ_0 时，我们便可以由 z 求出各参数

$$\varphi = z \varphi_0, \quad \psi = f \psi_0, \quad i = \psi_0 f' / \varphi_0,$$

$$\alpha_b / \omega_a^2 = \frac{\psi_0 \cdot 180^\circ}{\varphi_0^2 \cdot 2 \pi} f''(1)$$

式中 φ 为凸轮的转角， ψ 为摆动从动件的摆角， $i = \omega_c / \omega_a$ 为瞬时传动比， α_b / ω_a^2 为从动件 b 的角加速度。

对此，按图 4^[9] 用以上数据可得： $q_b = d(1-i)$ 和 $\tan \lambda = i(1-i) \varphi_0^2 \pi / (\psi_0 \cdot 180^\circ \cdot f'')$ 。由滚子中心点的轨迹便可以确定出凸轮的廓线。实际廓线就是滚子半径 r 的等距曲线 a^* 。摆动从动件 b 的位置 B_0B 可依该时的摆角 ψ 来确定。从 B_0 点取距离 q_b 得极点 Q ，且 QB 是该位置时廓线的法线 n ，由此便可以确定出传动角 μ 和廓线的切线。在 Q 点从法线 n 作角 λ 的边，与 B_0B 交于 P 点。连 PA_0 在法线 n 上得曲率中心点 A 。按新的差角 ψ_2 可得 B_2 点，并由 B_2 点绕 A_0 点转过 $-\varphi$ 角得到轮廓曲线上的点 B'_2 。在新位置时的 A 和 n 可以通过坐标变换（转过 $-\varphi$ 角）来计算。

在移动从动件的凸轮机构中，应以转移距 m 和线加速度 a 代替传动比 i 和角加速度 α 。

3.2.2 共轭曲线机构 Rolling cam mechanisms

共轭曲线机构有二个彼此互相滚动而无滑动的线性接触的具有互包络曲线的构件（图 5），其先决条件是两共轭曲线的接触点位于支座连线 A_0B_0 上。其接触点的共切线 t_f 与以 A_0 为圆心过接触点所作圆的切线 t_a 、或是法线 n 与机架 A_0B_0 之间的夹角为传动角 μ ，极点 $Q_1(R_1)$ 必须位于 A_0B_0 上并可以变动，因此其传动比为 $i = \omega_b / \omega_a = M_a / M_b = r_0 / r'_0$ 。在选定的运动范围内，弧长 Q_2Q_3 和 R_2R_3 必须是相等的，

所以转角 φ 和 ψ 也是确定的。当已知其中一条廓线时，也就可以作出相啮合廓线的形状，从而也就可确定传动角的变化规律以及传动函数^[10]。机构综合就是要求实现已知的数学函数。对于函数 $y=f(x)$ ，可以任意设定主动件角位移的比例尺为 M_x ，传动比的比例尺为 M_i ，则可以得出有价值的设计关系。为了规定出比例尺 M_x 的值，且使其有较高的计算精确度，需要用到最小容许传动角 μ_{\min} ，亦即

$$M_x = \frac{d^2 y / dx^2}{\tan \mu_{\min} (dy / dx) [1 - M_i (dy / dx)]}$$

为了确定两条共轭曲线，只知它们的两个转角 φ 和 ψ 以及与传动比 $i = M_i dy / dx$ 相关的 Q 点是不够的，还需提供二阶导数的正切。

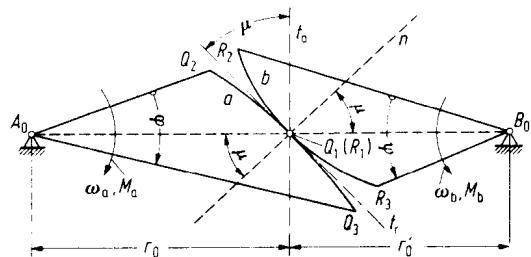


图 5. 三构件共轭曲线机构设计的运动学基础

用固定的共轭曲线台架和在它的上面相对放一共轭曲线板，再在机架上安装导向杆而组成一个三构件的共轭曲线机构，便可以作为一种导向机构。

齿轮机构是一种符合图 1 所推出的啮合定律关系的凸轮机构。

专门参考资料：
 [1] Alt, H.: Das Konstruieren von Gelenkvierecken unter Benutzung einer Kurventafel. VDI-Z. 85 (1941) 69–72.
 [2] VDI-Richtlinie 2130: Ebene Kurbelgetriebe; Konstruktion von Kurbelschwingen zur Umwandlung einer umlaufenden Bewegung in eine Schwingbewegung (1959).
 [3] Luck, K.: Zur rechnerischen Ermittlung der Abmessungen von ebenen Gelenkgetrieben. Maschinenbautech. 10 (1961) 323 bis 332.
 [4] Kracke, J.:

Massbestimmung ebener viergliedriger Kurbelgetriebe für die Sonderfälle von vier Übereinstimmungen . Diss . TU Braunschweig 1972 . - [5]
Hain . K . : Konstruktionsdaten-Auswahl für das Gelenkviereck durch Computer-Dialog . technica 25 (1976) 791-798 . - [6] *Hain . K .* : Zeichnungsfolge-Rechenmethode für die Hauptabmessungen von Schwinghebel-Kurvengetrieben . Maschinenmarkt 81 (1975) 1875-1878 . - [7] *VDI-Ri tlinie* 2143 (B1.1) : Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe : Theoretische Grundlagen (1977) . - [8] *Rückert . H .* : Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe mit

Schwingbewegung . ant 15 (1976) 121–124 .
 – [9] Hain . K .: Geometrische Grundlagen für Rechenprogramme von Schwinghebe-Kurvengetrieben . technica 24 (1975) 1457–1470 . – [10] Altschul . R .: Zur Masssynthese und Beschleunigungsmittelung von Wälzkurvengetrieben . Wiss . Z .d . TU Dresden 15 (1966) 1029–1034 . – [11] Hain . K .: Dreigliedrige Funktions-Wälzkurvengetriebe für vorgeschriebene Übertragungsgüte in vorgegebenen Bewegungsgrenzen . Konstruktion 22 (1970) 434–440 .

4 特殊机构 Special mechanisms

除平面连杆机构和凸轮机构外，还有一些部分符合通常设计边界条件的实现较特殊运动要求的特殊机构。关于这类机构的特性及其计算方法可在参考资料中找到。

空间机构 由于平面机构的各铰链轴线要求严格平行，所以当现场使用不能满足这种要求时，采用空间机构是有利的^[1]。关于简单空间机构的结构在[3]中已有介绍。在[2]中介绍了空间机构的运动学基础，在[4]中可以找到相联接的基本机构的汇总。球面机构可作为一般空间机构的一种特例，因其各回转副的轴线汇交于球心点^[5]。

步进机构 步进机构是一种将匀速运动变换为步进式运动的机构^[6]。这种机构可以实现停歇，例如藉以使机构构件周期地脱开而在静止位置时又用一种锁闭机构来保险。实际中使用的有槽轮机构(马尔他机构)，在这类机构中，可以实现两个构件反向转动(外啮合机构)和同向转动(内啮合机构)^[7]，操纵机构(例如钟表行走装置和刀架转位装置)及循环固定机构，在这类机构中，其构件是经常保持啮合状态^[8]。在加法机构中，靠运动叠加原理可以实现周期地停歇。例如，用一种连续和一种摆动运动的叠加，使之得到从动构件的停歇运动^[6]。

图 1 所示为一种连杆星轮分度机构，它是一

种用于较高运动要求的带铰接四杆机构曲柄 $A_0 A$ 和 $B_0 B$ 的十字槽轮机构的变型。在这个机构中，连杆平面 AB 上做有 4 个槽 G_1 至 G_4 ，原动杆 $F_0 F$ 作匀速转动，当滚子相应嵌入每个导槽内时，其连杆平面就随滚子 F 一起运动，直至滚子退出导槽为止。滚子再继续运动，又进入相邻的另一导槽内。当滚子离开导槽自由转动时，连杆平面或是整个铰接四杆机构用一个附加装置将它制动住。例如，采用一个与原动件固定联接的扇形块，使它能在连杆平面的相应凹槽内运动。

图 2 是一种按图 1 原理设计的连杆星轮机构实际方案。其铰接四杆机构是通过将原机构的连杆

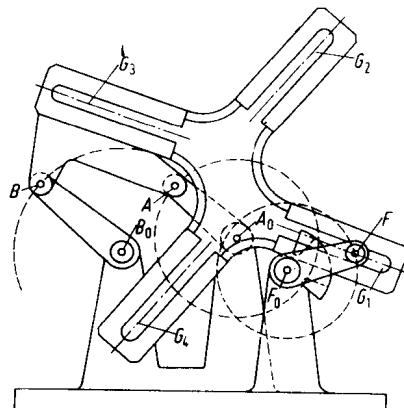


图 1. 具有四次分度运动内啮合的连杆星轮分度机构(在教科书中有说明)

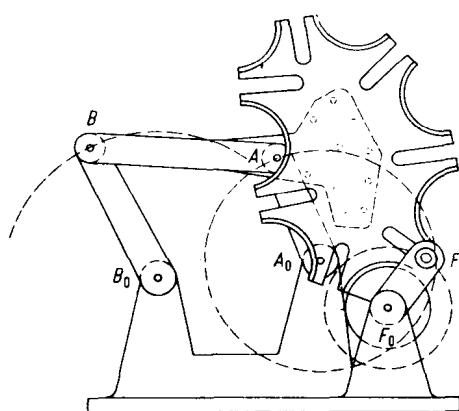


图 2. 连杆星轮分度机构的实际方案
(在教科书中有说明)

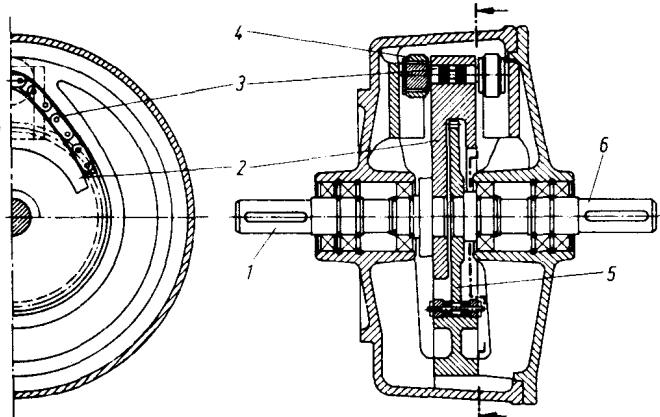


图 3. 链条杠杆机构的一种原理结构
(在教科书中有说明)

AB 固定、机架 A_0B_0 变为连杆运动的运动转换得到的，作一个七边等长的七边形内接于连杆曲线上。此多边形的顶点相应于主轴回转中心的相对位置。曲柄长度必须等于多边形一个边总长的半长。如果导槽是向内开槽，即是外星轮机构。

图 3 所示为步进机构的另一种可能方案——链条杠杆机构。轴 1 是主动，在轴 1 固定主动凸轮 2。一条特殊的滚子链 3 缠绕在这个凸轮上，且与固定在从动轴 6 的链轮 5 的链齿相啮合。与特殊滚子链 3 相连接的滚轮 4 可以在与机壳相连接的直线导轨内运动。当驱动凸轮 2 转动时，凸轮 2 切线方向作用的分力靠特殊滚子链 3 传给啮合着的链轮 5。主动凸轮是椭圆形(连续函数)的。这是为了得到一个稳定的以及无振动和冲击的运行状态。在停歇状态时，带滚轮 4 的特殊链节和链轮 5 处于啮合状态。

特殊滚子链 3 在链轮 5 上的缠绕角等于机构的停止角(主动件的转角，在此转角时从动件处于静止位置)，接通角(主动件的转角，在此转角时从动件处于运动状态)是停止角之外 360° 的其余部分(例如停止角 270° ，即变速角为 90°)。从动件步进运动的大小(从动件的转角)取决于特殊滚子链 3 多余部分的长度，亦即为缠满在链轮 5 上以后多余的长度。特殊滚子链 3 是通过一个与主动凸轮 2 一起转动的罩子围住，以便使特殊滚子链 3 从主动凸轮 2 或罩子的内壁得到适宜的作用方向。

齿轮杠杆机构 齿轮杠杆机构是铰链机构和至

少有一个齿轮的齿轮链相组合的一种组合机构。在齿轮传动链中，保持传动比和传递品质为常数。这在机构分析与机构综合时是有利的。一种可能方案是将齿轮链中的一个齿轮与基础铰链机构(铰接四杆机构)的某一个构件固定连接，这时装在齿轮链的另一端的齿轮将相对于所有其它构件按机构的规律作自由运动^[9, 10]。第二种原理是基于一个具有活动度 $f > 1$ 的基础机构，在这种情况下，整个机构的强制运动是通过将齿轮链中的第一个齿轮和最末一个齿轮与基础机构中的某二构件固定连接来实现。

螺旋机构 至少有一个螺旋副组成的机构即为螺旋机构。螺旋机构能使转动、螺旋运动和移动作等速的运动变换^[11, 12](见 G. 9.7)。它既可

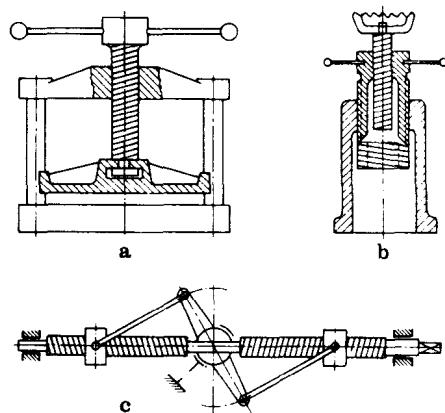


图 4. 摘自 [11] 的螺旋机构 a. 简单螺旋；
b. 双螺旋； c. 与曲柄连杆机构的组合。

用于测量和调整问题，还可以用来传递和变换较大的力和力矩。由螺旋机构和曲柄连杆机构可以组合成螺旋连杆机构^[13]。螺旋副由于它具有自锁性是很有利的。

图4所示为这类机构的几种结构原理，它们可作为实际应用的基础。

专门参考资料：[1] *VDI-Richtlinie 2156: Einfache räumliche Kurbelgetriebe: Systematik und Begriffsbestimmungen* (1975). - [2] *Beyer, R.: Technische Raumkinematik*. Berlin: Springer 1963. - [3] *Kwauka, G.-G.: Ein Beitrag Zur Systematik und Analyse von einfachen räumlichen Getrieben*. Diss. TU Braunschweig 1973. - [4] *Meyer zur Capellen, W.: Schreiber, E.: Raumgetriebe mit stationärem Geschwindigkeitsverlauf*. Försch. ber. d. Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 2096. Opladen: Westdeutscher Verlag 1970. - [5] *VDI-Richtlinie 2154: Sphärische viergliedrige Kurbel-*

getriebe: Begriffserklärungen und Systematik (1971). - [6] *VDI-Richtlinie 2721 Schrittgetriebe Begriffsbestimmungen, Systematik, Bauarten* (1976). - [7] *Lichtwuz, O.: Getriebe für aussetzende Bewegung*. Berlin: Springer 1953. - [8] *Hain, K.: Erzeugung von Schrittbewegungen durch Planeten-Kurven-Schrittgetriebe*. ant 12 (1973) 315-322. - [9] *Hain, K.: Winkelzuordnungen in Räderkurbelgetrieben der Viergelenkkette*. Konstruktion 5 (1953) 257 bis 263. - [10] *Hain, K.: Die Erzeugung gegebener Kurven mit Hilfe von Räderkurbelgetrieben*. Feinwerktech. 53 (1949) 81-89. - [11] *Begriffsbestimmungen Schraubgetriebe*. AWF-VDMA-VDI Getriebeheft 6007. Berlin 1955. - [12] *Schraubgetriebe*. AWF-VDMA-VDI Getriebeheft 6071. Berlin 1956. - [13] *Hain, K.: Die Weiterleitung von Bewegungen und Kräften durch Gewindespindeln*. Landtech. Försch. 6 (1956) 1-14.

