教育部高校学生司推荐

全国各类成人高考复习指导丛书

高中起点升本、专科

数　学(文史类)

(附解题指导)

第 9 版

郑洪深　主编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国各类成人高考复习指导丛书．数学．文史类：高中起点升本、专科/郑洪深主编．—9版．—北京：高等教育出版社，2002.7
ISBN 7－04－011275－2

Ⅰ．全…　Ⅱ．郑…　Ⅲ．数学课－成人教育：高等教育－入学考试－自学参考资料　Ⅳ．G723.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 042988 号

责任编辑　高尚华　　**封面设计**　刘晓翔
责任绘图　黄建英　　**责任印制**　张小强

全国各类成人高考复习指导丛书(高中起点升本、专科)
数学(文史类)附解题指导(第9版)
郑洪深　主编

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010－64054588
社　　址	北京市东城区沙滩后街55号	**免费咨询**	800－810－0598
邮政编码	100009	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
传　　真	010－64014048		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	北京市鑫霸印务有限公司		
		版　　次	1986年4月第1版
开　　本	850×1168　1/16		2002年6月第9版
印　　张	15	**印　　次**	2002年9月第3次印刷
字　　数	380 000	**定　　价**	21.10元

第九版前言

本书经教育部高校学生司、教育部考试中心组织的有关大纲编写、审定专家和命题研究人员审定。

《全国各类成人高考复习指导丛书》第九版是在第八版的基础上，根据教育部2002年6月新颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——高中起点升本、专科》修订而成的。

本丛书自1986年问世以来，一直受到广大读者的欢迎，在全国各类成人高考考生的复习备考中发挥着重要作用。十几年来，随着我国成人高等教育事业的发展和广大读者学习需求的变化，特别是全国各类成人高等学校招生复习考试大纲的几次修订，相应地这套丛书也历经了8次全面的修订。几经修改完善，这套丛书的整体质量不断提高，结构更加科学、合理，成为具有广泛适用性的成人高考考生复习备考的主干教材，在全国享有良好声誉。

按照调整考试科目后的"成人高考复习考试大纲"的要求修订而成的全新第九版，具有如下特点：

1. 紧扣大纲、内容翔实、叙述准确、重点突出，注重基础知识复习和能力训练，题型与练习贴近考试实际，实用性、针对性强。

2. 内容的选择和编排更适合成人学习的特点；注重吸收新知识、新成果，丛书的时代感更加鲜明。

3. 题型设计以及叙述等各个方面，注重从知识立意向能力立意的转变；加强学科基本能力、学科综合能力和学科实验能力的训练，提高考生综合运用知识的能力和应试水平；适合成人学习特点的体系结构更加完善。

4. 在覆盖新大纲知识点的前提下，适当压缩字数，使丛书更简明、实用。

5. 为了更直观地突出书中的重点、难点，更有效地遏制盗版，本版书采取双色印刷，从形式上更加新颖。

修订后的本丛书(第九版)包括如下8本：

《语文　附解题指导》

《数学　附解题指导》(文史类)

《数学　附解题指导》(理工类)

《英语　附解题指导》

《物理化学综合科　物理分册　附解题指导》

《物理化学综合科　化学分册　附解题指导》

《历史地理综合科　历史分册　附解题指导》

《历史地理综合科　地理分册　附解题指导》

根据新大纲的要求，《数学附解题指导》(文史类)这次修订主要删去了数、式、方程和方

程组，增加了导数和统计初步中的线性回归的方法及其简单应用。

本书主编是郑洪深，参加编写的还有丁鹤龄、文小西、高尚华。

参加本版修订的人员是郑洪深、高尚华。

高等教育出版社
2002 年 6 月

目　　录

代　　数

三　　角

平面解析几何

概率与统计初步

总 练 习 题

代 数

第一章 集 合

【本章要求】

了解集合的意义及其表示方法．了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法，了解符号$\subseteq$，$\subsetneqq$，$=$，$\in$，$\notin$的含义，并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系．

【内容提要】

一、集合的概念

1. 集合 集合是数学中最基本的概念之一，我们只给予一种描述，把按某种属性能确定的一些对象看成一个整体，就形成了一个集合．例如，自然数的全体构成一个集合，线段AB上所有的点构成一个集合．集合简称为集，一般用大写拉丁字母A，B，C，…表示．

2. 元素 组成一个集合的每一个对象叫做这个集合的**元素**或**元**．例如，每一个自然数是自然数集合中的一个元素；线段AB上的每一点是该线段(点集合)中的一个元素．元素一般用小写拉丁字母a，b，c，…表示．

3. 元素与集合的关系 对于一个给定的集合，它和它的元素之间的关系是整体和个别的关系，即集合包含它的每一个元素；它的每一个元素也都包含在集合中．于是，把a是集合A的元素，记作$a\in A$，读作"a属于A"；把a不是集合A的元素，记作$a\notin A$(或$a\overline{\in}A$)，读作"a不属于A"．

4. 有限集与无限集

1) **有限集** 含有有限个元素的集合叫做**有限集**；

2) **空集** 不含任何元素的集合叫做**空集**，用$\varnothing$表示；

3) **无限集** 含有无限个元素的集合叫做**无限集**；

4) **单元素集** 只含有一个元素的集合叫做**单元素集**．

5. 数集 元素为数的集合叫做**数集**．常用的数集有：

1) **实数集** 全体实数组成的集合叫做**实数集**，常用$\mathbf{R}$表示．

2) **有理数集** 全体有理数组成的集合叫做**有理数集**，常用$\mathbf{Q}$表示．

3) **整数集** 全体整数组成的集合叫做**整数集**，常用$\mathbf{Z}$表示．

1° **非负整数集——自然数集**，用$\mathbf{N}$表示．

2° **正整数集**，用$\mathbf{N}_+$或$\mathbf{N}^*$表示．

说明 根据国家标准，自然数集$\mathbf{N}$包括元素"0"，即非负整数集．注意与以前不包括

"0"的所谓自然数集(正整数集 N_+)从含义到记号区别开.

二、集合的表示法

1. 列举法 把集合的元素一一列举出来，把它们写在大括号内，这种表示集合的方法叫做**列举法**. 如"大于−3且小于5的整数"这个集合的元素为−2，−1，0，1，2，3，4，可表示为

$$\{-2,-1,0,1,2,3,4\}.$$

注意：用列举法表示集合时，列出的元素要求不遗漏、不增加、不重复，但与元素的列出顺序无关.

2. 描述法 把集合中的元素的公共属性写在大括号内，这种表示集合的方法叫做**描述法**. 这时，先在大括号内左端写出元素的一般形式(常用字母 x,y 等表示)，然后画一条竖线，在竖线右边列出集合的元素的公共属性. 例如，方程 $x^2+x-6=0$ 的根构成的集合 A 可写成

$$A=\{x\mid x^2+x-6=0\}.$$

注意：用描述法表示集合时，有时可省去竖线及元素的一般形式. 如"所有等腰直角三角形"组成的集合可写成

{等腰直角三角形}，

不要写成{等腰直角三角形集}，因大括号已表示"所有"，表示"集".

为直观起见，有时我们用图来表示集合，如图1.1.

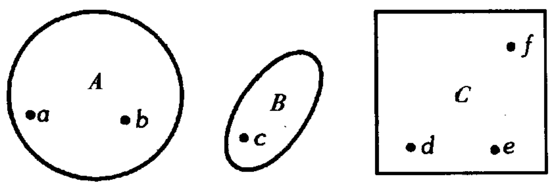


图 1.1

三、集合与集合的关系

一些给定的集合，它们之间可以有种种关系，不过，最基本的要算"包含"与"相等"的关系.

1. 子集 对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记作

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A,$$

读作"A 包含于 B"，或"B 包含 A".

说明 在国家标准中，符号"$\subseteq$"也可用"$\subset$"；"$\supseteq$"也可用"$\supset$".

子集的性质：

1) 任何一个集合 A 是它本身的子集：$A\subseteq A$，因为集合 A 的任何一个元素都属于集合 A 本身；

2) 空集是任何一个集合 A 的子集：$\varnothing\subseteq A$；

3) 对于集合 A、B、C，如 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

2. 集合相等 对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，那么称集合 A 与集合 B **相等**，记作

$$A=B,$$

读作“A 等于 B”. 这就是说，集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素；反之，集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素．因而这两个集合所包含的元素完全一样，两个集合是同一个集合．

3. 真子集　如果 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则称集合 A 为集合 B 的**真子集**，记作

$$A\subsetneqq B \quad 或 \quad B\supsetneqq A.$$

下面是常见几种数集的关系：

$$\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z},\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q},\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}.$$

4. 交集　由所有既属于集合 A 又属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做集合 A 与集合 B 的交集，记作 $A\cap B$，读作“A 交 B”(图 1.2)，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A 且 x\in B\}.$$

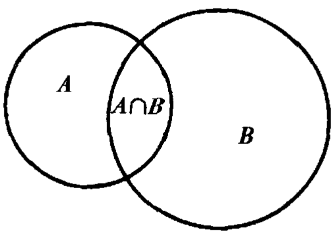


图 1.2

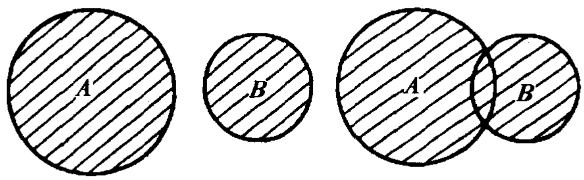


图 1.3

交集的性质：

1) $A\cap A=A$；　　2) $A\cap\varnothing=\varnothing$；　　3) $A\cap B=B\cap A$(交换律).

5. 并集　由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做集合 A 与集合 B 的并集，记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”(如图 1.3)，即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A 或 x\in B\}.$$

并集的性质：

1) $A\cup A=A$；　　2) $A\cup\varnothing=A$；　　3) $A\cup B=B\cup A$(交换律).

6. 全集与补集

1) **全集**　在研究某些集合与集合之间的关系时，如果这些集合都是某一给定集合的子集，则这个给定的集合叫做**全集**，用符号 U 表示．这就是说，全集含有所要研究的各个集合的全部元素．

例如，在研究数集时，常常把实数集 **R** 作为全集；在研究图形的集合时，常常把所有的空间图形组成的集合作为全集．

注意：全集是相对于所讨论的问题而言的，一个集合在一定条件下是全集，在另一个条件下就可能不是全集．例如，讨论的集合仅含整数元时，则整数集可作为全集；若讨论的集合包括分数元时，则整数集不是全集，而有理数集或实数集则可作为全集．

2) **补集　如果已知全集为 U，且集合 $A\subseteq U$，则由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 U 中子集 A 的补集，记作$\complement_U A$**，当 U 明确时，简记作$\complement A$(读作“A 补”)，即

$$\complement A=\{x\mid x\in U 且 x\notin A\}.$$

图 1.4 中的长方形内表示全集 U，圆的内部表示集合 A，斜线部分表示集合 A 在集合 U 中的补集 $\complement A$. 换句话说，集合 A 的补集 $\complement A$ 是从全集 U 中除去集合 A 的元素后剩下的元素组成的集合．如 $U=\mathbf{R}=$｛实数｝，$\mathbf{Q}=$｛有理数｝，则 $\mathbf{Q}$ 的补集为

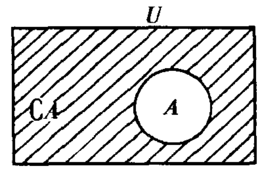


图 1.4

$$\complement\mathbf{Q}=\{\text{无理数}\}.$$

全体无理数的集合 $\complement\mathbf{Q}$ 叫做**无理数集**．

【例题与解题指导】

例 1　用适当的符号($\in,\notin,=,\supsetneqq,\subsetneqq$)填空：

(1) 0 ________ $\mathbf{R}$；　(2) $\varnothing$ ________ $\{a\}$；　(3) $\{a,b\}$ ________ $\{b,a\}$；

(4) $\{a,b\}$ ________ $\{a\}$；　(5) a ________ $\{b,c\}$；　(6) 0 ________ $\{0\}$.

答　(1) $\in$；(2) $\subsetneqq$；(3) $=$；(4) $\supsetneqq$；(5) $\notin$；(6) $\in$.

分析

1) 数 0 与小写拉丁字母 a，b，c 均表示集合的元素，这些字母带上括号｛　｝后就表示集合．特别，$\varnothing$，$\mathbf{R}$ 分别表示空集，实数集．

2) 元素与集合之间具有的关系是 $\in$、$\notin$；集合与集合之间具有的关系是 $\subsetneqq$($\supsetneqq$)、$=$.

3) 集合与其元素的排列次序无关，即 $\{a,b\}$ 与 $\{b,a\}$ 均表示同一个集合．

说明　在(2)中，空集是任何非空集合的真子集，$\{a\}$ 是含有一个元素的单元素集，注意区分 a 与 $\{a\}$ 两者的关系，a 是 $\{a\}$ 的元素，$\{a\}$ 是只含 a 的单元素集合．

例 2　填空

设集合 $M=\{3,4,5,6\}$，$N=\{1,2,3,4\}$，则　$M\cup N=$ ________，$M\cap N=$ ________．

答　$\{1,2,3,4,5,6\}$，$\{3,4\}$.

分析　求两集合的并，可以说是求两集合所有元素组成的集合；求两集合的交，可以说是求两集合公共元素组成的集合．

解　$M\cup N=\{3,4,5,6\}\cup\{1,2,3,4\}=\{1,2,3,4,5,6\}$.

说明　注意不要把上述结果写成 $\{3,4,5,6,1,2,3,4\}$，因为元素 3，4 不要重复列出．上述结果也可以写成 $\{3,4,5,6,1,2\}$ 等．

$$M\cap N=\{3,4,5,6\}\cap\{1,2,3,4\}=\{3,4\}.$$

例 3　选择①

(1) 设集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $N=\{2,4,6\}$，集合 $T=\{4,5,6\}$，则 $(M\cap T)\cup N$ 是

(A) $\{2,4,5,6\}$；(B) $\{4,5,6\}$；(C) $\{1,2,3,4,5,6\}$；(D) $\{2,4,6\}$.

(2) 设集合 $X=\{a,b,c,d\}$，$Y=\{d,c,b\}$，则这两个集合满足的关系是

(A) $X\cap Y=Y$；　(B) $X\cap Y=X$；　(C) $X\cup Y=Y$；　(D) $(X\cap Y)\cup Y=X$.

(3) 设集合 $M=\{0,1,-1\}$，$N=\{-1,1\}$，则

(A) $M\subsetneqq N$；　(B) $N\subsetneqq M$；　(C) $M=N$；　(D) $N\in M$.

① 本书的选择题是单项选择题，即，(A)、(B)、(C)、(D)四个选项中只有一个选项是符合题目要求的．

(4) 设全集$U=\{0,1,2,3\}$，$M=\{0,1,2\}$，$N=\{0,2,3\}$，则$M\cup \complement N$为

(A) 空集；　　(B) $\{1\}$；　　(C) $\{0,1,2\}$；　　(D) $\{2,3\}$.

解

(1) **答** A.

$$\begin{aligned}(M\cap T)\cup N &=(\{1,2,3,4,5\}\cap\{4,5,6\})\cup\{2,4,6\}\\ &=\{4,5\}\cup\{2,4,6\}=\{2,4,5,6\}.\end{aligned}$$

(2) **答** A.

$$X\cap Y=\{a,b,c,d\}\cap\{d,c,b\}=\{d,c,b\}=Y.$$

(3) **答** B. 集合与集合之间是包含或相等的关系，故排斥选 D. 因集合M比集合N多一个元素 0，故$N\subsetneqq M$.

(4) **答** C. $\complement N$是全集U中去掉N中的元素剩下的元素组成的，即$\complement N=\{1\}$. 因此

$$M\cup\complement N=\{0,1,2\}\cup\{1\}=\{0,1,2\}.$$

说明　1) 考生在解答选择题时，不必写出上面的演算或推理过程，只要把四个选项中的一个答案选出之后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑即可．

在解答时可以有以下几种考虑方法．一种是“直接法”，即按通常的解题方式，根据已知条件、定义、定理、公式等进行推导、判断(当然，有些一目了然的就可直接判断)得出一个正确结论．据此再在所给的四个选项中寻求所需的选项．另一种为“排除法”，即以题目所给的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的为出发点，依据所学知识否定其中三个不符合题目要求的选项，而最后剩下的一个选项肯定为符合题目要求的．后一种方法，对于那些难以直接从所给条件进行推理判断，常是简便有效的．此外，上述两种方法也可兼用，这样可使得选择范围缩小以及起到相互验证的作用．

2) 当三个集合作并与交的运算时，先作括号内的运算．注意$X\cap(Y\cup Z)$与$(X\cap Y)\cup Z$一般是不相等的．

3) 一般说来，如果$X\supseteq Y$，则$X\cup Y=X$，$X\cap Y=Y$. 通俗地说，“大”集X包含“小”集Y，则它们的并为“大”集X，它们的交为“小”集Y. 特别，$\varnothing$可以看作集合中“最小”的集．因此$X\cup\varnothing=X$，$X\cap\varnothing=\varnothing$.

例 4　设集合$A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$B=\{x\mid x^2-12x+35=0\}$，求$A\cup B$，$A\cap B$.

分析　集合A，B分别表示方程$x^2-5x+6=0$与方程$x^2-12x+35=0$的解集．求出这两个方程的根，并用列举法表示，则可求出$A\cup B$，$A\cap B$.

解　$x^2-5x+6=0$的根为$x_1=2$，$x_2=3$；

　　$x^2-12x+35=0$的根为$x_1=5$，$x_2=7$.

因此，$A=\{2,3\}$，$B=\{5,7\}$. 所以$A\cup B=\{2,3,5,7\}$，$A\cap B=\varnothing$.

例 5　设集合$A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x>0\}$，求$A\cup B$，$A\cap B$.

分析　集合A，B分别表示满足不等式$-1\leqslant x\leqslant 2$与不等式$x>0$的一切x所组成的集．为直观起见，可在数轴上求它们的并与交．

解　由图 1.5(a)可见，属于集合A或集合B的一切x值为$x\geqslant -1$，即$A\cup B=\{x\mid x\geqslant -1\}$；由

图 1.5(b)知，集合 A 与集合 B 的公共部分为 $0<x\leqslant 2$，即 $A\cap B=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$.①

(a)　　　　　　　　(b)

图 1.5

例 6　设 $A=\{(x,y)\mid 3x-2y=11\}$，$B=\{(x,y)\mid 2x+3y=16\}$，求 $A\cap B$.

分析　A，B 分别是二元一次方程 $3x-2y=11$ 与 $2x+3y=16$ 的解集．求 $A\cap B$ 即求二元一次方程组的解集．

解　方程组 $\begin{cases}3x-2y=11,\\2x+3y=16\end{cases}$

的解为 $x=5$，$y=2$. 因此 $A\cap B=\{(5,2)\}$.

说明　集合 $\{(5,2)\}$ 中的 $(5,2)$ 是此集合的一个元素，该集合是一个单元素集．注意 $\{(5,2)\}$ 与 $\{5,2\}$ 是不一样的，也不能写成 $\{(2,5)\}$．

【习题】

1. 用适当的符号（$\in$，$\notin$，$=$，$\subseteq$，$\supseteq$）填空：

(1) $0\ \underline{\qquad\qquad}\ \{0\}$；　(2) $0\ \underline{\qquad\qquad}\ \varnothing$；

(3) $\varnothing\ \underline{\qquad\qquad}\ \{0\}$；　(4) $\{a\}\ \underline{\qquad\qquad}\ \{a\}$；

(5) $a\ \underline{\qquad\qquad}\ \{a\}$；　(6) $\varnothing\ \underline{\qquad\qquad}\ \{0,1,5\}$；

(7) $1\ \underline{\qquad\qquad}\ \{0\}$；　(8) $1\ \underline{\qquad\qquad}\ \{1,7,9\}$；

(9) $\{a,b\}\ \underline{\qquad\qquad}\ \{d,b,a\}$；　(10) $\mathbf{N}\ \underline{\qquad\qquad}\ \mathbf{Q}$；

(11) $\mathbf{R}\ \underline{\qquad\qquad}\ \mathbf{Z}$；　(12) $\complement\mathbf{Q}\ \underline{\qquad\qquad}\ \mathbf{R}$.

2. 填空

设集合 $M=\{a,b,c,d\}$，$N=\{c,b,e,f\}$，则

$M\cup N=\underline{\qquad\qquad}$，$M\cap N=\underline{\qquad\qquad}$，

$(M\cup N)\cap N=\underline{\qquad\qquad}$，$M\cup(N\cap M)=\underline{\qquad\qquad}$.

3. 选择

(1) 设集合 $M=\{-2,2\}$，$N=\{-2,0,2\}$，则

(A) $M\subsetneqq N$；　(B) $N\subsetneqq M$；　(C) $M=N$；　(D) $M\in N$.

(2) 设 $X=\{a,b,c\}$，$Y=\{b,c,d\}$，$Z=\{c,d,e\}$，则集合 $(X\cup Y)\cap Z$ 是

(A) $\{a,b,c\}$；　(B) $\{d,c\}$；

(C) $\{e,c,d\}$；　(D) $\{a,b,c,d\}$.

(3) 设集合 $X=\{a,b,c,d,e\}$，$Y=\{c,a,e\}$，则这两个集合满足的关系是

(A) $X\cap Y=X$；　(B) $X\cup Y=Y$；　(C) $X\cup Y=X$；　(D) $X\cup(X\cap Y)=Y$.

① 图 1.5(b)中 0 这点用圆圈，表示集合 $B=\{x\mid x>0\}$ 不包括 0 点；-1 与 2 两点用黑点，表示集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$ 包括 -1 与 2 两点．$A\cup B$ 与 $A\cap B$ 在数轴上表示为粗线部分．

(4) 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $M=\{1,3,4\}$，$N=\{2,4,5\}$，则 $\complement M\cap\complement N=$

(A) 空集； (B) $\{4\}$； (C) $\{1,3\}$； (D) $\{2,5\}$.

(5) 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，集合 $A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{3,5\}$，则

(A) $U=A\cup B$； (B) $U=\complement A\cup B$；

(C) $U=A\cup\complement B$； (D) $U=\complement A\cup\complement B$.

(6) 已知全集 $U=\mathbf{N}_+$，集合 $A=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{N}_+\}$，$B=\{x\mid x=4n,n\in\mathbf{N}_+\}$，则

(A) $U=A\cup B$； (B) $U=\complement A\cup B$； (C) $U=A\cup\complement B$； (D) $U=\complement A\cup\complement B$.

(7) 设集合 $M=\{x\mid x\geqslant 4\}$，$N=\{x\mid x<6\}$，则 $M\cup N$ 等于

(A) 实数集； (B) $\{x\mid -4\leqslant x<6\}$；

(C) 空集； (D) $\{x\mid -4<x<6\}$.

4. 写出集合$\{0,2,4\}$的所有子集和真子集.

【答案、提示或解答】

1. 答案 (1) $\in$ (2) $\notin$ (3) $\subsetneqq$ (4) $=$ (5) $\in$ (6) $\subsetneqq$

(7) $\notin$ (8) $\in$ (9) $\subsetneqq$ (10) $\subsetneqq$ (11) $\supsetneqq$ (12) $\subsetneqq$

说明 作这类题，首先分清表示元素与集合的两种不同的符号．一般说来，集合是用花括号表示的，只有特殊的数集，如实数集，有理数集，整数集，自然数集等分别用 **R**，**Q**，**Z**，**N** 等字母表示．特别，$\varnothing$表示空集．其次注意元素与集合之间是“属于”或“不属于”的关系；集合与集合之间是“包含”，“包含于”或“相等”等关系．

1) 0，a，1 表示元素；$\{0\}$，$\{a\}$，$\{1\}$表示单元素集，此外，注意分清元素和集合的两种不同符号；

2) 符号$\in$用于元素与集合的关系，而符号$\subsetneqq$($\supsetneqq$)，$=$用于集合与集合的关系．

2. 答案 $\{a,b,c,d,e,f\}$ $\{b,c\}$ $\{c,b,e,f\}$(或 N) $\{a,b,c,d\}$(或 M)

3. 答案 (1) A (2) B (3) C (4) A (5) C (6) C (7) A

提示(6) $A=\{2,4,6,\cdots\}$， $\complement A=\{1,3,5,\cdots\}$，

$B=\{4,8,12,\cdots\}$， $\complement B=\{1,2,3,5,6,7,\cdots\}$.

4. 解答 这是三个元素的集合，组成子集时，可以分成下列几种：

单元素子集：$\{0\}$，$\{2\}$，$\{4\}$；

双元素子集：$\{0,2\}$，$\{0,4\}$，$\{2,4\}$；

三元素子集(集合本身)：$\{0,2,4\}$.

此外，空集$\varnothing$是任何集合的子集(也是非空集合的真子集)，所以集合$\{0,2,4\}$的所有子集是：

$\varnothing$，$\{0\}$，$\{2\}$，$\{4\}$，$\{0,2\}$，$\{0,4\}$，$\{2,4\}$，$\{0,2,4\}$.

集合$\{0,2,4\}$的所有真子集是：

$\varnothing$，$\{0\}$，$\{2\}$，$\{4\}$，$\{0,2\}$，$\{0,4\}$，$\{2,4\}$.

说明 在研讨非空集合的子集时，不要遗漏空集$\varnothing$和非空集合本身．

第二章　不等式和不等式组

【本章要求】

1. 了解不等式的性质．会解一元一次不等式、一元一次不等式组和可化为一元一次不等式组的不等式，会解一元二次不等式．了解区间的概念，会在数轴上表示不等式或不等式组的解集．

2. 会解形如 $|ax+b|\geqslant c$ 和 $|ax+b|\leqslant c$ 的绝对值不等式．

【内容提要】

一、不等式的概念与性质

1. 不等式　表示两个量之间大小关系的记号叫做**不等号**，常用的有“$<$”（读作小于），“$>$”（读作大于），“$\leqslant$”（读作不大于，即小于或等于），“$\geqslant$”（读作不小于，即大于或等于），“$\neq$”（读作不等于）．用不等号连结两个算式的式子叫做**不等式**．例如，$3>2$，$x^2+y^2\geqslant 0$ 等都是不等式．

2. 不等式的主要性质

设 a、b、c 是实数．

基本性质

如果 $a-b>0$，那么 $a>b$；反之也成立．

如果 $a-b<0$，那么 $a<b$；反之也成立．

这两条基本性质是证明以下不等式性质的基础．

1）如果 $a>b$，那么 $b<a$；反之，如果 $b<a$，那么 $a>b$(自反性)．

2）如果 $a>b$ 且 $b>c$，那么 $a>c$(传递性)．

3）如果 $a>b$，那么 $a+c>b+c$．

4）如果 $a>b$ 且 $c>0$，那么 $ac>bc$．

5）如果 $a>b$ 且 $c<0$，那么 $ac<bc$．

6）如果 $a>b>0$，那么 $a^2>b^2$．

7）如果 $a>b>0$，那么 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$；反之，如果 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$，那么 $a>b$．

说明　不等式性质 5 是说，**在不等式两边同乘以同一负数时，注意要改变不等号的方向**．

3. 不等式解集　含有未知数的不等式中，能使不等式成立的未知数的所有可取值的集合叫做**不等式的解的集合**，简称为**不等式的解集**．求不等式的解集的过程叫做**解不等式**．

4. 同解不等式与同解变形　如果两个不等式的解集相同，则这两个不等式叫做**同解不等式**．使一个不等式变为另一个与它同解的不等式的过程叫做**同解变形**．

5. 同解原理

1）不等式的两边都加上（或都减去）同一个数或同一个整式①，所得的不等式与原不等式是同解不等式；

2）不等式的两边都乘以（或都除以）同一个正数②，所得的不等式与原不等式是同解不等式；

3）不等式的两边都乘以（−1），改变不等号的方向后，所得的不等式与原不等式是同解不等式．

二、一元一次不等式及其解法

1. 定义 只含有一个未知数，并且未知数的次数是一次的不等式，叫做**一元一次不等式**．

2. 解法 经过同解变形，如去分母，去括号，移项，合并同类项，不等式两边都除以未知数的系数（当系数为负时，要改变不等号的方向）等，即可求得解集．

3. 标准化 一元一次不等式，经过不等式的同解变形后，都可以化成 $ax>b$ 的标准形式．对于不等式 $ax>b$，其解集有以下几种情况：

1）当 $a>0$ 时，不等式 $ax>b$ 的解集为 $x>\frac{b}{a}$（图 2.1）③.

2）当 $a<0$ 时，$ax>b$ 的解集为 $x<\frac{b}{a}$（图 2.2）.

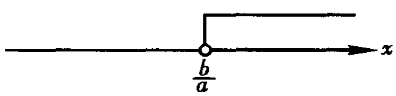


图 2.1

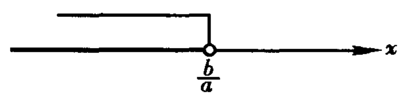


图 2.2

3）当 $a=0$ 时，分两种情况讨论：

1° 如果 $b<0$，则 $0\cdot x>b$（即 0>负数）对一切实数 x 永远成立．也就是说 $ax>b$ 的解集是 $\mathbf{R}$.

2° 如果 $b\geqslant 0$，则没有一个实数 x，能使不等式 $0\cdot x>b$（即 0>非负数）成立．也就是说 $ax>b$ 的解集为 $\varnothing$.

现将上述讨论结果列成表 2.1：

表 2.1

a 的符号	b 的符号	$ax>b$ 的解集
$a>0$		$x>\frac{b}{a}$
$a<0$		$x<\frac{b}{a}$
$a=0$	$b<0$	$\mathbf{R}$
	$b\geqslant 0$	$\varnothing$

① 俗称“移加作减，移减作加”的移项．

② 俗称“移乘作除，移除作乘”．

③ 这里把解集 $\{x\mid x>\frac{b}{a}\}$ 写作 $x>\frac{b}{a}$，是一种常用简写法．

三、一元一次不等式组及其解法

1. 一元一次不等式组 由几个一元一次不等式所组成的不等式组，叫做**一元一次不等式组**.

2. 同向不等式 如果两个不等式中，每一个的左边都大于右边，或者每一个的左边都小于右边，则这两个不等式叫做**同向不等式**.

3. 异向不等式 如果两个不等式中，一个不等式的左边大于右边，而另一个不等式的左边小于右边，则这两个不等式叫做**异向不等式**.

4. 不等式组的解集 一元一次不等式组中所有的一元一次不等式的解集的公共部分(交集)，叫做这个一元一次不等式组的**解集**. 求不等式组的解集的过程，叫做**解不等式组**.

不妨设不等式组由两个一元一次不等式

$$\begin{cases} ax+b>0, \\ cx+d>0 \end{cases} (ac\neq 0)$$

组成，则其解集可化为下列四种情况之一(不妨设 $m<n$)：

1) $\begin{cases} x>m, \\ x>n, \end{cases}$ 即解集是 $x>n$(图 2.3)；　2) $\begin{cases} x<m, \\ x<n, \end{cases}$ 即解集是 $x<m$(图 2.4)；

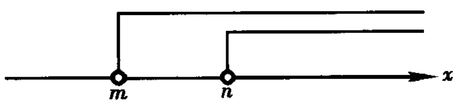


图 2.3

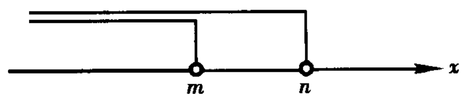


图 2.4

3) $\begin{cases} x>m, \\ x<n, \end{cases}$ 即解集是 $m<x<n$(图 2.5)；　4) $\begin{cases} x<m, \\ x>n, \end{cases}$ 即解集是空集$\varnothing$(图 2.6).

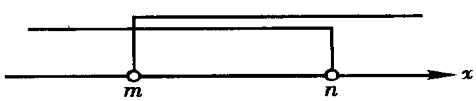


图 2.5

图 2.6

四、含有绝对值符号的不等式

1. $|x|<a$, $|x|>a$ **型不等式及其解法**

设 $a>0$.

1) $|x|<a$ **的解集是** $-a<x<a$. 在数轴上表示时，就是所有与原点的距离小于 a 的点的集合(图 2.7).

2) $|x|>a$ **的解集是** $x>a$ **或** $x<-a$，注意这是并集. 在数轴上表示时，就是所有与原点的距离大于 a 的点的集合(图 2.8).

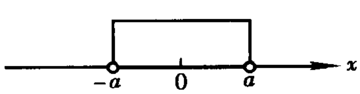


图 2.7

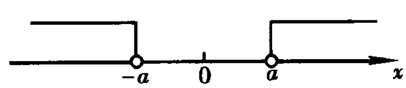


图 2.8

说明 对于 $a\leqslant 0$ 的情况．

1） $|x|<a$ 的解集为 $\varnothing$.

2） 当 $a<0$ 时， $|x|>a$ 的解集为 $\mathbf{R}$；当 $a=0$ 时，即 $|x|>0$ 的解集为 $x\neq 0$.

2. $|ax+b|<c$ **和** $|ax+b|>c$ **型不等式及其解法**

1） **解不等式** $|ax+b|<c$ **相当于解不等式**

$$-c<ax+b<c.$$

2） **解不等式** $|ax+b|>c$ **相当于解不等式**

$$ax+b>c \quad \text{或} \quad ax+b<-c.$$

五、一元二次不等式及其解法

1. 一元二次不等式 含有一个未知数并且未知数的最高次数是二次的不等式，叫做**一元二次不等式**．

不妨只讨论形如 $ax^2+bx+c>0$ 与 $ax^2+bx+c<0(a>0)$的情形．

2. 一元二次不等式的解集 $a>0$ 时，由一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的判别式 $\Delta(=b^2-4ac)$的符号与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象（第四章）的相应位置关系，可确定一元二次不等式的解集．（$a<0$ 时，可化为 $a>0$ 的情况．）

（1） **当 $\Delta>0$ 即一元二次方程有两个相异实数根 x_1，$x_2(x_1<x_2)$时，使不等式$(y=)ax^2+bx+c>0$ 成立的 x 值为**

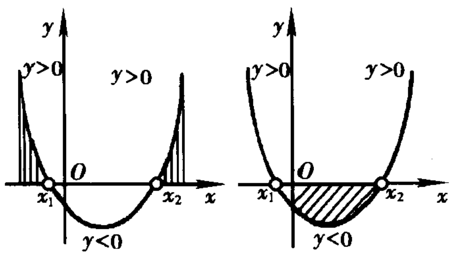
$$x<x_1 \quad \text{或} \quad x>x_2$$

（图 2.9(a)中与 $y>0$ 对应的 x 轴部分）；

使不等式$(y=)ax^2+bx+c<0$ 成立的 x 值为

$$x_1<x<x_2$$

（图 2.9(b)中与 $y<0$ 对应的 x 轴部分）．



（a） （b）

图 2.9

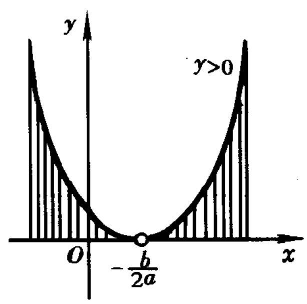


图 2.10

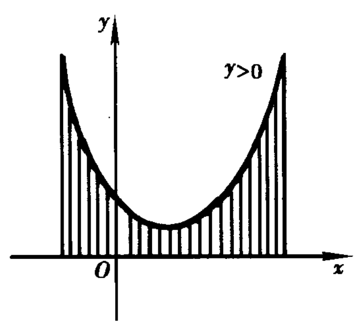


图 2.11

（2） **当 $\Delta=0$ 即一元二次方程有相等实数根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$时，使不等式$(y=)ax^2+bx+c>0$ 成立的 x 值为**

$$x\neq -\frac{b}{2a}$$

（图 2.10 中与 $y>0$ 对应的 x 轴部分）；**又因为 $y=ax^2+bx+c$ 的图象都在 x 轴上方，这表明没有任何实数 x 能使 $ax^2+bx+c<0$，所以不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集为 $\varnothing$.**