

高等学校教学用书

航空涡轮发动机构造与 零件强度计算

下 册

北京航空学院发动机构造教研室编



国防工业出版社

內 容 簡 介

本书系北京航空学院发动机构造教研室教师在遵循党的教育方针，贯彻理论联系实际，运用辩证唯物主义观点的思想指导下集体编写而成。

全书包括有：航空燃气涡轮发动机构造，主要零件振动计算，主要零件强度计算等篇，分上、下册出版。

本下册介绍了发动机的叶片、轮盘、机匣等主要零件的强度计算与振动计算，以及转子的平衡与临界转速计算。在对各零(组)件计算的基本理论进行说明与分析的同时还介绍了几种设计时常用的计算方法与各种类型的实验技术。

本书供航空学院发动机设计专业教学之用，亦可作有关方面技术人员参考。

北京航空学院发动机构造教研室编

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可出字第 074 号

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店科技发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092 1/16 印张 16 5/8 385 千字

1961 年 10 月第一版

1961 年 10 月第一次印刷

印数：0,001—4,000 册 定价：(11) 1.90 元

统一书号：15084·591

目 录

第十三章 輪盘强度計算

第一节 概述	2
1. 輪盘的工作条件	2
2. 輪盘的形状	3
3. 强度計算的基本公式	4
第二节 几种剖面形状简单的輪盘强度計算	6
1. 等厚輪盘	6
2. 錐形輪盘	9
3. 等强輪盘	10
第三节 剖面形状不規則的輪盘强度計算	12
1. 分段等厚圓环近似計算法	13
2. 积分法	17
第四节 考虑塑性变形的輪盘强度計算	25
1. 塑性区内应力与应变关系的特点	25
2. 屈服条件	26
3. 塑性区应力应变关系的推导	27
4. 弹性——塑性輪盘的計算步骤	31
第五节 离心式压气机机輪的强度計算	34
第六节 带鼓环的輪盘强度計算	35
1. 計算方法	35
2. 計算公式	38
3. 計算結果与結論	42
第七节 实验研究	46

第十四章 叶片强度計算

第一节 概述	49
1. 叶片的工作条件	49
2. 强度計算状态的选择	49
3. 坐标	51
第二节 离心拉伸应力計算	51
1. 一般公式与近似計算法	51
2. 几种形状简单的叶片拉伸应力計算	53
第三节 弯曲应力的計算	58
1. 气动力产生的弯曲力矩	58
2. 离心力产生的弯曲力矩	59
3. 截面面积、重心坐标、慣性矩、抗弯截面系数及弯曲应力的求定	67
4. 靜子叶片的計算	71

第四节 叶片的扭转应力计算	74
第五节 考虑蠕变的涡轮叶片强度计算	75
第六节 工作叶片的安全系数及伸长	79
第七节 叶片榫头强度计算	80
1. 燕尾形榫头的计算	80
2. 榫树形榫头计算	83
3. 销钉联接榫头的计算	87
第八节 利用光测弹性力学方法对叶片榫头应力的实验研究	89

第十五章 薄壳体零件的强度及稳定性计算

第一节 概述	94
1. 作用在薄壳体上的负荷	94
2. 零件形状及负荷的简化方法	95
第二节 圆柱形薄壳的“总应力”计算	96
1. 均匀轴向力所引起的应力	97
2. 端面受弯曲力矩作用所引起的应力	97
3. 扭力矩所引起的应力	98
4. 正压力和温度所引起的应力	98
5. 边缘均布的横向力所引起的应力	99
6. 薄壳表面均布的横向力所引起的应力	100
7. 带加强肋的圆柱形薄壳体的计算	101
第三节 厚度不均匀薄壳的局部应力的计算	103
1. 在轴向力及均匀分布的正压力作用下的局部应力	104
2. 在正压力作用下, 一端固定的短薄壳和半无限长薄壳系统中所产生的局部应力	107
3. 在均匀正压力作用下, 环形加强边附近的局部应力	109
4. 热应力	110
5. 最大应力的一般计算方法	116
第四节 圆锥形薄壳应力的基本计算公式	119
第五节 圆柱形及圆锥形薄壳的稳定性计算	122
1. 单独负荷作用时, 圆柱形薄壳的稳定性计算	123
2. 数种负荷同时作用时, 圆柱形薄壳稳定性的计算	126
3. 圆锥形薄壳稳定性的计算	128
4. 有加强肋的圆柱形和圆锥形薄壳稳定性的计算	129

第十六章 叶片振动

第一节 概述	131
1. 基本现象	131
2. 叶片振动形式	132
3. 引起叶片振动的原因	134
第二节 叶片自然振动频率的计算法	135
1. 运动平衡方程式法	135
2. 能量法	139

3. 逐次逼近法	146
4. 用萊列—瑞茲法計算葉片的自由扭轉振動頻率	152
第三节 影响叶片自然振动频率的主要因素	154
1. 叶片根部固持刚性对振动频率的影响	154
2. 温度对振动频率的影响	155
3. 輪盤旋轉对叶片频率的影响	156
4. 叶片扭向对振动频率的影响	159
第四节 叶片的共振特性及避免危險共振的方法	161
1. 叶片的共振特性	161
2. 避免叶片产生危險共振的方法	162
3. 叶片的减振装置	162
第五节 离心式压气机叶輪上叶片的振动	165
1. 叶片的振动形式	165
2. 叶輪上叶片的自然振动頻率計算法	165
第六节 叶片振动实验	167

第十七章 輪盤振动

第一节 概述	169
1. 輪盤振动的形式	169
2. 引起輪盤振动的原因	170
第二节 輪盤自然振动頻率計算法	170
1. 等厚薄圓盤弯曲振动自然振动頻率的近似計算法	170
2. 輪盤傘形振动的自然振动頻率的計算法	172
3. 輪盤扇形振动的自然振动頻率計算	181
4. 温度对輪盤自然振动頻率的影响	183
第三节 輪盤的动波与共振特性	184
1. 輪盤振动的动波	184
2. 輪盤产生駐波的临界轉速	185
3. 輪盤振动的共振特性	186
第四节 輪盤振动实验	187
1. 輪盤振动的相似关系	187
2. 旋轉圓盤动波实验装置	187

第十八章 发动机的振动与轉子的平衡

第一节 总述	190
第二节 保証轉子良好平衡性的方法	192
第三节 轉子不平衡度的选择与发动机振动性能的判定	194

第十九章 轉子的临界轉速

第一节 概述	197
第二节 单盘轉子临界轉速的簡單計算法	197
1. 单盘、无重軸轉子的临界轉速	197
2. 单盘、有重軸轉子的临界轉速	199

第三节 单盘转子做进动运动时的临界转速	203
1. 进动运动的现象和定义	203
2. 转子发生进动运动的原因	204
3. 进动运动中作用于轴上的惯性力与力矩	205
4. 进动运动的特点	206
5. 进动运动时的临界转速	207
第四节 轴的进动和横向振动的关系	210
1. 无挠动能量时的情况	210
2. 有挠动能量时的情况	210
第五节 多盘转子的临界转速计算	211
1. 简化成单盘转子计算	211
2. 近似重迭计算法	211
3. 柴列计算法	212
4. 积分法	213
第六节 转子上的负荷及转子的结构等对转子临界转速的影响	224
1. 转子上的负荷对临界转速的影响	224
2. 阻尼对临界转速的影响	225
3. 转子结构对临界转速的影响	227
第七节 “刚轴”与“柔轴”	230
第八节 设计中处理转子临界转速的方法	231
1. 计算中对转子的简化处理	232
2. 设计中临界转速的调整	233
第九节 转子临界转速的实验	233
1. 实验的目的	233
2. 实验设备	234
3. 测量方法	235
附录一 各种单盘双支点转子弯曲刚度及临界转速公式	736
附录二 轴的效应系数计算法	237
附录三 轮盘惯性矩的计算法	238
附录四 图解求转子静挠度的方法	239
附表1 计算锥形轮盘的系数表	240
附表2 计算等厚轮盘用的、根据 $\frac{r}{R_2}$ 的 β_1 - β_3 系数值	243
附图 1~4	

第十三章 輪盤強度計算

在进行航空发动机构造設計时,要求达到尺寸小、重量輕、安全可靠,因此必須对其主要零件进行詳細的強度計算。同时应当运用強度理論来研究和分析发动机的构造,使所設計的构造方案以及零件形状更加合理,以达到尽量減輕发动机重量的目的。一般当发动机的重量减少1公斤,就可使飞机的需用推力减少0.1~0.07公斤,飞机的重量可减少10~15公斤,而工作叶片的重量减少1克又可使发动机重量减少4~5克。所以对发动机中主要零件进行詳細的強度計算,使其既能安全可靠地工作而重量又最輕是极为重要的。但由于发动机零件的形状及其所受的負荷情况很复杂,強度計算不可能十分准确;因此还必须对其負荷情况、应力分布状态进行广泛的实验研究,以弥补強度計算之不足,并且在发动机試制出来后,还要进行长期試車,以檢驗其質量。

設計发动机零件时,应按下列各项原則来确定零件的尺寸和形状:

1) 等強度要求: 为了使零件既能安全可靠地工作,重量又是最輕,必須充分合理地利用所有的材料,尽可能使各个部分的安全系数均相同,这就是等強度条件。例如,图13-1中1处作成錐形,使其各截面应力接近相等;在图13-2所示的輪盤上开有偏心孔2,由于孔边产生应力集中,因此必須在孔边缘將輪盤材料加厚,以减小局部应力。零件上多余的材料要挖去;如图13-2中1处的凹槽即为挖去了各联接銷釘位置之間多余的鼓筒材料而形成的。

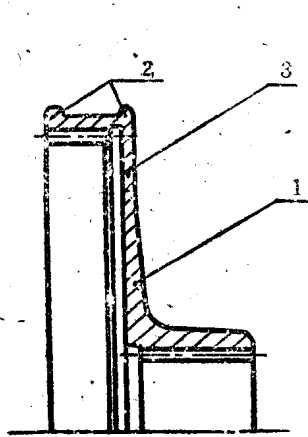


图13-1 主动齿輪:

1—錐形盘; 2—加强凸緣; 3—等厚盘。

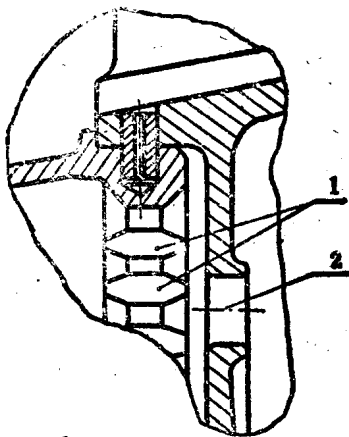


图13-2 輪盤与鼓环的联接:

1—凹槽; 2—偏心孔。

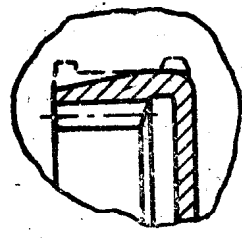


图13-3 主动齿輪齿圈。

2) 剛性要求: 为了保証发动机工作良好,某些零件的形状及其尺寸大小,不仅仅由強度的要求来决定而更主要的是根据使其具有足够的剛性来决定,以滿足工作性能的要求。如图13-1中的齿圈,按其所承受的应力情况可以作成如图13-3所示的形式;但这种形状的剛性太差,发生变形后将使零件不能很好地工作。因此为了提高剛性,在齿圈外緣上作有加强凸緣。

3) 工艺性要求: 零件的构造及形状,应当便于加工。例如,图13-1中3处作为等厚的。

如按等强度要求,則該处应作成变截面的;但这样会造成边缘部分太薄,使加工很困难。因此这部分作成等厚是合理的。同样理由,图 13-2 中的偏心孔 2 需在整個环带上加厚,而不能仅仅在孔边单独加厚。

在設計零件时,对上述各項要求,必須綜合地統一研究,力求全面地滿足設計要求。

按强度計算工作的性質来看,一般有两种内容:一种为对已給定了形状与尺寸的零件进行强度驗算;另一种为根据給定的应力及其分布情况求出零件的尺寸与形状。

根据零件的形状及其工作条件的不同,航空燃气渦輪发动机零件的强度計算可以分成下列几种类型:

- 1) 叶片强度計算;
- 2) 輪盘强度計算;
- 3) 薄壳强度及其稳定性計算;
- 4) 軸的强度計算;
- 5) 齒輪强度計算;
- 6) 联接件的强度計算。

上述的第 4、5、6 类,由于計算方法比較简单,同时与其构造形式的关系較密切,所以均已在本书上册的相应各章中叙述过。第 1、2、3 类是发动机中的重要零件,設計时要求进行細致的强度計算,同时計算方法及理論均較复杂,所以分別在下册中分章研究。本章專門对輪盘强度計算进行叙述。

第一节 概述

1 輪盘的工作条件

压气机和燃气渦輪的輪盘,在工作时受到下列各种負荷的作用:

- 1) 輪盘和固定在輪盘上的叶片的质量所产生的离心力;
- 2) 工作叶片的軸向力和輪盘两边靜压力差所产生的力;
- 3) 工作叶片上的周向力;
- 4) 飞机作曲綫飞行时产生的陀螺力矩;
- 5) 由于輪盘沿半徑及厚度方向受热不均匀而产生的热負荷;
- 6) 叶片和輪盘振动时产生的动負荷;
- 7) 輪盘带紧度配合时,在輪盘与軸的結合处产生的力。

在这些負荷的作用下,輪盘中产生了很大的应力。其中第一种負荷很大,必須計算;第二种負荷較小,特別当在輪盘上开有小孔时,两边的压力就平衡了;第三、四种負荷很小,因此計算时可忽略;第五种負荷,由于当輪盘的徑向温差很大时会产生很大的热应力,所以应当計算;如鋼和鈦,尤其是耐熱合金制成的輪盘,在計算应力时要考慮輪盘沿半徑受热不均匀的問題。但如果是鋁合金制成的輪盘,則由于材料的傳热系数較高,温度分布就較均匀,热应力通常可略去不計。至于沿厚度方面的热应力,由于輪盘很薄,有时輪盘两边又均进行冷却,故可以認為温度是均匀的,不予計算;第六种負荷,由于設計时就采取了措施提高了輪盘的剛性,減小了振动,因此一般也不进行計算;第七种負荷应当計算。

压气机轮盘和涡轮轮盘的计算方法是一样的。许用应力则应根据轮盘所用的材料和温度来选择。

当轮盘的温度很高时,必须考虑到材料的蠕变现象,以及产生塑性变形的可能性。

2 轮盘的形状

轮盘的剖面形状,可以分成下列几种:(见图 13-4)

- 1) 等厚轮盘,轮盘厚度 $h = \text{常数}$;
- 2) 锥形剖面轮盘,轮盘厚度按下式变化:

$$h = h_0 \left(1 - \frac{R}{R_k} \right)$$

式中 R —— 轮盘上任意一点的半径;

R_k —— 锥形顶点的半径;

h_0 —— $R=0$ 处的轮盘厚度。

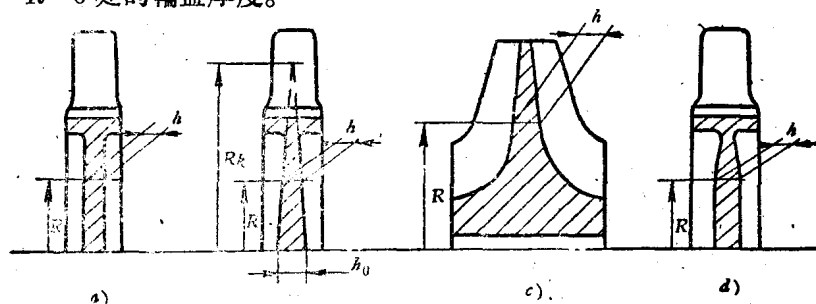


图 13-4 各种轮盘形状:

a—等厚轮盘; b—锥形轮盘; c—双曲线轮盘; d—等强度轮盘。

- 3) 双曲线形剖面轮盘,轮盘厚度按下式变化:

$$h = \frac{a}{R^m}$$

式中 $a = \text{常数}$;

m —— 双曲线指数。

双面进气离心式压气机的轮盘形状接近于双曲线形剖面形式,等厚轮盘就是双曲线轮盘在 $m=0$ 时的特殊情况。

- 4) 等强度轮盘,在这种轮盘中,由离心力所产生的应力在各截面上均相同。

在设计轮盘时,剖面形状应按下面两个原则确定:

- 1) 重量最轻,充分利用材料,尽量使各截面强度相等。
- 2) 加工方便。

等厚轮盘,由于其应力分布不合理,应力又最大,一般已不采用。但是由于它的工艺性很好,所以在某些小型发动机中,由于负荷不很大也有采用等厚轮盘的。

锥形轮盘各处的应力分布比等厚轮盘合理些,但仍然不很均匀。因为加工亦比较方便,所以在现有的发动机中轮盘的基本形状大部分均采用锥形轮盘形式。

等强度轮盘的应力分布很均匀,但是加工很不方便;同时实际上由于轮盘各处的温度不均匀,还是不能达到真正等强度的要求,所以也很少采用。

在設計輪盤時，為了全面地滿足上述兩個原則，一般輪盤的剖面形狀，是由幾種有規則的幾何形狀組合而成的。

近來在設計壓氣機或渦輪轉子時，為了獲得足夠的剛性，均採用混合式的轉子構造。這時輪盤就不是單獨的了，而是與大直徑的鼓環做成（或聯接成）一體，作強度計算時，就必須考慮其相互影響。

3 強度計算的基本公式

在推導基本公式時，我們假設（1）應力沿盤的厚度均勻分布，也就是說輪盤處於平面應力的狀態；（2）溫度沿輪盤厚度不變，並且輪盤形狀是對稱的；（3）認為輪盤中的應力不引起塑性變形。以後我們將再研究考慮塑性變形的計算方法。

採用下列符號：

ω ——輪盤旋轉角速度；

γ ——輪盤材料的比重；

E ——輪盤材料的彈性係數；

μ ——輪盤材料的波松係數；

α ——輪盤材料的線膨脹係數；

h ——輪盤的厚度；

R ——輪盤某截面的半徑；

σ_r ——輪盤的徑向應力；

σ_t ——輪盤的周向應力；

u ——輪盤在半徑 R 處的變形值。

由相距為 dR 的兩個截面及夾角為 $d\varphi$ 的兩個徑向平面，從輪盤分出一個無窮小的微元體（圖 13-5）。根據對稱條件，徑向平面上的剪應力等於零，只有正應力 σ_r ，而在弧形截面上則只作用有徑向正應力。

因此在微元體的弧形截面上，作用有力 P_r 及 $P_r + dP_r$ ，在徑向平面上，作用力為 P_t 。除了這些力外，還有由微元體的質量所產生的離心力 P_u 。

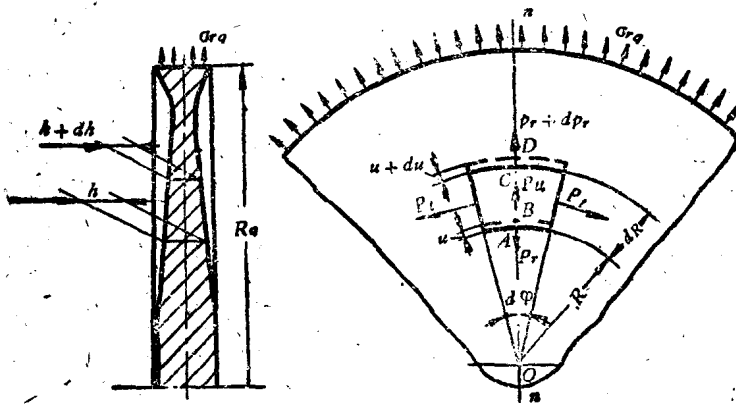


圖 13-5 輪盤強度計算簡圖。

根据力的平衡条件, 这些力在半径方向(在 $n-n$ 轴上)上的投影之和应等于零。亦即

$$(P_r + dP_r) - P_r - 2P_t \sin \frac{d\varphi}{2} + P_u = 0 \quad (13-1)$$

由于 $d\varphi$ 很小, $\sin \frac{d\varphi}{2}$ 可以用 $\frac{d\varphi}{2}$ 代替, 简化后得:

$$dP_r - P_t d\varphi + P_u = 0$$

式中

$$P_t = \sigma_t h dR$$

$$dP_r = d[\sigma_r h R] d\varphi$$

$$P_u = dm \cdot R\omega^2 = \frac{r}{g} R^2 \omega^2 h dR d\varphi$$

代入(13-1), 并化简后得:

$$d[Rh\sigma_r] - \sigma_t h dR + hR^2 \rho \omega^2 dR = 0 \quad (13-2)$$

式中

$$\rho = \frac{r}{g} \text{ 公斤} \cdot \text{秒}^2 / \text{厘米}^4$$

(13-2)式称为平衡方程式, 在此式中有下列几项误差因素:

1) 求微元体离心力 P_u 时, 由于将其体积当成立方体, 并用内表面半径 R 代替重心半径, 故与实际情况有误差,

2) 求 P_t 时, 认为微元体的厚度 h 为常数, 应力 σ_t 为均匀分布, 这也与实际情况有误差;

3) 求 dP_r 时, 其中略去了高次微量。

当所取的微元体极小时, 上述各项误差均属于高次微量, 因此只有利用积分方法由(13-

2)求应力时, 才能得到精确的值; 如果利用有限差法求应力则只能得到近似值。

(13-2)中有两个未知数 σ_r 及 σ_t , 所以还要有一个方程式才能求解。

求应力的第二个方程式, 可由虎克定律求得。根据这个定律, 同时考虑到热膨胀应力与变形的关系, 可得下式:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu \sigma_t) + \alpha t \\ \epsilon_t &= \frac{1}{E} (\sigma_t - \mu \sigma_r) + \alpha t \end{aligned} \right\} \quad (13-3)$$

式中 ϵ_r 和 ϵ_t —— 在径向和周向的相对变形;

t —— 截面上的温度。

用 u 代表在应力及热膨胀的作用下, 轮盘微元体在半径 R 处的径向伸长, 用 $u + du$ 代表在半径 $R + dR$ 处的伸长(如图 13-5), 则相对变形为:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{BD - AC}{AC} = \frac{dR + u + du - dR - u}{dR} = \frac{du}{dR} \\ \epsilon_t &= \frac{(R + u)d\varphi - Rd\varphi}{Rd\varphi} = \frac{u}{R} \end{aligned} \right\} \quad (13-4)$$

将(13-4)中的 ϵ_r 及 ϵ_t 值代入(13-3)中, 则得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{u}{R} &= \frac{1}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_r) + \alpha t \\ \frac{du}{dR} &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu\sigma_t) + \alpha t \end{aligned} \right\} \quad (13-5)$$

把(13-5)代入(13-2)后,就得到变形为半径的函数的微分方程:

$$\frac{d^2u}{dR^2} + \left[\frac{d(\ln h)}{dR} + \frac{1}{R} \right] \frac{du}{dR} + \left[\frac{\mu}{R} \frac{d(\ln h)}{dR} - \frac{1}{R^2} \right] u - (1+\mu)\alpha \frac{dt}{dR} - (1+\mu)\alpha t \frac{d(\ln h)}{dR} + \rho\omega^2 \frac{1-\mu^2}{E} R = 0 \quad (13-6)$$

由(13-6)求得变形值后,就可以求出轮盘的应力。但是这只有当轮盘剖面形状很简单时(13-6)才便于积分,以求得其变形值;否则是很困难的。一般是先将(13-5)中的第一个方程式微分,并把 $\frac{du}{dR}$ 值代入第二个方程式中,得:

$$\frac{d}{dR} \left[\frac{R}{E} (\sigma_t - \mu\sigma_r) + R\alpha t \right] = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu\sigma_t) + \alpha t$$

对上述方程式的左边各项微分,并将变数分开,则得:

$$\frac{d}{dR} \left(\frac{R\sigma_t}{E} \right) + \frac{\mu}{R} \left(\frac{R\sigma_t}{E} \right) = \frac{\sigma_r}{E} + \frac{d}{dR} \left(\frac{\mu R\sigma_r}{E} \right) - R \frac{d}{dR} (\alpha t) \quad (13-7)$$

(13-7)称为变形一致方程式。由(13-2)和(13-7)两个方程式就能求出轮盘各截面上的应力,由(13-5)求出变形。

第二节 几种剖面形状简单的轮盘强度计算

1 等厚轮盘

在这种情况下由于 $h=\text{常数}$,所以 $\frac{d(\ln h)}{dR}=0$,方程式(13-6)则变成:

$$\frac{d^2u}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{du}{dR} - \frac{1}{R^2} u - (1+\mu)\alpha \frac{dt}{dR} + \rho\omega^2 \frac{1-\mu^2}{E} R = 0.$$

可以写成:

$$\frac{d}{dR} \left[\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (uR) \right] = (1+\mu)\alpha \frac{dt}{dR} - \frac{1-\mu^2}{E} R \rho\omega^2$$

一次积分后,得:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (uR) = (1+\mu)\alpha t - \frac{1-\mu^2}{E} \frac{R^2}{2} \rho\omega^2 + 2a_1 \quad (13-8)$$

式中 $2a_1$ ——积分常数。

二次积分后,得:

$$uR = (1+\mu)\alpha \int_{R_0}^R tRdR - \frac{1-\mu^2}{E} \frac{R^4}{8} \rho\omega^2 + 2a_1 \frac{R^2}{2} + a_2 \quad (13-9)$$

式中 a_2 ——积分常数。

微分(13-9)得:

$$\frac{du}{dR} = (1+\mu)\alpha t - \frac{(1+\mu)}{R^2} \alpha \int_{R_0}^R tRdR + a_1 - \frac{a_2}{R^2} - \frac{1-\mu^2}{E} \frac{3R^2}{8} \rho\omega^2 \quad (13-10)$$

把(13-9)及(13-10)代入(13-5),并整理得:

$$\sigma_r = K_1 - \frac{K_2}{R^2} - \frac{3+\mu}{8} \rho \omega^2 R^2 - \frac{\alpha E}{l^2} \int_{R_0}^R t R dR \quad (13-11)$$

$$\sigma_t = K_1 + \frac{K_2}{R^2} - \frac{1+3\mu}{8} \rho \omega^2 R^2 + \frac{\alpha E}{l^2} \int_{R_0}^R t R dR - E \alpha t \quad (13-12)$$

式中常数 $K_1 = \frac{\alpha_1 E}{1-\mu}$, $K_2 = \frac{\alpha_2 E}{1+\mu}$ 是由轮盘的边界条件来确定的。

1) 等温实心等厚轮盘的应力:

边界条件为 $R=R_q$ 时 $\sigma_r = \sigma_{rq}$.

$R=0$ 时 $\sigma_r = \sigma_t = \sigma_0$

式中 R_q ——轮盘的外半径。

代入(13-11)及(13-12)得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{3+\mu}{8} (R_q^2 - R^2) \rho \omega^2 + \sigma_{rq} \\ \sigma_t &= \frac{\rho \omega^2}{8} [(3+\mu) R_q^2 - (1+3\mu) R^2] + \sigma_{rq} \end{aligned} \right\} \quad (13-13)$$

由上二公式可知:在其它条件不变的情况下,成比例地增加或减小轮盘的厚度,对轮盘的应力没有影响;但改变轮盘所承受的外负荷 σ_{rq} ,则轮盘应力将有与之成直线关系的变化;轮盘的旋转角速度增加 n 倍,则由于离心力所引起的应力即增大 n^2 倍。

在轮盘中心处 $R=0$ 应力为:

$$\sigma_{r_0} = \sigma_{t_0} = \frac{3+\mu}{8} \rho \omega^2 R_q^2 + \sigma_{rq} \quad (13-14)$$

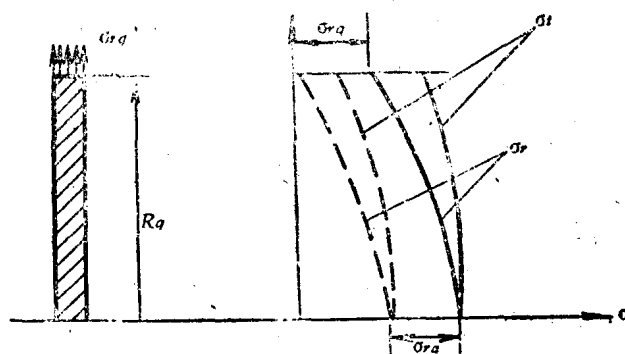


图 13-6 等温实心等厚轮盘应力分布:

---为 $\sigma_{rq}=0$ 的曲线; —为 $\sigma_{rq} \neq 0$ 的曲线。

在图 13-6 上绘出了应力沿半径变化的曲线图,由图知等厚轮盘的应力分布是不均匀的,材料未能很好利用,因而在燃气涡轮发动机中一般很少采用等厚盘;当轮盘半径 R 增大时 σ_r 和 σ_t 的减小程度是不同的。

2) 等温空心等厚轮盘的应力。

先研究没有外加负荷的旋转圆盘,此时边界条件为

$$R=R_q \text{ 处 } \sigma_{r_q}=0.$$

$$R=R_0 \text{ 处 } \sigma_{r_0}=0.$$

式中 R_q ——輪盤的外半徑；

R_0 ——輪盤中心孔半徑。

將其代入(13-11)及(13-12)，得：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{3+\mu}{8} \rho \omega^2 \left(R_q^2 + R_0^2 - \frac{R_q^2 R_0^2}{R^2} - R^2 \right) \\ \sigma_t &= \frac{3+\mu}{8} \rho \omega^2 \left(R_q^2 + R_0^2 + \frac{R_q^2 R_0^2}{R^2} - \frac{1+3\mu}{3+\mu} R^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (13-15)$$

由上二式可知，中心孔邊的周向應力隨着孔的半徑 R_0 的增大而增大。

$$\text{極限情況當 } R_0 \approx R_q \text{ 時 } \sigma_{t_0} = \rho \omega^2 R_q^2 = \rho u_q^2 \quad (13-16)$$

當孔為無限小時，便可認為 $R_0 \approx 0$

則

$$\sigma_{t_0} = \frac{3+\mu}{4} \rho \omega^2 R_q^2 = \frac{3+\mu}{4} \rho u_q^2 \quad (13-17)$$

圖 13-7 上繪出了在沒有外加負荷下，空心等厚輪盤的應力分布曲線。

由(13-14)及(13-17)可知，甚至在盤的中心孔為無限小時，在孔盤中心處的周向應力還是為實心盤的兩倍。由(13-16)及(13-17)可知，周向應力隨 R_0 的增加而增加，最大的增加量約為 17%。所以在燃氣渦輪發動機中，最好將輪盤設計成實心的。

由圖 13-7 中的應力分布曲線可知空心輪盤的應力變化僅在孔邊附近才很大，其餘部分的影响很小；因此當設計時，如需要將輪盤作成空心的話，就應局部加厚孔邊以減小應力。

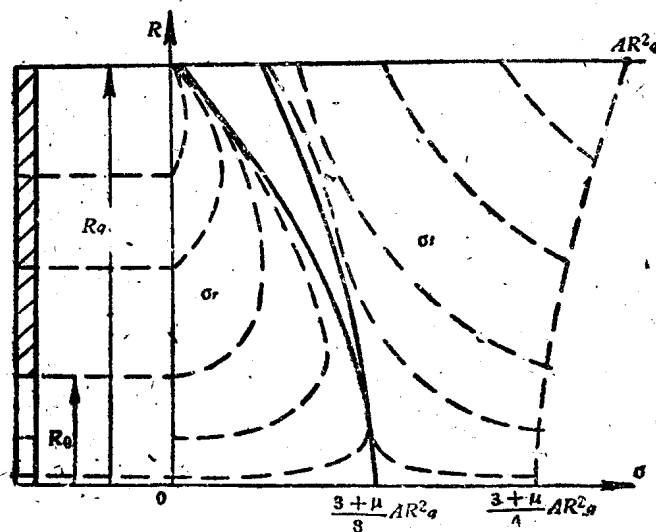


圖 13-7 不受外力的等厚盤應力分布與孔徑的關係：

——實心盤的應力曲線； ——空心盤的應力曲線。

其次，研究當承受外負荷時，即 $\sigma_{r_q} \neq 0$ 則：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{3+\mu}{8} \rho \omega^2 \left(R_q^2 + R_0^2 - \frac{R_q^2 R_0^2}{R^2} - R^2 \right) + \frac{\sigma_{rq} R_q^2 (R - R_0^2)}{R^2 (R_q^2 - R_0^2)} \\ \sigma_t &= \frac{3+\mu}{8} \rho \omega^2 \left(R_q^2 + R_0^2 + \frac{R_q^2 R_0^2}{R^2} - \frac{1+3\mu}{3+\mu} R^2 \right) + \frac{\sigma_{rq} R_q^2 (R^2 + R_0^2)}{R^2 (R_q^2 - R_0^2)} \end{aligned} \right\} \quad (13-18)$$

其应力分布如图 13-8 所示, 由图可见, 当 R_0 增大时, σ_t 跟随增大, 并且与图 13-7 相比较, 它比 $\sigma_{rq}=0$ 时增大要快, 当 R_0 接近 R_q 时, σ_t 则接近无限大。

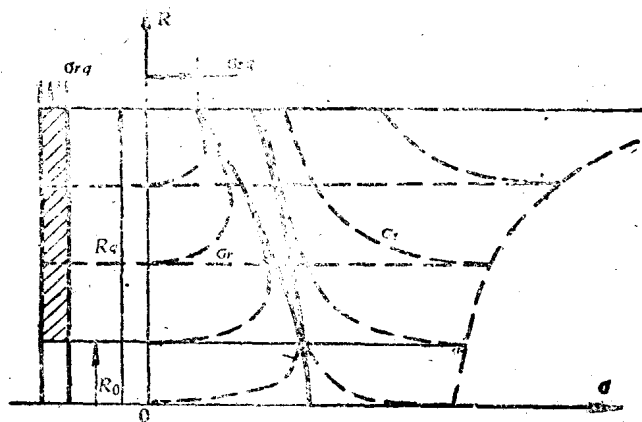


图 13-8 受外力的等厚盘应力分布与孔径的关系:

——实心盘的应力曲线; ——空心盘的应力曲线。

2 锥形轮盘

锥形轮盘的形状如图 13-9 所示。

$$h = h_0 \left(1 - \frac{R}{R_k} \right)$$

式中 R_k ——为锥形顶点至旋转轴线的高度;

h_0 ——在旋转轴线上锥底的宽度。

将上关系式及 $t = \text{常数}$ 代入变形方程式 (13-6), 二次积分求出变形, 再代入 (13-5) 求出应力, 经整理后得计算公式如下:

$$\sigma_r = TP_0 + AP_1 + BP_2 \quad (13-19)$$

$$\sigma_t = Tq_0 + Aq_1 + Bq_2 \quad (13-20)$$

式中 A, B 为积分常数;

$P_0, P_1, P_2, q_0, q_1, q_2$ 为几何常数与 $\frac{R}{R_k}$ 有关, 可以由书末附表 1 中查得:

R_k 由下列公式计算:

$$\frac{R_k - R_1}{R_k - R_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\therefore R_k = \frac{R_2 h_1 - R_1 h_2}{h_1 - h_2}; \quad (13-21)$$

T ——为在半径 R_k 处的旋转自由薄环中的应力, 可用下式计算:

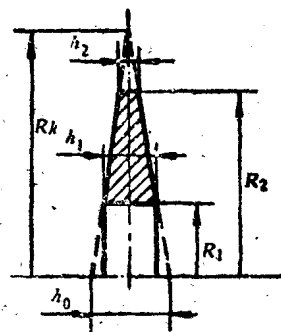


图 13-9 锥形轮盘。

$$T = \frac{\gamma \omega^2}{g} R_k^2 = \rho u_{Rk}^2 \quad (13-22)$$

积分常数 A, B 可以由輪緣与輪轂的已知边界条件求定。

有中心孔的錐形輪盘应力分布曲线, 如图 13-10 中 a 所示。

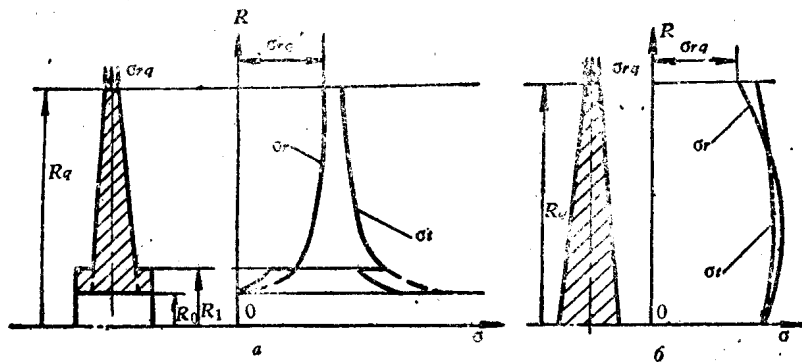


图 13-10 錐形輪盘的应力分布:

a —空心錐形盘的应力分布; b —实心錐形的应力分布。

由图 13-10 中 b 图应力分布曲线可知錐形实心輪盘的应力分布比等厚盘合理得多。这种輪盘具有較好的强度, 重量也較輕; 同时形状简单, 加工方便, 所以应用很广。

3 等强輪盘

若使輪盘上所有点上的計算应力都相同, 則輪盘的材料就可充分地利用, 輪盘重量也可最輕。其条件是:

$$\sigma_r = a_1 = \text{常数},$$

及

$$\sigma_t = a_2 = \text{常数}.$$

由 (13-7) 得。

$$\frac{\sigma_t}{E} + \frac{\mu \sigma_r}{E} = \frac{\sigma_r}{E} + \frac{\mu \sigma_t}{E} - R \frac{d}{dR} (at)$$

整理后:

$$R \alpha \frac{dt}{dR} = \frac{1}{E} (1 + \mu) (\sigma_r - \sigma_t)$$

$\therefore$

$$R \frac{dt}{dR} = \frac{1 + \mu}{E \alpha} (\sigma_r - \sigma_t) = \beta = \text{常数}$$

$$dt = \beta \frac{dR}{R}$$

$\therefore$

$$t = \beta \ln R + C$$

这就是說, 如果輪盘的温度是按对数規律分布时, 上述应力为常数的条件才能实现。

如果要求: $\sigma_r = \sigma_t = \sigma = \text{常数}$, 則常数 $\beta = 0$, 因而温度 $t = C$ 。这就是說, 只有当輪盘的温度均匀分布时才能滿足这种等应力的要求, 同时需注意輪盘中心不能有孔, 否則 $\sigma_r \neq \sigma_t$ 。

为了确定这种轮盘的剖面形状, 根据 $\sigma_r = \sigma_t = \sigma = \text{常数}$ 的条件, 改变平衡方程式(13-2), 得:

$$\frac{dh}{h} = -\frac{\rho\omega^2}{\sigma} R dR$$

积分后得到:

$$\ln h = -\frac{\rho\omega^2}{\sigma} \cdot \frac{R^2}{2} + C$$

式中 C ——为积分常数,
因此

$$h = e^{-\frac{\rho\omega^2 R^2}{2\sigma}} \cdot e^C \quad (13-23)$$

利用边界条件来确定常数 C :
令在中心的厚度为 h_0 , 即是当

$$R=0 \text{ 时, } h=h_0$$

由(13-23)得

$$h_0 = e^C$$

因而(13-23)为:

$$h = h_0 e^{-\frac{\rho\omega^2 R^2}{2\sigma}} \quad (13-24)$$

令轮缘下面最小厚度为 h_2 , 及其所在半径为 R_2 , 由(13-24)得:

$$h_2 = h_0 e^{-\frac{\rho\omega^2 R_2^2}{2\sigma}}$$

或

$$h_0 = h_2 e^{\frac{\rho\omega^2 R_2^2}{2\sigma}} \quad (13-25)$$

将(13-25)代入(13-24)则得:

$$h = h_2 e^{\frac{\rho\omega^2}{2\sigma} (R_2^2 - R^2)} \quad (13-26)$$

利用公式(13-26), 根据轮缘处轮盘的最小厚度 h_2 , 与其许用应力 σ , 就可以求出任意半径处的轮盘厚度; 轮盘的剖面形状也就可以确定出来, 如图 13-11 所示。

h_2 的数值, 由叶片及轮缘质量所产生的离心力求定。

图 13-12 所示的曲线, 为在不同材料许用应力 σ 的情况下, $\frac{h_0}{h_2}$ 与在 h_2 截面处的切线速度 u_2 的关系。

由曲线可知, 材料的许用应力愈大时, 则 $\frac{h_0}{h_2}$ 的比值, 即轮盘的厚度变化较小。

由等应力设计出来的轮盘剖面形状, 是由两种曲率的曲线所组成的剖面轮廓, 中央凸出, 周围凹下。

这种轮盘在发动机上应用得很少, 因为剖面形状复杂, 制造困难; 同时实际上发动机中轮盘的温度沿半径方向是变化的, 不可能绝对地满足等应力要求。所以一般都制作剖面形状比较简单的轮盘。